

平坦移動床上の振動流流れの解析

浅 野 敏 之*

1. はじめに

高波浪時の浅海域においては、掃流力がきわめて大きいために砂渚が消滅し、平坦床状態が形成される。こうした場合の底面付近の流体場について、香取ら(1980)や山下ら(1984)が実験的研究を行っているが、現段階での理解は必ずしも十分ではない。最近、Bakker-van Kesteren(1986)や Ahilan-Sleath(1987)が底質を含む振動流流れの簡単なモデルを提案したが、そこでは流体の水粒子速度と底質の移動速度を区別した議論はなされていない。著者(1988a, b)は昨年、移動床上の振動流流れの抵抗則の解明を目的として、流体粘性、底質浮遊による密度成層および底質粒子間の干渉力によるエネルギー逸散を見積り、その結果は Carstens らの実験結果とかなりよく一致することがわかったが、より精密な評価を行うためには、底質を含む振動流流れの解析を行う必要がある。

本研究では、まず底質と流体のそれぞれに対して、質量及び運動量の保存則を導き、さらに ordering によって簡略化された基礎式を導出して、それに対する数値解析を行ったものである。

2. 固液混相流れの数学的定式化

(1) 基礎式の誘導

以下のような条件を想定し、理論の展開を行う。

- (i) 2次元振動流流れ
- (ii) 底面は平坦
- (iii) 底質は一樣粒径で非粘着性
- (iv) 流れは乱流状態、分子粘性・分子拡散性を無視する。

一方向流に対する数学的定式化は Bogardi(1974)、あるいは Kobayashi-Seo(1985)が行っており、流れの非定常性に起因する項を付加することにより、以下の式が得られる。まず、流体と底質に対する質量保存則から、それぞれ(1)、(2)が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(1-c) + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho(1-c)u_i = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_s c + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho_s c u_{s,i} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 ρ , ρ_s : 流体、底質の密度、 u_i : x_i 方向の水粒子速度 ($i=1, 2$)、 $u_{s,i}$: x_i 方向の底質粒子移動速度、 c : 濃度である。

流体相および底質相に対する運動量保存則は以下のとおりである。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \rho(1-c)u_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho(1-c)u_i u_j \\ &= -(1-c) \frac{\partial p}{\partial x_i} - \rho(1-c)g\delta_{i2} - f_i \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \rho_s c u_{s,i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho_s c u_{s,i} u_{s,j} \\ &= -c \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \gamma_{ji}}{\partial x_j} - \rho_s c g \delta_{i2} + f_i \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここに、 p : 圧力、 g : 重力加速度、 f_i : 底質相と流体相間に生じる単位体積当りの干渉力、 γ_{ji} : 底質粒子間に作用する干渉応力テンソル、 δ_{ij} : クロネッカーのデルタである。

乱れの時間スケールが波の時間スケールより十分小さいと仮定し、変数を(定常成分+波動成分)と乱れ成分に分離する。また振動流であるから流れ方向の移流慣性項を無視すると、(1)~(4)は、次式のように変形される。以下では、流れ方向を x 軸、鉛直上方を z 軸とし、それぞれの方向の流速成分を u , w とする。

まず、流体相に対する質量保存則は次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (1-\bar{c}) + \frac{\partial}{\partial z} \{ (1-\bar{c})\bar{w} - \overline{c'w'} \} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに $\sim$ は、定常成分と波動成分の和を、 $'$ は乱れ成分を意味する。

底質相に対する質量保存則として次式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{c} + \frac{\partial}{\partial z} \{ \bar{c}\bar{w}_s + \overline{c'w'_s} \} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

流体相に対する x 方向運動方程式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \{ (1-\bar{c})\bar{u} - \overline{c'u'} \} + \frac{\partial}{\partial z} \{ (1-\bar{c})\bar{u}\bar{w} \} \\ &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z} - \frac{1}{\rho} (1-\bar{c}) \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \frac{1}{\rho} f_x \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここに,

$$\tau/\rho = -\{(1-\bar{c})\bar{u}'w' - \bar{u}\bar{c}'w' - \bar{w}\bar{c}'u' - \bar{c}'u'w'\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

流体相に対する z 方向運動方程式は次式となる.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \{(1-\bar{c})\bar{w} - \bar{c}'w'\} + \frac{\partial}{\partial z} \{(1-\bar{c})\bar{w}^2\} \\ &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial z} - \frac{1}{\rho} (1-\bar{c}) \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} - (1-\bar{c})g - f_z/\rho \quad \dots (9) \end{aligned}$$

ここに,

$$\sigma/\rho = -(1-\bar{c})\bar{w}'^2 + 2\bar{w}\bar{c}'w' + \bar{c}'w'^2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

底質相に対する x 方向および z 方向の運動方程式は, それぞれ次式となる.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \{\bar{c}\bar{u}_s + \bar{c}'u'_s\} + \frac{\partial}{\partial z} \{\bar{c}\bar{u}_s\bar{w}_s\} \\ &= \frac{1}{\rho_s} \left(\frac{\partial \tau_s}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial z} + f_x - \bar{c} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right) \quad \dots (11) \\ & \frac{\partial}{\partial t} \{\bar{c}\bar{w}_s + \bar{c}'w'_s\} + \frac{\partial}{\partial z} \{\bar{c}\bar{w}_s^2\} \\ &= \frac{1}{\rho_s} \left\{ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zz}}{\partial z} - \rho_s \bar{c}g + f_z - \bar{c} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right\} \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここに,

$$\sigma_s/\rho_s = -\{2\bar{w}_s\bar{w}'_s\bar{c}' + \bar{c}\bar{w}_s'^2 + \bar{c}'w'_s'^2\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\tau_s/\rho_s = -\{\bar{c}u'_s\bar{w}'_s + \bar{u}_s\bar{c}'w'_s + \bar{w}_s\bar{c}'u'_s + \bar{c}'u'_s\bar{w}'_s\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

次の仮定を導入し, (5)~(14) の簡略化を行う.

i) $\bar{u} \gg \bar{w}$, $\bar{u}_s \gg \bar{w}_s$, $\bar{u}\bar{c}'w' \gg \bar{c}'u'w'$ 等のオーダー比較より, 乱れの相関項を簡略化する. たとえば (8), (14) はそれぞれ次式となる.

$$\tau/\rho = -\{(1-\bar{c})\bar{u}'w' - \bar{u}\bar{c}'w'\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\tau_s/\rho_s = -\{\bar{c}u'_s\bar{w}'_s + \bar{u}_s\bar{c}'w'_s\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ii) 渦拡散係数 K_e , 渦動粘性係数 K_v を用いて, 乱れの相関項を平均速度で表現する. すなわち,

$$\left. \begin{aligned} \bar{c}'w' &\simeq \bar{c}'w'_s = -K_e \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \\ \bar{u}'_s\bar{w}'_s &\simeq \bar{u}'_s\bar{w}'_s = -K_v \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

iii) 粒子間応力項に対し, 次式を仮定する.

$$\frac{\partial \gamma_{xx}}{\partial x} \ll \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial z}, \quad \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial x} \ll \frac{\partial \gamma_{zz}}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (18)$$

iv) 局所慣性項中の乱れ相関項は, Murray (1965) の展開にならって (1) を用いて (3) を変形すれば一応消去される形となるが, その代わりに後に Reynolds 方程式に置き直す際に多くの項を派生する. しかし, それらの項は小さいのでここではこの項を省略する.

これより, (5), (6), (7), (9), (11), (13) に対応する式としてそれぞれ次式が得られる. ただし, 以下では変数上の $\sim$ は誤解の恐れがないので省略する.

$$\frac{\partial}{\partial t} (1-c) + \frac{\partial}{\partial z} \{(1-c)w\} = -\frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_e \frac{\partial c}{\partial z} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} c + \frac{\partial}{\partial z} \{cw_s\} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_e \frac{\partial c}{\partial z} \right\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \{(1-c)u\} + \frac{\partial}{\partial z} \{(1-c)uw\} \\ &= \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_v(1-c) \frac{\partial u}{\partial z} - K_e u \frac{\partial c}{\partial z} \right\} - \frac{1}{\rho} (1-c) \frac{\partial p}{\partial x} \\ & \quad - \frac{f_x}{\rho} \quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \{(1-c)w\} + \frac{\partial}{\partial z} \{(1-c)w^2\} \\ &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial z} - \frac{1}{\rho} (1-c) \frac{\partial p}{\partial z} - (1-c)g - \frac{f_z}{\rho} \quad \dots (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \{cu_s\} + \frac{\partial}{\partial z} \{cu_s w_s\} \\ &= \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_v c \frac{\partial u_s}{\partial z} + K_e u_s \frac{\partial c}{\partial z} \right\} - \frac{c}{\rho_s} \frac{\partial p}{\partial x} \\ & \quad + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial z} + \frac{f_x}{\rho_s} \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \{cw_s\} + \frac{\partial}{\partial z} \{cw_s^2\} \\ &= \frac{1}{\rho_s} \left\{ \frac{\partial \sigma_s}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{zz}}{\partial z} - \rho_s c g + f_z - c \frac{\partial p}{\partial z} \right\} \quad \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

なお, 上式中の f_x , f_z に関しては, 底質粒子が完全な球形であること, 近接粒子の相互干渉力が無視できることを仮定し, さらに通常の条件下では底質粒子に作用する慣性力は抗力に比して十分に小さいことを勘案して, 次式で与えることにする.

$$f_i = \frac{\rho}{2} C_D \left(\frac{\pi}{4} d^2 \right) \frac{c}{\pi d^3/6} u_{r,i} |u_{r,i}| \quad \dots\dots\dots (25)$$

$u_{r,i} = u_i - u_{s,i}$ ($i=1, 2$) は流体と底質粒子の相対速度である. 抗力係数 C_D は次の Rubey の公式で与えた.

$$C_D = 24/Re + 2 \quad \dots\dots\dots (26)$$

ただし, ここでの Reynolds 数 Re は次式で与えられる.

$$Re = u_r d / \nu \quad \dots\dots\dots (27)$$

(21) 中の底質粒子間の干渉力 γ_{xz} については Savage-McKeown (1983) の実験式である次式を用いた.

$$\gamma_{xz}/\rho = 1.2\lambda^2 \nu \partial u_s / \partial z \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここに, λ は線形濃度で, 均一粒径の球の充填時の理想値 $c_{\max}$ を用いて次式で与えられる.

$$\lambda = 1/[(c_{\max}/c)^{1/3} - 1] \quad \dots\dots\dots (29)$$

(2) 境界層近似

u , u_s , w , w_s , c , p の 6 個の未知数に対して, (19)~(24) の 6 方程式が得られたわけであるが, これらの式はきわめて非線形性が強く, 数値的にも解くことが困難である. そこで以下のような境界層近似を行い, さらに簡略化を行う.

$$\left. \begin{aligned} u &= \bar{u}u_0, \quad u_s = \bar{u}_s u_0, \quad u_r = \bar{u}_r u_0, \quad w = w_{f_0} \bar{w} / \sqrt{R}, \\ w_s &= w_{f_0} \bar{w}_s / \sqrt{R}, \quad x = \xi / k, \quad z = \sqrt{\nu / \omega} \zeta, \\ t &= \tau / \omega, \quad p = \rho(\omega / k) u_0 \bar{p}, \quad K_0 = \sqrt{\nu / \omega} u_0 \bar{K}_0, \\ K_v &= \sqrt{\nu / \omega} u_0 \bar{K}_v, \quad \sqrt{R} = u_0 / \sqrt{\nu \omega} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

ここに、 u_0 : 底面における水粒子速度振幅、 w_{f_0} : 清水中の単一底質粒子の終末沈降速度、 ν : 水の動粘性係数、 k : 振動流の波数、 ω : 振動流の角周波数である。

まず底質相に対する質量保存則として (20) より次式が得られる。

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = - \left(\frac{w_{f_0}}{u_0} \right) \frac{\partial}{\partial \zeta} (c \bar{w}_s) + \sqrt{R} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \bar{K}_0 \frac{\partial c}{\partial \zeta} \right\} \quad (31)$$

流体相に対する x 方向運動方程式として (21) より次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} (c^* \bar{u}) + \left(\frac{w_{f_0}}{u_0} \right) \frac{\partial}{\partial \zeta} \{ c^* \bar{u} \bar{w} \} \\ &= \sqrt{R} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \bar{K}_v c^* \frac{\partial \bar{u}}{\partial \zeta} - \bar{K}_c \bar{u} \frac{\partial c}{\partial \zeta} \right\} - c^* \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} \\ & \quad - \frac{3}{4} R \left(\frac{u_0 d}{\nu} \right)^{-1} C_{DC} |\bar{u}_r| \bar{u}_r \quad (32) \end{aligned}$$

ここに $c^* = 1 - c$ である。

底質相に対する x 方向運動方程式として (23) より次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} (c \bar{u}_s) + \left(\frac{w_{f_0}}{u_0} \right) \frac{\partial}{\partial \zeta} \{ c \bar{u}_s \bar{w}_s \} \\ &= \sqrt{R} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \bar{K}_v c \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial \zeta} + \bar{K}_c \bar{u}_s \frac{\partial c}{\partial \zeta} \right\} - \frac{1}{s} c \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} \\ & \quad + \frac{1.2}{s} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\lambda^2 \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial \zeta} \right) \\ & \quad + \frac{1}{s} \frac{3}{4} R \left(\frac{u_0 d}{\nu} \right)^{-1} C_{DC} |\bar{u}_r| \bar{u}_r \quad (33) \end{aligned}$$

ここで、 $s = \rho_s / \rho$ は底質の比重である。

一方、(19) は (20) を加えることにより次式となる。

$$(1 - c) \bar{w} + c \bar{w}_s = 0 \quad (34)$$

流体相に対する z 方向運動方程式からは、圧力に関する記述式が得られる。また底質相に対する z 方向運動方程式の leading order には粒子間応力項 $\partial \gamma_{xz} / \partial z$ と固相・液相の干渉力項 f_z が残ることになる。しかしながら、この方程式は $\bar{u}$, $\bar{u}_s$, c と強い非線形形で結ばれるので、実際に収束する数値解を得ることは容易ではない。そこで w_s , p については以下のように与えることにする。 w_s は Richardson ら (1979) が行った混相流中の沈降速度に関する実験的知見に基づき、次式で与えることにする。

$$w_s = w_{f_0} [1 - (c / c_{\max})]^n \quad (35)$$

本研究で取り扱う計算条件の下では n は一定値 2.3 となる。 w については w_s を用いて (34) で計算される。圧力勾配 $\partial p / \partial x$ については、境界層外縁における $\partial p / \partial x$ が内部まで一定の値を保持するものとする。

以上の方程式系に含まれるパラメーターは以下の 4 つである。

$$s = \frac{\rho_s}{\rho}, \quad \frac{u_0^2}{gd}, \quad R = \frac{u_0^3}{\omega \nu}, \quad \frac{u_0 d}{\nu} \quad (36)$$

なお、Rubeys の沈降速度の式から、パラメーター w_{f_0} / u_0 も上記 4 つのパラメーターで表示されることがわかる。

(3) K_0 , K_v に対する仮定

固液混相状態での乱流構造については不明な点が多く、それ自体が解決すべき大きな課題であるが、ここではひとまず $K_0 = K_v$ とし、 K_0 , K_v の分布として底質浮遊が乱れの質量・運動量輸送に及ぼす抑止効果を考慮した次式を仮定する (Glenn-Grant, 1987)。

$$\left. \begin{aligned} K_0 = K_v &= \kappa u_*(t) \beta(d / \lambda) & : z < z_G / 2 \\ K_0 = K_v &= \kappa u_*(t) (z - z_G / 2) / (1 + 4.7(z / L)) \\ & \quad + \kappa u_*(t) \beta(d / \lambda) & : z \geq z_G / 2 \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$$L = \hat{u}_*^3 / (\kappa g (s - 1) w_{f_0} c) \quad (38)$$

ここに、 κ はカルマン定数、 z は不動層表面を原点とする高さ、 β は定数 (=10) である。 $u_*(t)$ は摩擦速度、 $\hat{u}_*$ はその振幅で、その評価にあたっては、Grant-Madsen (1982) による移動床上の相度高さの提案式を用いた。すなわち、

$$k_b = 80(s + 0.5) \{ \sqrt{\theta} - 0.7 \sqrt{\theta_{cr}} \}^2 d \quad (39)$$

ただし、係数は Grant らの提案式の 1/2 とし、また得られる摩擦係数は Grant らが示したように 0.23 を越えないものとする。ここに θ はシーلز数、 θ_{cr} は限界シーلز数で、この計算にあたっては粒径の 2 倍を粗度高さとして u_* を算出する。 K_v , K_0 は、 $z = z_G + d$ より上方からは一定値を持つこととした。ここに d は次式で表される。

$$d = 0.036 \{ 2d(u_0 / \omega)^3 \}^{1/4} \quad (40)$$

(4) 境界条件および初期条件の設定

$\bar{u}$, $\bar{u}_s$ に対する境界条件は以下のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} = \bar{u}_s &= 0, \quad \partial \bar{u}_s / \partial \zeta = 0 & \text{at } \zeta = 0 \\ \partial \bar{u} / \partial \zeta &= 0 & \text{at } \zeta = \bar{\delta} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

ここに $\bar{\delta}$ は後述する計算領域の高さ δ の無次元量である。ここで底面における $\bar{u}_s$ に対する境界条件 $\partial \bar{u}_s / \partial \zeta = 0$ は、濃度が $c_{\max}$ に近づくと (29) より λ が無限大になるため、(28) の γ_{xz} が有限確定値を持つという条件から課せられるものである。本解析では、粒子間応力の鉛直方向成分が上方の底質水中重量と釣り合うという Bagnold (1954) の仮説は直接には用いていない。しかし、 c が $c_{\max}$ に近づくと λ がきわめて大きくなって数値的に安定しないことがあるので、こうした高濃度の領域では、 γ_{xz} に対して次の条件を課した。

$$1.2 \lambda^2 \nu \left| \frac{\partial u_s}{\partial z} \right| \leq (s - 1) g \tan \phi \int_0^z c \, dz \quad (42)$$

一方、濃度 c に対する境界条件は

$$\left. \begin{aligned} c &= c_{\max} && \text{at } \zeta = 0 \\ -\left(\frac{w_{f0}}{u_0}\right) \frac{1}{\sqrt{R}} c \bar{u}_s + \bar{K}_c \frac{\partial c}{\partial \zeta} &= 0 && \text{at } \zeta = \bar{\delta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

とする。ここでは、濃度変動の非定常性は拡散係数の周期変動性に起因して現れる。すなわち、(37) の K_c は $u_*(t)$ に比例するが、

$$\begin{aligned} u_*(t) &= |\tau_b/\rho| = \bar{u}_* |\cos(\omega t + \phi_1)| \\ &= \frac{\bar{u}_*}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(3/4)}{\Gamma(5/4)} \left[1 + \frac{2}{5} \cos 2\theta - \frac{2}{15} \cos 4\theta + \dots \right] \end{aligned} \dots\dots\dots (44)$$

であるから (Γ はガンマ関数、 ϕ_1 は τ_b と u の位相差)、 $\bar{K}_c$ は

$$\bar{K}_c = K_{c0}(1 + 0.4 \cos 2\theta) = K_{c0} + K_{c2} \cos 2\theta \dots\dots\dots (45)$$

の時間変化を有する。そこで $c = c_0 + c_2 \cos 2\theta$ と表わし、(45) を (31) に代入すると定常成分 c_0 に対する次式が得られる。

$$-\left(\frac{w_{f0}}{u_0}\right) \bar{u}_s c_0 + \sqrt{R} K_{c0} \frac{\partial c_0}{\partial \zeta} = 0 \dots\dots\dots (46)$$

また非定常成分に対しては次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_2}{\partial \tau} &= -\left(\frac{w_{f0}}{u_0}\right) \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{u}_s c_2) \\ &+ \sqrt{R} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ K_{c0} \frac{\partial c_2}{\partial \zeta} + K_{c2} \frac{\partial c_0}{\partial \zeta} \right\} \dots\dots\dots (47) \end{aligned}$$

初期条件は、方程式系の解とあまりかけ離れていないものを推定して与える必要がある。 $\bar{u}$ については Ahilan-Sleath の実験結果を参照して妥当と思われる分布形を与えた。 $\bar{u}_s$ については $\bar{u}$ の初期分布形と $\zeta=0$ で $\partial \bar{u}_s / \partial \zeta = 0$ となる境界条件を考慮して与えた。また c の初期値については、著者らが示したように粒子間応力が卓越する高濃度層 $0 < z < z_g$ と、それより上層に分けて分布形を与えた。ここに z_g は次式で与えられる (浅野・河田, 1988)。

$$z_g = 10(\theta - \theta_{cr})d \dots\dots\dots (48)$$

計算領域 $\bar{\delta}$ は z_g に底質が移動しないときの乱流境界層厚 $z_0 (= \kappa \bar{u}_*^2 / \omega)$ を加えた範囲を設定した。

基礎式 (32), (33), (46), (47) に対して Crank-Nicolson 法による差分スキームを採用した。鉛直方向に計算領域を 140 等分し、時間ステップは 1 周期の 1/5000 とした。周期的に定常解が得られるまで計算を繰り返したが、初期値の影響は半周期ではほぼ消滅することがわかった。

3. 結果ならびに考察

ここでは紙数の制約上、 $s=1.65$, $u_0^2/gd=35.3$, $R=10^8$, $u_0 d/\nu=5250$ のケースについて、流体の水平流速 $\bar{u}$ 、底質粒子の水平移動速度 $\bar{u}_s$ 、濃度 c の計算結果を

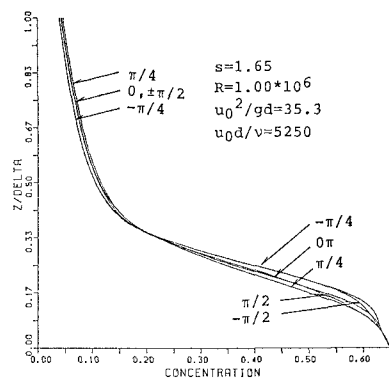


図-1 濃度 c の鉛直分布

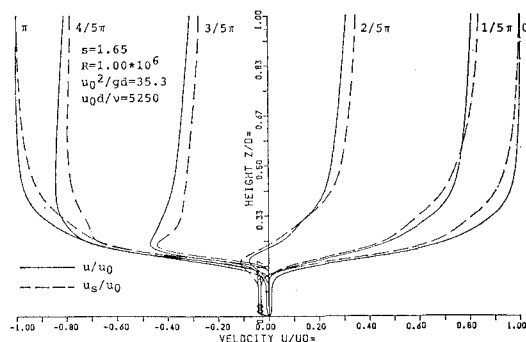


図-2 流体相の水平流速 u および固相の水平移動速度 u_s の鉛直分布

示す。図-1 は濃度 c の鉛直分布を示したものである。このケースでは不動層近くの $z/\bar{\delta} < 1/6$ で c は $c_{\max}$ に近い値となり、 $z/\bar{\delta} > 1/4$ では c の値がほぼ指数関数的に減少することがわかる。

図-2 は、 $\bar{u}$ および $\bar{u}_s$ の鉛直分布を示したものである。不動層に近い $z/\bar{\delta} < 1/6$ の領域では、底質濃度が大きいために粒子間応力項が卓越し、 $\bar{u}_s$ はほぼ 0 となることがわかる。流体相の速度 $\bar{u}$ も $\bar{u}_s$ が 0 に近いために粒子・流体間の抗力抵抗により小さな値となる。それより上方の $1/6 < z/\bar{\delta} < 1/3$ の領域では、ほぼ全位相を通じて $|\bar{u}| > |\bar{u}_s|$ となる。これは $\bar{u}_s$ に対しては (33) 式右辺第 3 項の粒子間応力項が作用するため $\bar{u}$ より値が小さくなるためと考えられる。それより上方の $z/\bar{\delta} > 1/3$ の領域では加速期に $|\bar{u}| > |\bar{u}_s|$ となり、減速期に $|\bar{u}_s| > |\bar{u}|$ となる。これは底質粒子の慣性が水粒子のそれより大きいためで、比重 s が大きくなるほどこの効果が大きくなる。なお、ここには示していないが、位相 0 における $\bar{u}$ の鉛直分布はある領域で対数分布となり、それを延長したときの z 切片は他の 3 つのパラメータが同じ場合、比重 s の減少とともに大きくなることがわかった。

$\bar{u}$ の位相変化を図-3 に示す。不動層に最も近い $z/\bar{\delta} = 0.1$ および 0.15 の $\bar{u}$ の位相変化は他の結果と比べ

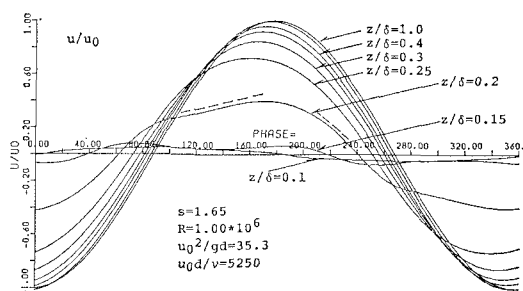


図-3 流体相の水平流速の位相変化

て特異であり、圧力勾配 $-dp/dx$ の位相変化とはほぼ等しくなる。このことは濃度がきわめて大きいところでは粒子間を流れる流速 $\bar{u}$ は圧力勾配によって支配されることを意味する。 $z/d=0.2$ 付近では $\bar{u}$ は比較的ゆっくり増加して極大値に達し、その後急に減少する。この特性は底質濃度の位相変化と密接に関連している。すなわち、外縁流速が 0 となる位相 $\pi/2, 3\pi/2$ 直後では、不動層近傍の濃度 c が c_{max} に近いために $\bar{u}_s$ がほぼ 0 となり、それにもなって $\bar{u}$ の流速変化も制約される。一方、位相 π の直後では濃度 c が減少しているため、 $\bar{u}$ の流速変化が容易に行われる。

4. あとがき

本研究は平坦移動床上的の振動流れに対して、流体相および底質相の流速場を記述する数学モデルを導いたものである。本解析には固相と固相の干渉力の表示や沈降速度と濃度の関係などいくつかの仮定を導入したが、これらは単純な流れの場に対する実験的な知見を準用している。固液混相流の乱流構造は未知な点が多いため、渦動粘性係数の設定にも議論の余地がある。しかし、得られた鉛直分布や位相変化に関する結果は、十分首肯できるものであり、またここでは示していないが本計算結果は Ahilan らの実験結果ともほぼ一致することもわかった。紙数の関係で示せなかった他の計算結果ならびに

考察結果については別の機会に発表したい。

参考文献

- 浅野敏之・河田暢亮 (1988): 移動床上的の振動流れのエネルギー逸散に関する研究, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 302~306.
- 香取完和・渡辺 晃・堀川清司 (1980): シートフロー状態の底質移動に関する研究, 第 27 回海岸工学講演会論文集, pp. 202~206.
- 山下俊彦・沢本正樹・横山博美 (1984): 非定常流による平坦床漂砂量と砂の移動機構に関する実験的研究, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 281~285.
- Ahilan, R. V. and J. F. A. Sleath (1987): Sediment transport in oscillatory flow over flat beds, Proc. ASCE, Vol. 113, HY3, pp. 308~322.
- Asano, T. (1988): Energy dissipation in oscillatory flow over plane movable beds, Prog. Report No. 68, Technical University of Denmark, pp. 3~14.
- Bakker, W. T. and W. G. M. van Kesteren (1986): The dynamics of oscillatory sheetflow, Proc. 20th ICCE, pp. 940~954.
- Bagnold, R. A. (1954): Experiments on a gravity free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear, Proc. of Roy. Soc., A225, pp. 49~63.
- Bogardi, J. (1974): Sediment Transport in Alluvial Streams, Akademiai Kiado, Budapest, Hungary, p. 826.
- Grant, W. D. and O. S. Madsen (1982): Movable bed roughness in unsteady oscillatory flow, J. of Geophy. Res., Vol. 87, No. C1, pp. 469~481.
- Glenn, S. M. and W. D. Grant (1987): A suspended sediment stratification correction for combined wave and current flow, J. of Geophy. Res., Vol. 92, No. C8, pp. 8244~8264.
- Kobayashi, N. and S. N. Seo (1985): Fluid and sediment interaction over a plane bed, Proc. of ASCE, Vol. 111, HY6, pp. 903~921.
- Murray, J. D. (1965): On the mathematics of fluidization, J. Fluid Mech. Vol. 21, Part 3, pp. 465~493.
- Richardson, J. F. and M. A. daS. Jeronimo (1979): Velocity-voidage relations for sedimentation and fluidization, Chem. Eng. Sci., pp. 1419~1422.
- Savage, S. B. and S. McKeown (1983): Shear stresses developed during rapid shear of concentrated suspensions of large spherical particles, J. Fluid Mech., Vol. 127, pp. 453~472.