

鉛直 2 次元海浜流モデル

—数 値 計 算 法—

山下隆男*・Dadang Ahmad S.**・穴倉知広***・土屋義人****

1. 緒 言

3次元海浜流, 海浜変形モデルの確立をひとつの目標として, 水平, 鉛直2次元海浜流モデル, 碎波現象のモデル化, 碎波帯における漂砂機構, 漂砂量則等に関する研究が精力的に行われるようになってきている。しかしながら, 碎波帯における流体運動は, 碎波現象により波浪場から乱流場へのエネルギー保有形態が時・空間的变化する noisy な流れの場を形成しており, この現象の把握, モデル化には未だ多くの課題が残されているといえよう。

さて, 海浜流モデルについて概観してみると, 運動の時・空間スケールによって, 水平および鉛直方向に分けてモデル化がなされてきた。水平モデルでは, 鉛直(水深)方向に積分平均化した基礎方程式系が用いられることが多いが, このモデル化では, 碎波帯内に形成されるせん断流特性が考慮できないため, 底面摩擦が誤評価されることになる。このため水平モデルを改良し, 準3次元場へ拡張するためには, 流れの場の鉛直分布特性を付加的情報として与える必要がある。すなわち, 平均流, 乱流の鉛直分布特性を知る必要がある。undertow モデルに始まる鉛直2次元海浜流モデルの開発は, 上述の必要性の観点から, 3次元海浜流モデルへの第1ステップとして位置づけることもできよう。

しかしながら, これまでに展開されてきた undertow モデル(Svendsen, 1984b)では, 平均流の鉛直分布を得ることが主目的で, 乱流場にはゼロ方程式モデルが用いられ, その内部構造に深い検討がなされていなかった点, 岸沖方向の変化が無視されていた点において, 碎波帯内の流れの場の鉛直分布特性を知るという目的のためには十分な意識を持っていなかったように思われる。このような反省から, 山下ら(1988b)は, $k-\epsilon$ 乱流モデルを導入した鉛直2次元海浜流モデルの開発を始め, その基礎方程式系を示した。本研究は, このモデルの数値計算法を検討し, その第1段階として, 平均流場の計算を行い,

過去に行われた実験結果との比較により, モデルの可能性を調べるものである。

2. モデルの概説

モデル方程式の誘導に関しては, 山下ら(1988b)に詳しいので, 以下ではモデル化の概念を述べ, 得られた基礎方程式を示す。

碎波帯を岸沖方向に切断し, 流れの場の特性を考慮して領域分けを試みると, ひとつの方法として, 図-1に示すような区分が考えられる。すなわち, 非回転運動で近似が可能であろう波動運動の卓越する領域(shoaling region). 碎波点から plunge point (spiller の場合には第2碎波水平渦の停止点)までの領域で, 碎波により生成された大規模渦が stretching されそのスケールを減じつつ移流・拡散され海底面に到達するまでの遷移領域(outer 又は transition region). および, これより岸側では準定常的 bore に近い碎波の伝播する領域(inner region)と汀線近くでの swash region のように区分できよう(山下ら, 1988a)。

ここでは, inner region での鉛直循環流および乱流場を考える。この場合, 碎波に伴う岸向きの質量輸送ともどり流れ(undertow)とで形成されるせん断流構造を考慮して, 碎波の crest-trough 間の運動を記述する surface layer と平均海面下の inner layer との2層モデルとする。ここで, 両 layer の境界面(平均海面)および碎波波高は未知であり, これらを厳密な意味での2 layer model として決定することは若干オーバーロードである。そこで, この両未知量は, 鉛直方向に積分平均化した「従来の碎波帯内における波高分布モデル」で十分に実験値を説明できる点を利用することとする。すなわち,

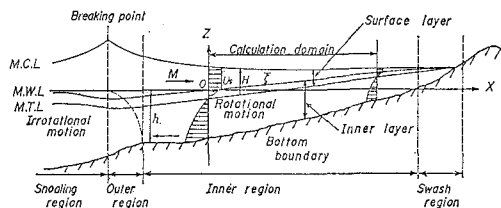


図-1 座標系と記号

* 正会員 工博 京都大学助手 防災研究所

** 工博 Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Hasanuddin University, Indonesia

*** 正会員 工博 (株)大林組 土木設計部

**** 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

砕波波高, 平均海面の計算には, 1st iteration として従来のモデル(ここでは Svendsen(1984a) のモデルを用いる)を使い, inner layer での平均流, 乱流場が計算された段階で, 2nd iteration として, 従来モデルに Reynolds stress の影響を導入する feedback 方式とし, 以後このモデルを interface model と呼ぶ。

最初に, interface model により, 境界面および砕波のエネルギー散逸が求まると, surface および inner layer における定式化が容易となる。まず surface layer においては, 質量および運動量保存則より, 平均流, 波浪および乱れの成分分離を仮定して, crest-trough 間での積分平均, 波浪の1周期間の時間平均操作により, inner layer における平均流の運動学的, 力学的境界条件を得る。

一方, inner layer においては, 同様の成分分離の仮定と時間平均操作により, 定常状態における平均流の基礎方程式および乱流場の k - ε 方程式を得る。以下に, これらの方程式系を示す。

(a) Inner layer の平均流場

$$\nabla^2 \phi = \Omega \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \Omega}{\partial x} \right) - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left(4\nu_t \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) \right\} = \nu \nabla^2 \Omega \quad \dots\dots\dots (2)$$

(b) Inner layer の乱流場

$$\bar{u} \frac{\partial k}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \text{Prod} - \varepsilon \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} \text{Prod} - C_{2\varepsilon} \varepsilon) \quad \dots\dots\dots (4)$$

(c) Surface layer: inner layer における平均流場の境界条件を与える。

運動学的境界条件

$$\bar{u}(\bar{\zeta}) \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} - \bar{w}(\bar{\zeta}) = - \frac{\partial}{\partial x} \int_{\bar{\zeta}}^{\zeta} u dz \quad \dots\dots\dots (5)$$

力学的境界条件

$$\nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \Big|_{z=\bar{\zeta}} = - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{g}{2} \left(H^2 B_0 + \frac{A^2}{L^2} \right) \right\} = \frac{\tau_s}{\rho} \quad \dots\dots\dots (6)$$

(d) Interface model: 平均海面, 砕波波高を計算する。Svendsen (1979) モデルの運動方程式を, 次のように修正し, 2nd iteration で Reynolds stress を導入する。

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\bar{\zeta}} \rho \bar{u} \bar{u} dz + \frac{\partial}{\partial x} (S' + S_w) = - \rho g (h + \bar{\zeta}) \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$S' = \int_{-h}^{\bar{\zeta}} \rho \left(2\nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{2}{3} k \right) dz \quad \dots\dots\dots (8)$$

以上の式中, オーバーバーは時間平均操作を意味し, $\bar{u}, \bar{w}$: 水平, 鉛直方向の平均流速, ν, ν_t : 流体の動粘性および渦動粘性係数, g : 重力加速度, ρg : 流体の単位体積重量, H : 波高, T : 波の周期, L : 波長, A : surface roller の面積, B_0 : 波形パラメータ(1988b), S_w : radiation stress, S' : Reynolds stress, k : 乱れの kinetic energy (TKE), ε : TKE の散逸率(1988b), Prod: TKE の生成率, $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}$: それぞれ k - ε モデルの定数で, 1.0, 1.3, 1.44 および 1.92 で与えられる。また, 平均流場の渦度 Ω および流れ関数 ϕ では, 次式で定義される。

$$\Omega = \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = \bar{u}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\bar{w} \quad \dots\dots (9)$$

3. 数値計算法の検討

3.1 座標変換

任意形状の計算領域に対して, 的確に境界条件を与えかつ効率の良い格子生成を行うために, Fourier 級数による等角写像変換を用いる。次式の変換により, 図-2に示すように $Z=x+iz$ 平面を $\zeta^*= \xi+i\eta$ 平面へ写像する。

$$x(\xi, \eta) = \xi + \sum_{n=1}^N (b_n \sinh nk_0 \eta + c_n \cosh nk_0 \eta) \sin nk_0 \xi \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$z(\xi, \eta) = b_0 + \eta + \sum_{n=1}^N (b_n \cosh nk_0 \eta + c_n \sinh nk_0 \eta) \cos nk_0 \xi \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに, $k_0 = \pi/\lambda$ であり, 平均海面および海底面が $\eta = \pm \beta$ でマッチングするように Fourier 係数, b_n, c_n を最小自乗的に決定する。方法に関する詳細は紙面の都合上省略するが, Wanstrath ら(1976)が陸棚上での高潮数値計算に使っているので参考にされたい。

3.2 変換座標におけるモデル方程式

ζ^* 平面におけるモデル方程式は, Jacobian

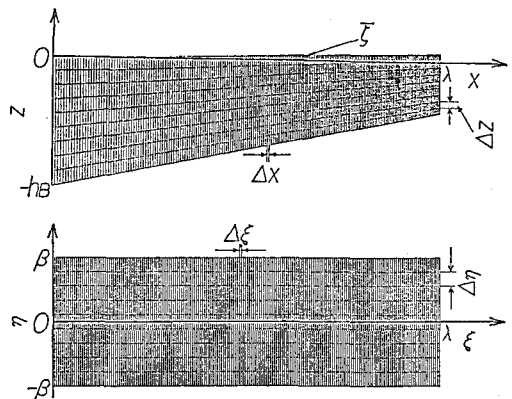


図-2 [座標変換]

$$J^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \xi} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

を用いて、以下のように書き換えられる。

(a) Inner layer の平均流場

$$F_{(\xi, \eta)}^2 \psi = J^2 \Omega \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$D_x(\psi) \left(a \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} - b \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right) - D_x(\psi) \left(a \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} + b \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} \right) - F^*(\Omega, \nu_t) = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、

$$\begin{aligned} F^*(\Omega, \nu_t) &= -4D_{xx}\psi D_{xx}\nu_t \\ &\quad + \{D_{xx}(\nu_t) - D_{xx}(\psi_t)\} \{\Omega - 2D_{xx}(\psi)\} \\ a &\equiv \frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right), \quad b \equiv \frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial z}{\partial \xi} \right), \quad F_{(\xi, \eta)}^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \\ a \frac{\partial}{\partial \xi} - b \frac{\partial}{\partial \eta} &\equiv D_x, \quad a \frac{\partial}{\partial \eta} + b \frac{\partial}{\partial \xi} \equiv D_z \\ D_{xx}(\quad) &= a D_{\xi\xi}(\quad) + b D_{\eta\eta}(\quad) - a D_{\xi\eta}(\quad) \\ &\quad - b D_{\eta\xi}(\quad) \\ D_{zz}(\quad) &= a D_{\eta\eta}(\quad) + b D_{\xi\xi}(\quad) + a D_{\eta\xi}(\quad) \\ &\quad + b D_{\xi\eta}(\quad) \\ D_{xz}(\quad) &= D_{zx}(\quad) = a D_{\xi\eta}(\quad) - b D_{\eta\xi}(\quad) \\ &\quad + a D_{\xi\eta}(\quad) - b D_{\eta\xi}(\quad) \\ D_{\xi\xi}(\quad) &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(a \frac{\partial}{\partial \xi} \right), \quad D_{\xi\eta}(\quad) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(a \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \\ D_{\eta\xi}(\quad) &= \frac{\partial}{\partial \eta} \left(a \frac{\partial}{\partial \xi} \right), \quad D_{\eta\eta}(\quad) = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(a \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \end{aligned}$$

(b) Inner layer の乱流場

$$\begin{aligned} a \frac{\partial}{\partial \xi} (\bar{u}k) - b \frac{\partial}{\partial \eta} (\bar{u}k) + a \frac{\partial}{\partial \eta} (\bar{w}k) + b \frac{\partial}{\partial \xi} (\bar{w}k) \\ - \left\{ a \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) - b \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \right\} \left(a \frac{\partial k}{\partial \xi} - b \frac{\partial k}{\partial \eta} \right) \\ - \left\{ a \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) + b \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \right\} \left(a \frac{\partial k}{\partial \eta} + b \frac{\partial k}{\partial \xi} \right) \\ - \frac{\nu_t}{\sigma_k J^2} F_{(\xi, \eta)}^2 k = \text{Prod} - \varepsilon \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a \frac{\partial}{\partial \xi} (\bar{u}\varepsilon) - b \frac{\partial}{\partial \eta} (\bar{u}\varepsilon) + a \frac{\partial}{\partial \eta} (\bar{w}\varepsilon) + b \frac{\partial}{\partial \xi} (\bar{w}\varepsilon) \\ - \left\{ a \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) - b \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \right\} \left(a \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} - b \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} \right) \\ - \left\{ a \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) + b \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \right\} \left(a \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} + b \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} \right) \\ - \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon J^2} F_{(\xi, \eta)}^2 \varepsilon = \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} \text{Prod} - C_{2\varepsilon} \varepsilon) \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} \text{Prod} &= \text{Prod}_s \\ &\quad + \nu_t [2D_{xx}(\bar{u})^2 + 2D_{zz}(\bar{w})^2 + \{D_z(\bar{u}) + D_x(\bar{w})\}^2] \\ &\quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

Prod_s は interface において碎波により生成、供給される TKE の生成項で、水理跳水のモデルによると、

$$\text{Prod}_s = \frac{gH^2 D}{4h^2 T} \quad \dots\dots\dots (18)$$

で与えられる。ここで、 D はエネルギー散逸率であり、Prod_s の項は境界面以外ではゼロとなる。

(c) 境界条件

平均流の運動学的境界条件

$$\phi_s = - \int_{\xi}^{\eta} u dz = -M_s \quad \dots\dots\dots (19)$$

平均流の力学的境界条件

$$\Omega_s = \frac{\tau_s}{\rho \nu_t} \Big|_s - \frac{\partial^2 M_s}{\partial \xi^2} \Big|_s \quad \dots\dots\dots (20)$$

3.3 数値モデル

得られたモデル方程式は、楕円型の流れ関数方程式と移流・拡散方程式の渦度、 k - ε 方程式とからなる。前者に対しては、SOR 法 (successive over-relaxation method) を適用し、後者に対しては、移流特性を 2 次の精度で導入した Dennis-Chang 法 (1969) を用いることとする。特に、移流・拡散方程式においては、数値粘性が実際の粘性特性を壊さないよう、格子 Reynolds 数 (Péclet 数) を評価し、空間きざみを設定する必要がある。以下に、平均流場の離散方程式を示す。

流れ関数方程式

$$\begin{aligned} \phi_{i,j}^{n+1} &= \phi_{i,j}^n + \frac{\omega}{2(1+\gamma)} \{ \phi_{i+1,j}^n + \phi_{i-1,j}^n + \gamma^2 \phi_{i,j+1}^n \\ &\quad + \gamma^2 \phi_{i,j-1}^n - \Delta \xi^2 (J^2 \Omega)_{i,j} - 2(1+\gamma^2) \phi_{i,j}^n \} \\ &\quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

ここに、 $\gamma = \Delta \xi / \Delta \eta$ 、 ω : 加速係数で 1~2 を与える。

渦度方程式

$$\mathcal{A}_{UD}(\Omega^{n+1}) - \mathcal{D}(\Omega^{n+1}) = \mathcal{A}_{UD}(\Omega^n) - \mathcal{A}_{OD}(\Omega^n) \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{UD}(\Omega) &= \frac{U+|U|}{2\Delta x} (\Omega_{i,j} - \Omega_{i-1,j}) \\ &\quad + \frac{U-|U|}{2\Delta x} (\Omega_{i+1,j} - \Omega_{i,j}) \\ &\quad + \frac{V+|V|}{2\Delta z} (\Omega_{i,j} - \Omega_{i,j-1}) \\ &\quad + \frac{V-|V|}{2\Delta z} (\Omega_{i,j+1} - \Omega_{i,j}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{OD}(\Omega) &= \frac{1}{2\Delta x} \{ (U\Omega)_{i+1,j} - (U\Omega)_{i-1,j} \} \\ &\quad + \frac{1}{2\Delta z} \{ (V\Omega)_{i,j+1} - (V\Omega)_{i,j-1} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(\Omega) &= \frac{1}{\Delta x^2} \{ (\nu_t \Omega)_{i+1,j} - 2(\nu_t \Omega)_{i,j} + (\nu_t \Omega)_{i-1,j} \} \\ &\quad + \frac{1}{\Delta z^2} \{ (\nu_t \Omega)_{i,j+1} - 2(\nu_t \Omega)_{i,j} + (\nu_t \Omega)_{i,j-1} \} \end{aligned}$$

$$U = a D_z(\psi) - b D_x(\psi), \quad V = -\{a D_x(\psi) + b D_z(\psi)\}$$

式 (22) において、 n は iteration の数であり、この方法の適用に当っては、iteration の初期において、次式のような damping 係数 α を適切に選ぶことが計算効率の向上に大きく影響する。

$$\Omega^{n+1} = \alpha \Omega_n \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここでは、 $\alpha=0.1$ より始め、 n の増加に伴って α を 1 に近づけた。なお、式 (22) からわかるように、この方法は、1 次の精度の風上差分に、右辺の修正項を加えたもので、解が収束し、 $\Omega^{n+1}=\Omega^n$ となると、2 次精度の中央差分に一致する。また、 k - ε 方程式系に関してもこの方法を適用することができる。

一方、境界条件は、Woods の方法に従って、未知数 Ω を境界のまわりで Taylor 展開し、流れ関数 ψ を用いて、次式のように与えることができる。

$$\Omega_0 = -\frac{1}{2}\Omega_1 - \frac{3}{4x^2}(\psi_1 - \psi_0) + O(4x^2) \quad \dots\dots (24)$$

ここに、サフィックス 0, 1 は、それぞれ境界上および 1 メッシュ内側の値を意味する。

3.4 計算手順

図-3 に計算のフローチャートを示すように、まず水深、入射波条件を与え、interface model により平均海面および碎波波高を求める。次に、 ν_t を適当に仮定し、inner layer での平均流場を収束解が得られるまで計算する。得られた平均流場での k - ε 方程式系から k , ν_t を求め、interface model へ Reynolds stress を feedback させる。この手順を繰り返す、収束解を得る。

以上の過程において、 k - ε モデルにゼロ又は 1 方程式モデルを代用することも可能であり、 k -方程式の生成項の interface における境界条件および interface model に、よりの確に碎波特性を表現できるモデルを適用することも可能である。

3.5 平均流場の計算例

以上のようなモデル方程式、計算アルゴリズムにより、 k - ε モデルで乱流特性を記述する鉛直 2 次元海浜流場の計算が可能となるが、周囲依存型の方程式系であるため、平均流、乱流特性に整合性のある境界条件を well-posed な境界値問題となるように与えるためには、未だ検討の余地がある。そこで、ここでは Madsen ら(1988) の示した、次式の ν_t を用いて平均流場の計算を試みた。

$$\nu_t = \Omega_T A (u_s - u_b) b f' \left(\frac{z-a}{b} \right)$$

$$\approx 0.01 \cdot c \cdot \frac{h}{2} \cdot 1.35 = 0.00675 h \sqrt{gh} \quad \dots\dots (25)$$

図-4 は Hansen & Svendsen (1979) の実験値と interface model の計算結果を、波速 c 、波高 H および平均海面 ξ について比較したものである。図中、 h_B は碎波水深で、海底勾配は $1/34.26$ 、沖波波形勾配 $H_0/L_0 = 0.024$ である。Reynolds stress としての feedback は入

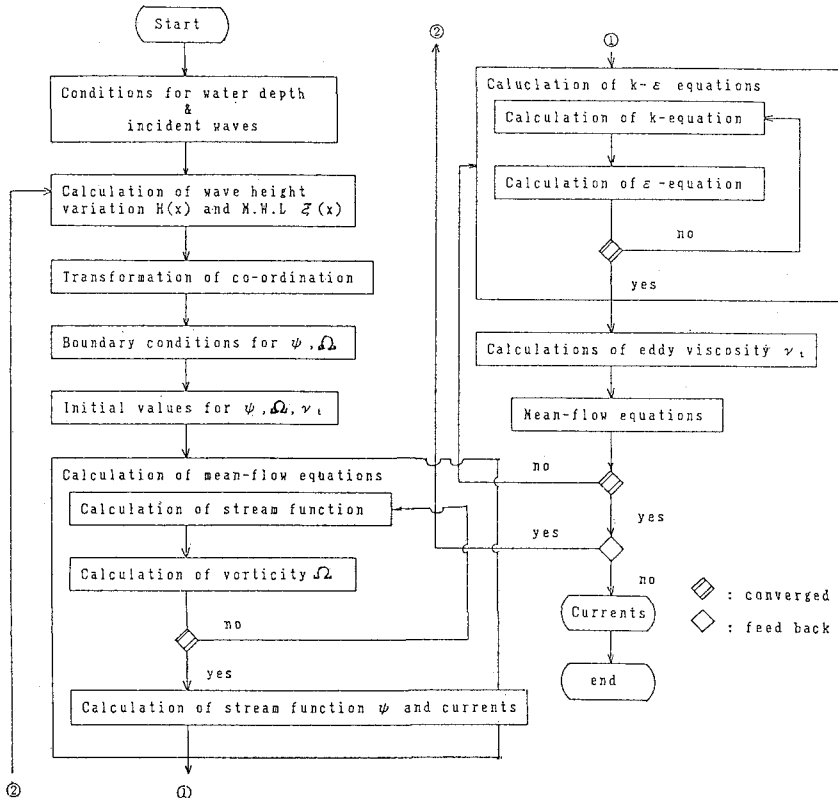
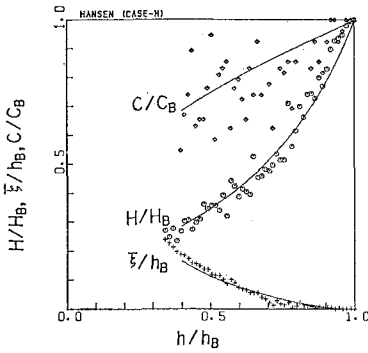
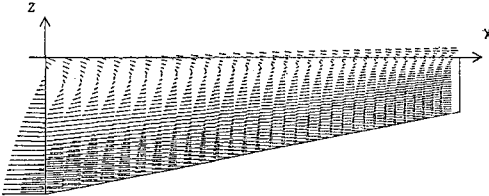


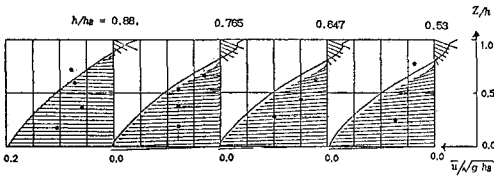
図-3 数値モデルのフローチャート



図—4 波速, 波高, 平均海面の実験値と計算結果との比較



図—5 Stive & Wind(1985) の実験条件に基づく鉛直 2 次元循環流の計算結果



図—6 Stive & Wind(1985) の undertow の実験値 (黒丸) と計算結果との比較

っていないが, ほぼ実験値を説明できる結果が得られることがわかる。

図—5 および 6 は, Stive & Wind(1985) の実験条件に従って平均流速ベクトルおよび $h/h_B=0.880, 0.765, 0.647$ および 0.530 の点での undertow の流速分布 (黒丸) と計算された水平流速分布 (実線) および流速ベクトルとを比較したものである。計算では海底面における

slip 境界条件を用いているため, 底面で早い流速をもつ分布となっているが, オーダー, 分布形ともに encouraging な結果が得られた。なお, この場合の海底勾配は $1/40, H_0/L_0=0.032$ であり, 両側方境界条件として, 2 次式で与えられる平均流速分布を仮定した。

4. 結 語

乱流場を $k-\epsilon$ モデルで記述する鉛直 2 次元海浜流モデルおよびその数値計算法を検討し, 平均流場の計算を試みた結果, 渦度・流れ関数系で表示される inner layer での平均流場は, Dennis-Chang 法で計算でき, undertow の実験結果と比較的良好一致が得られた。

今後, 平均流, 乱流場に整合性のある境界条件を検討し, 本研究で示した計算方法により完全収束解を得ることを試みる予定である。

参 考 文 献

- 山下隆男・James R. Tallent・土屋義人 (1988a): 碎波水平渦の生成機構と移動特性, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 54~58.
- 山下隆男・Dadang Ahmad・穴倉知広・土屋義人 (1988b): 鉛直 2 次元海浜流モデル, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 267~271.
- Dennis, S. C. R. and Chang, G. Z. (1969): Numerical integration of the Navier-Stokes equations for steady two-dimensional flow, Phys. Fluids, Suppl. II, pp. II-88~II-93.
- Hansen, J. B. and Svendsen, Ib. A. (1979): Regular waves in shoaling water, experimental data, Inst. Hydrodyn. Hydr. Eng., Series Paper 21, 20 p.
- Madsen, P. A. and Svendsen, Ib. A. (1983): Turbulent bores and hydraulic jumps, J. Fluid Mech., 129, pp. 1~25.
- Stive, M. J. F. and Wind, H. G. (1985): Cross-shore mean flow in the surf zone, Delft Hydr. Lab. Rep., R1351, 15 p.
- Svendsen, Ib. A. (1984a): Wave heights and set-up in a surf zone, Coastal Eng., Vol. 8, pp. 303~329.
- Svendsen, Ib. A. (1984b): Mass flux and undertow in a surf zone, Coastal Eng., Vol. 8, pp. 347~365.
- Wanstrath, J. J., Whitaker, R. E., Reid, R. O. and Vastano, A. C. (1976): Storm surge simulation in transformed coordinates, Vol. I, TR No. 76-3, CERC, 166 p.