

多方向不規則波の造波信号発生法に関する検討

高山知司*・平石哲也**・立石義博***

1. ま え が き

波浪に関する水理模型実験を精度よく行うためには、実際の海の波と同じ特性を有する多方向不規則波を実験水槽内に再現することが非常に重要である。多方向不規則波を造波する装置として、斜め方向に進む規則波を造波する装置として開発されたサーベント型造波装置がある。世界の主要な研究所では、サーベント型造波装置を整備すると共に、いろいろな実験に用いている (Miles, 1986)。港湾技術研究所でも、昭和 57 年度よりサーベント型造波装置の開発に着手し、現在 2 つの造波機を所有している。一つは、80 cm 幅の造波板を持つピストンタイプの造波機 35 台からなり (高山ら, 1985)、もう一つは、50 cm 幅の造波機 30 台からなっている。

サーベント型造波装置で多方向不規則波を造波するための造波信号をシミュレートする手法としては、二つの方法がある。一つは、シングルサンメーション法と呼ばれ、多方向不規則波を構成する周波数の異なる各成分波がそれぞれ異なる波向を持つものとして、これらの成分波を多数重ね合わせることによって、多方向不規則波を造波する手法である。もうひとつは、ダブルサンメーション法と呼ばれ、同一の周波数に対して、波向の異なる成分波が多数存在するものとして、これらの成分波を重ね合わせることによって、多方向不規則波を造波する手法である。

サーベント型造波装置で造波された多方向不規則波の特性については 2, 3 の文献 (例えば, Burcharth ら, 1986; Briggs ら, 1987) で報告されている。しかし、両手法のどちらが造波方法として適しているかについては十分な検討がなされていない。

そこで本研究では、目標とする多方向不規則波を再現するためには、最低限どれだけの成分波を重ね合わせなければならないかを検討して、どちらの手法が適当か理論的に明らかにすることにした。そのために、本研究では、サーベント型造波装置で造波された多方向不規則波

のクロススペクトルを理論的に求めた。そして実際に、設定した成分波数で造波した多方向不規則波の方向分布特性が、造波目標とした方向分布特性と一致することを示した。

2. 多方向不規則波のクロススペクトル

(1) 斜め波の理論式

サーベント型造波装置の各造波板が、同一の振幅と周期で、一定の位相差をもって運動すると、造波板列の法線方向から傾いた方向に進む斜め波を造波することができる。このような斜め波の波形が理論的に解析できることを著者の一人は既に示している (Takayama, 1982)。

図-1 のように座標系を設定する。図に示すように、サーベント型造波装置は、 $(N_+ + N_- + 1)$ 台の造波板幅 b のピストンタイプの造波機からなるものとする。斜め波を造波するときの i 番目の造波板の変位は次式で示される。

$$\eta_i = \frac{a}{F} \sin(\sigma t - i k b \cos \theta + \varepsilon) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 a , k , θ , ε および σ はそれぞれ斜め波の振幅、波数、波向、位相および角周波数である。ただし、波向は x 軸方向を 0° とし、反時計回りを正として定義する。 t および h は時間および水深である。 F は造波効率で、ピストンタイプ造波機の場合次式で示される。

$$F = \frac{2 \sinh^2 k h}{k h \left(1 + \frac{\sinh 2 k h}{2 k h} \right)} \quad \dots\dots\dots (2)$$

式 (1) のように造波板が動いた場合に、造波される斜め波の (x, y) における波形 ζ_{ob} は、定常減衰波の項を無視すると次式で示される。

$$\begin{aligned} \zeta_{ob} = & \sum_{i=-N_-}^{N_+} \frac{a}{2} \left\{ \sin(\sigma t - i k b \cos \theta) \right. \\ & \times \int_{(i-1/2)kb}^{(i+1/2)kb} N_0(\sqrt{(kx-q)^2 + (ky)^2}) dq \\ & \times \cos(\sigma t - i k b \cos \theta) \\ & \times \int_{(i-1/2)kb}^{(i+1/2)kb} J_0(\sqrt{(kx-q)^2 + (ky)^2}) dq \\ & \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここに、 $N_0(x)$ および $J_0(y)$ はそれぞれ、0 次のベッ

* 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所 水工部波浪研究室長
 ** 正会員 工修 運輸省港湾技術研究所 水工部主任研究官
 *** 運輸省港湾技術研究所 水工部波浪研究室

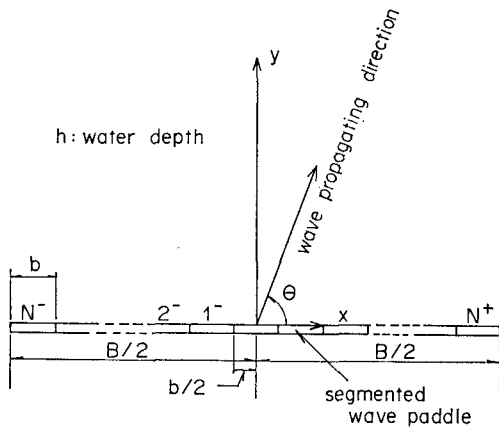


図-1 座標系

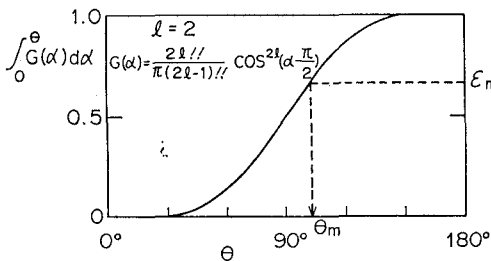


図-2 波向の決定法

セルおよびノイマン関数である。

(2) 多方向不規則波の造波信号

それぞれ異なった周波数、振幅および波向を持つ多くの斜め波が線形的に重ね合わさったものとして多方向不規則波を表すことができるとすると、多数の斜め波を同時に起こすことによって、多方向不規則波を発生させることができる。したがって、多方向不規則波の造波信号は斜め波の造波信号を重ね合わせることによって造ることができる。

多方向不規則波を造波するときの i 番目の造波板の変位は、シングルサンメーションおよびダブルサンメーション法のどちらの手法にしたがうかによって異なる。

1) シングルサンメーション法

この手法では、異なった周波数の成分波はそれぞれ異なった波向を持つ。 i 番目の造波板の変位 η_i は、 N_s 個の成分波の線形重ね合わせとして次式で表わされる。

$$\eta_i(t) = \sum_{n=1}^{N_s} \frac{a_n}{F_n} \sin(\sigma_n t - i k_n b \cos \theta_n + \varepsilon_n) \quad (4)$$

ここに、 σ_n , k_n , および F_n は、それぞれ n 番目の成分波の角周波数、波数および造波効率である。 ε_n は成分波の位相で、 $0 \sim 2\pi$ の値を持つ一様乱数として与える。 n 番目の成分波の振幅 a_n は次式であたえられる。

$$a_n = \sqrt{2S(f_n) \Delta f_n} \quad (5)$$

ここに、 f_n , $S(f_n)$ および Δf_n は、それぞれ代表周波数、周波数スペクトルおよび周波数幅である。周波数幅 Δf_n と代表周波数 f_n は、全エネルギーを N_s 等分したときの各区分幅と、それぞれの区間のエネルギーを 2 等分する周波数として与える。

図-2 は、 n 番目の成分波の波向の求め方を示した図である。図に示されるように、多方向不規則波の方向分布特性を規定する方向関数 $G(\theta)$ を確率密度関数とみなして、 $0 \sim 1$ の値をとる一様乱数 ε'_n を発生させて決定する。

2) ダブルサンメーション

このモデルでは、各周波数において、いろいろな方向に成分波が分布しているとすると、 i 番目の造波板の変位は次式で示される。

$$\eta_i(t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^{M_D} \frac{a_{nm}}{F_n} \sin(\sigma_n t - i k_n b \cos \theta_m + \varepsilon_{nm}) \quad (6)$$

ここに、 M_D は、方向分割数で、添え字 n および m は、 n 番目の周波数および m 番目の波向における値であることを示す。方向分割数 M_D は、方向分布関数形を M_D 個の点で表わした分布形で十分近似できるように 20 以上とした。 nm 番目の成分波の振幅 a_{nm} は次式で示される。

$$a_{nm} = \sqrt{2S(f_n, \theta_m) \Delta f_n \Delta \theta_m} \quad (7)$$

ここに、 $\Delta \theta_m$ は波向の微小区間を示し、 $S(f_n, \theta_m)$ は方向スペクトルで、 $S(f_n)$ と $G(\theta_m)$ の積として次式で表わす。

$$S(f_n, \theta_m) = S(f_n) \cdot G(\theta_m) \quad (8)$$

代表波向 θ_m は、 $0 \sim \pi$ の間を等分割した各区分の中心波向として与える。

(2) クロススペクトルの理論式

1) シングルサンメーション

シングルサンメーション法によって造波した多方向不規則波の波形は、斜め波の波形の線形重ね合わせとして、次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \zeta(x, y, t) = & \sum_{n=1}^{N_s} \sum_{i=-N_-}^{N_+} \frac{a_n}{2} \{ N_{in}^*(x, y) \\ & \times \sin(\sigma_n t - i k_n b \cos \theta_n + \varepsilon_n) \\ & + J_{in}^*(x, y) \cos(\sigma_n t - i k_n b \cos \theta_n + \varepsilon_n) \} \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、

$$\begin{aligned} N_{in}^*(x, y) &= \int_{(i-1/2)k_nb}^{(i+1/2)k_nb} N_0(\sqrt{(k_n x - q)^2 + (k_n y)^2}) dq \\ J_{in}^*(x, y) &= \int_{(i-1/2)k_nb}^{(i+1/2)k_nb} J_0(\sqrt{(k_n x - q)^2 + (k_n y)^2}) dq \end{aligned} \quad (10)$$

空間的に (X, Y) 離れた点における波形も式 (9) と同様に求められる。2 点における同時波形から、共分散関数が計算できる。シングルサンメーション法で造波された多方向不規則波の共分散関数 $\phi_0(\tau; X, Y)$ は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_0(\tau; X, Y) &= \sum_{n=1}^{N_s} \sum_{i=-N_-}^{N_+} \sum_{j=-N_-}^{N_+} \frac{a_n^2}{8} [N_{nij}^*] \\ &\quad \times \cos\{\sigma_n \tau + (i-j) k_n b \cos \theta_n\} \\ &\quad + J_{nij}^* \sin\{\sigma_n \tau + (i-j) k_n b \cos \theta_n\} \quad \dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここに、 τ は時間遅れであり、また

$$\left. \begin{aligned} N_{nij}^* &= N_{ij}^*(x, y) N_{jn}^*(x+X, y+Y) \\ &\quad + J_{in}^*(x, y) J_{jn}^*(x+X, y+Y) \\ J_{nij}^* &= J_{in}^*(x, y) N_{jn}^*(x+X, y+Y) \\ &\quad - N_{in}^*(x, y) J_{jn}^*(x+X, y+Y) \end{aligned} \right\} \dots\dots (12)$$

この共分散関数を用いて、クロススペクトルの実数部分であるコ・スペクトル C_0 および虚数部であるクオドラチャ・スペクトル Q_0 は次式のようになる。

$$\begin{aligned} C_0(f_n; X, Y) &= \frac{1}{8} S(f_n) \sum_{i=-N_-}^{N_+} \sum_{j=-N_-}^{N_+} [N_{nij}^*] \\ &\quad \times \cos\{(i-j) k_n b \cos \theta_n\} \\ &\quad + J_{nij}^* \sin\{(i-j) k_n b \cos \theta_n\} \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_0(f_n; X, Y) &= \frac{1}{8} S(f_n) \sum_{i=-N_-}^{N_+} \sum_{j=-N_-}^{N_+} [N_{nij}^*] \\ &\quad \times \sin\{(i-j) k_n b \cos \theta_n\} \\ &\quad - J_{nij}^* \cos\{(i-j) k_n b \cos \theta_n\} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

シングルサンメーション法では、異なる周波数の成分波にはそれぞれ異なる波向が対応しているため、上式で示されるクロススペクトルは一方方向規則波のクロススペクトルになる。したがって、クロススペクトルから計算される方向分布関数は、 θ_n を中心とした非常に鋭い分布形を示し、 θ_n は乱数 ε'_n によって大きく異なる。ゆえに、造波された多方向不規則波の方向分布関数を計算するためには、代表周波数 f_n の近傍の周波数におけるコおよびクオドラチャスペクトルを平均化する必要がある。波向は、 $G(\theta)$ を確立密度関数とする分布をするので、コおよびクオドラチャスペクトルの平均値 $\bar{C}_0$ および $\bar{Q}_0$ は次式に収束する。

$$\begin{aligned} C_0^*(f_n; X, Y) &= \frac{1}{8} S(f_n) \sum_{m=1}^{M_D} \sum_{i=-N_-}^{N_+} \sum_{j=-N_-}^{N_+} [N_{nij}^*] \\ &\quad \times \cos\{(i-j) k_n b \cos \theta_n\} \\ &\quad + J_{nij}^* \sin\{(i-j) k_n b \cos \theta_n\} G(\theta_m) \Delta\theta \\ &\quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_0^*(f_n; X, Y) &= \frac{1}{8} S(f_n) \sum_{m=1}^{M_D} \sum_{i=-N_-}^{N_+} \sum_{j=-N_-}^{N_+} [N_{nij}^*] \\ &\quad \times \sin\{(i-j) k_n b \cos \theta_n\} \\ &\quad - J_{nij}^* \cos\{(i-j) k_n b \cos \theta_n\} G(\theta_m) \Delta\theta \\ &\quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここに、 C_0^* および Q_0^* は、成分波数を非常に多くしたときの $\bar{C}_0$ および $\bar{Q}_0$ の収束値である。 $\Delta\theta$ は波向範囲を M_D 分割したときの波向幅を示す。

2) ダブルサンメーション法

ダブルサンメーション法で造波された多方向不規則波の波形は次式で示される。

$$\begin{aligned} \zeta(x, y, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^{M_D} \sum_{i=-N_-}^{N_+} \frac{a_{nm}}{2} [N_{in}^*(x, y)] \\ &\quad \times \sin(\sigma_n t - i k_n b \cos \theta_m + \varepsilon_{nm}) + J_{in}^*(x, y) \\ &\quad \times \cos(\sigma_n t - i k_n b \cos \theta_m + \varepsilon_{nm}) \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

シングルサンメーション法の場合と同様にして、クロススペクトルは次式で表わさされる。

$$\begin{aligned} C_0(f_n; X, Y) &= \frac{1}{8} S(f_n) \sum_{m=1}^{M_D} \sum_{r=1}^{M_D} \sum_{i=-N_-}^{N_+} \sum_{j=-N_-}^{N_+} [N_{nij}^*] \\ &\quad \times \cos\{(i \cos \theta_m - j \cos \theta_r) k_n b - (\varepsilon_{nm} - \varepsilon_{nr})\} \\ &\quad + J_{nij}^* \sin\{(i \cos \theta_m - j \cos \theta_r) k_n b \\ &\quad - (\varepsilon_{nm} - \varepsilon_{nr})\} \sqrt{G(\theta_m)} \sqrt{G(\theta_r)} \Delta\theta \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_0(f_n; X, Y) &= \frac{1}{8} S(f_n) \sum_{m=1}^{M_D} \sum_{r=1}^{M_D} \sum_{i=-N_-}^{N_+} \sum_{j=-N_-}^{N_+} [N_{nij}^*] \\ &\quad \times \sin\{(i \cos \theta_m - j \cos \theta_r) k_n b - (\varepsilon_{nm} - \varepsilon_{nr})\} \\ &\quad - J_{nij}^* \cos\{(i \cos \theta_m - j \cos \theta_r) k_n b \\ &\quad - (\varepsilon_{nm} - \varepsilon_{nr})\} \sqrt{G(\theta_m)} \sqrt{G(\theta_r)} \Delta\theta \quad \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

ここに、 $(\varepsilon_{nm} - \varepsilon_{nr})$ は、同じ周波数を持ち異なる波向の 2 つの成分波の間の位相のずれで、ダブルサンメーション法においては、この項が打消し合って消えることはない。したがって、コおよびクオドラチャスペクトルの値は、成分波の位相に大きく影響される。成分波の数が非常に大きい場合には、式 (18), (19) のクロススペクトルは、シングルサンメーション法と同様に式 (15), (16) に収束する。

(3) 方向分布関数の理論値

ここでは、非常に多数の成分波を重ね合わせることによって、式 (15), (16) で示したようなクロススペクトルが得られたものとする。そして、周波数スペクトルとしてプレットシュナイダー光易型、方向分布関数として光易型を用い、図-3 に示すような波高計アレイで、多方向不規則波形を測定するものとする。

図-4 は、波高計アレイで観測された同時波形から、

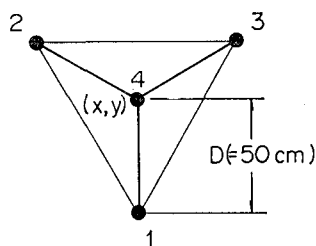


図-3 波高計アレイ

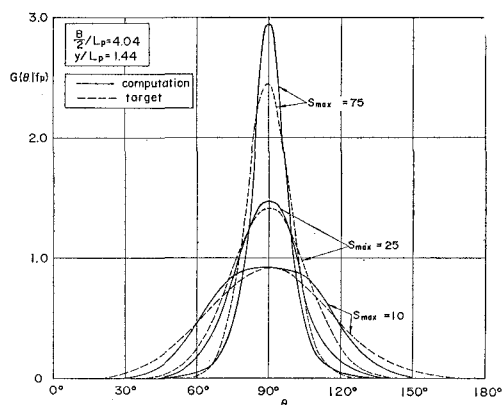


図-4 方向分布関数における理論値と目標値の比較

ベイズモデルによる波向推定法（橋本, 1987）によって、方向分布関数を理論的に計算した結果である。図では、方向集中度パラメータ S_{max} （合田ら, 1975）に対して、理論計算値と目標値を比較した。理論値と目標値はよく一致しており、クロススペクトルが、式 (15), (16) に収束すれば、目標とする多方向不規則波が水槽内のある範囲で造波できることがわかる。

3. 多方向不規則波を造波するために必要な成分波数に関する理論的検討

クロススペクトルは、図-3 に示した波高計アレイについて計算するものとし、目標とする方向分布関数は、次式で示されるものを用いた。

$$G(\theta) = \frac{2l!!}{(2l-1)!!\pi} \cos^{2l}\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 $2l!! = 2l \cdot (2l-2) \cdot \dots \cdot 4 \cdot 2$ および $(2l-1)!! = (2l-1)(2l-3) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 1$ である。計算においては、 $N_+ + N_- + 1 = 30$, $b = 50$ cm, $h = 60$ cm, 有義波周期 $T_{1/3} = 1.5$ s とした。また、ピーク周波数 f_p に対応する規則波の波長 L_p に関して、 $x/L_p = 0$, $y/L_p = 1.88$ となる位置にアレイの中心を設置した。

シングルサンメーションおよびダブルサンメーションの両手法について、滑らかな方向分布関数を求めるためには、代表周波数 f_n の近傍において、クロススペクトルを平均化する必要がある。図-5 は、ピーク周波数 f_p

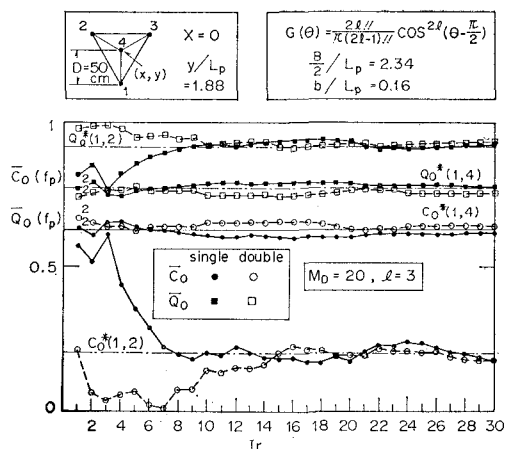


図-5 クロススペクトルの平均値の変化

における正規化したクロススペクトルの平均値の変化を示したものである。横軸の I_r が、代表周波数 f_n 近傍で平均するのに用いた周波数の数である。

図-5 に示されるように、 I_r が大きくなるとコおよびクオドラチャスペクトルの平均値は、式 (15) および (16) に示された目標とするクロススペクトルの値に収束する。図からわかるように、シングルサンメーションおよびダブルサンメーションの両手法について、 I_r の値が 15 以上になると、コおよびクオドラチャスペクトルの平均値は目標とする収束値に非常に近くなる。したがって、目標とするクロススペクトルを得るために必要な平均する周波数の数は、両手法ともに 15 と考えることができる。

代表周波数の数を 30 とすれば、シングルサンメーションの場合目標とする多方向不規則波を造波するために必要な成分波数の数は、450 (30×15) 波となる。これに対して、ダブルサンメーションの場合、目標とする多方向不規則波を造波するために必要な成分波数は、波向分割数を 20 とした場合は 9000 ($30 \times 15 \times 20$) 波となる。すなわち、目標とする多方向不規則波を造波するために必要な成分波数は、シングルサンメーション法がダブルサンメーション法よりも少なく、造波信号の計算時間もより短くなる。以上のことから、実験水槽内で多方向不規則波を造波する手法としては、シングルサンメーション法が適している。

一方、シングルサンメーションにおけるクロススペクトルの値は、波向を決定する乱数列の種類によって大きく変化する。そこで、乱数列の種類がクロススペクトルの収束性に与える影響を調べるために、図-5 における 1 点および 2 の間のクロススペクトルの値を 100 種類の乱数列について調べた。

図-6 は、100 種類の乱数列に対して求めた。計算ク

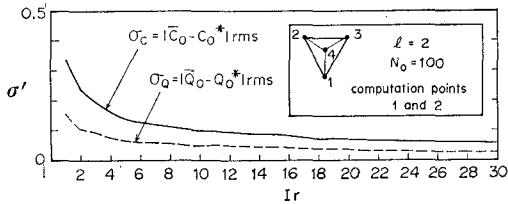


図-6 目標値に対する誤差の標準偏差

ロススペクトルと目標値との誤差の標準偏差 σ' を I_r について示したものである。図に示すように、標準偏差は、 I_r の値が 15 以下のときは、 I_r の値の増加によって急速に小さくなるけれども、 I_r が 15 以上になると、 I_r が増加してもゆるやかにしか減少しない。したがって、図-5 から決定した $I_r=15$ は、平均する周波数の数として適当である。

4. 実験による検討

図-7 は、実験水槽の平面図を示す。水槽の一端に幅 50 cm のピストンタイプ型造波機 30 台からなるサーベント型造波装置を設置しており、他の 3 側壁は消波工を設置した。そして、造波板から 6 m 離して、水槽中央部に図-3 に示した波高計アレイを設置した。

実験では、目標方向分布関数として光易型を用いた。水深は 60 cm とした。そして、シングルサンメーション法で 1000 個の成分波を用いて多方向不規則波を造波し、アレイで記録された同時波形からベイズモデルを用いて方向スペクトルを推定した。解析においては、FFT で計算したヒストグラムをスムージングしてクロススペクトルを求めた。スムージングに要する周波数の数が I_r に相当する。本実験では、 $I_r=20$ とした。

図-8 は、ピーク周波数における方向関数の分布形を

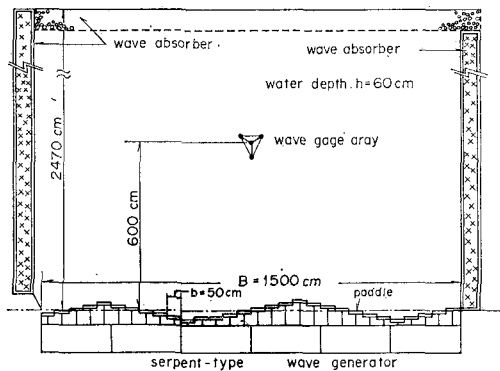


図-7 実験水槽

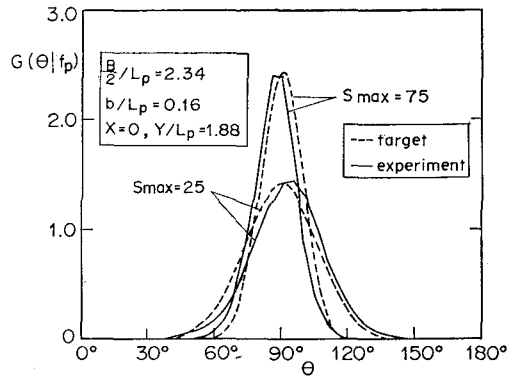


図-8 実験結果と目標方向分布関数の比較

実験値と目標値で比較したものである。図では、方向集中度パラメータ S_{max} が 25 と 75 のケースを示した。図において、実線で示した実験値は、破線で示した目標値とよく一致している。主波向が少しずれているのは、実験における波高計アレイの設置誤差と考えられる。実験値と目標値が一致することから、450 波以上の成分波数を用いてシングルサンメーション法で造波信号を作成すれば、目標とする多方向不規則波を水槽内で再現できることがわかった。

5. あとがき

本研究で、サーベント型造波装置で造波される波のクロススペクトルを理論的に導いて、多方向不規則波の造波信号作成について検討した結果、シングルサンメーション法が適していることが明らかになった。

今後は、多方向不規則波を用いて精度のよい模型実験を行うことができる。

参考文献

- 合田良実・鈴木康正 (1975): 光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算, 港研資料 No. 230, 45 p.
- 高山知司・永井紀彦・合田良実 (1985): サベント型造波機の制御方式と造波特性, 港研資料 No. 509, pp. 16~20.
- 橋本典明 (1987): ベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定, 港研報告, 第 26 巻 2 号, pp. 97~126.
- Briggs, M. J., L. E. Borgman and D. G. Outlaw (1987): Generation and analysis of directional spectral waves in a laboratory basin, Proc. 19th OTC, pp. 495~502.
- Burcharth, H. F., S. R. K. Nielsen and K. Schaarp-Jansen (1986): A three dimensional sea facility for deep and shallow water waves, Proc. 5th OMAE, pp. 72~79.
- Miles, M. D., P. H. Laurich and E. R. Funke (1986): A multi mode segmented wave generator for the NRC Hydraulic Laboratory, Proc. 21th American Tank Conf.
- Takayama, T. (1932): Theoretical properties of oblique waves generated by serpent-type wavemakers, Rept. of Port and Harbour Res. Inst., Vol. 21, No. 2, pp. 3~48.