

1 次元的に伝播するうねりの統計的性質の空間的変動

安田孝志*・鶴飼亮行**・土屋義人***

1. 緒 言

風域を脱して 1 次元的に伝播するうねりに対しては、風などの偶然外力に代わって周波数分散や非線形干渉の影響が相対的に強く顕れるようになるため、伝播の過程で加わるこれらの影響を波浪統計量に反映させることが必要となる。これまでのうねりに対する取扱いは、深海から浅海にかけての観測例が十分でないことに加えて理論的解明がほとんど進んでいないこともあり、風波に準じたものに留まり、伝播による統計量の空間的変動についての検討はほとんどなされていない。しかし、影響によっては代表波高間の関係がこれまで広く用いられて来た Rayleigh 分布に基づくものとなき異なってくることも予想され、伝播による統計量の変動の問題は大水深海域での設計波の推定にも関わって重要である。

ここでは、一方向に進むうねりを想定し、その伝播過程の記述をうねりのモデル方程式 (安田ら, 1988) によって行い、このときの統計量の伝播に伴う変動を系統的に調べる。さらに、その結果を基に各種統計量の空間的変動特性およびそれに及ぼす初期統計量の影響の解明を図ると同時に、設計波の推定においては重要な $H_{max}/\bar{H}$ などの関係の空間分布についても検討を試みる。

2. モデル方程式による伝播シミュレーション

深海から浅海に進むうねりの統計的性質の空間的変動を調べるには、その適用において水深やスペクトル形状による制約を受けることなく水深変化などのせつ動の影響を評価でき、しかも長距離の伝播シミュレーションを可能とする実用的な非線形波動方程式が必要となる。ここで用いる上述のモデル方程式はこれらの条件を満たすものであり (安田ら, 1989), 周波数空間上でのモード方程式として解かれる。

周波数 f_n のモードの複素フーリエ振幅 A_n とパワースペクトル $S(f_n)$ との間には、 $|A_n|^2 = 2S(f_n)/T_0$ の関係があるから、位相定数を一様乱数で与えることにすれ

ば、初期スペクトルより初期波形が次式のように計算できる。

$$\eta(0, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} 2|A_n| \sin(2\pi f_n \tau + \varepsilon_n)$$

ここで、 $\tau = \int dx/\sqrt{gh} - t$, T_0 は観測時間および ε_n は $0 \sim 2\pi$ の値を取る一様乱数である。シミュレーションの実施に当っては、初期スペクトルを広範な波浪状況に対応できる合田 (1985) の 5 パラメタ型によって与え、形状パラメタ n および γ の値をそれぞれ 4 および 1 と固定し、初期波が所定の kh , ka およびバンド幅 m を持つようにした。ここで、 k はスペクトルのピーク周波数 f_p に対応する波数、 a はゼロダウン平均波高 $\bar{H}$ の 1/2 に等しい振幅であり、バンド幅パラメタ m とスペクトル尖鋭度パラメタ Q_p との関係は表-1 に示す通りである。これから、 $m=5$ は風波のスペクトルを与え、 $m=15$ は通常のうねりのスペクトルに相当することがわかる。

表-1 初期波における m と Q_p の関係

m	5	15	30	55
Q_p	2.00	4.04	5.90	8.07

図-1 および 2 は、こうして計算した伝播過程での波形およびスペクトルの変化を $kh=2.5$, $ka=0.15$ および $m=15$ の場合について示したものである。倍モードおよびピーク周波数の側帯波モードの発達が $x/L=33$ でのスペクトルにおいて認められ、これに対応して $x/L=33$ においては波群も顕著となっている。その後の伝播においては、側帯波モード付近を除いたスペクトル形状にほとんど変化は見られないが、波群には明らかな空間

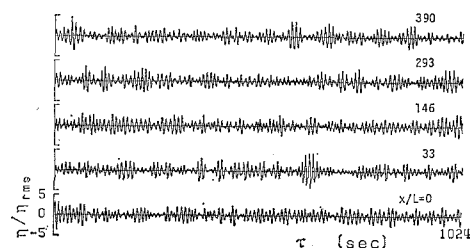


図-1 伝播に伴う波形の空間変化

* 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 五洋建設株式会社 土木設計部

*** 正会員 工博 京都大学防災研究所長

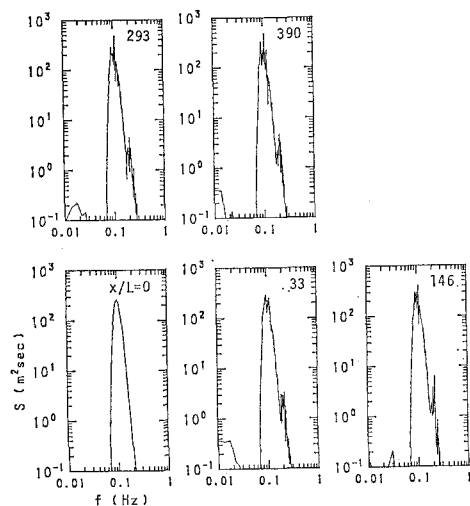


図-2 伝播に伴うスペクトルの空間変化

的変動が認められる。このことは、波群がスペクトルのバンド幅のみによって一義的に定まる定常現象ではなく、伝播の過程での位相の変化や側帯波モードの発達に伴って空間的に変動する非定常現象として捉えられるべきことを示している。

3. 波群の空間的変動

波群現象は、工学的には波高の大きい波の連なりとして理解されており、その評価も連長によってなされている。ここでは、波群現象をフーリエ成分波の集団現象として捉える立場から、連長ではなく GF (Groupiness Factor) を波群統計量として扱い、波群の空間的変動に及ぼすバンド幅 m 、分散性 kh および非線形性 ka の影響について検討する。

図-3 は、 m の値をパラメータとして $kh=2.5$ および $ka=0.15$ の波について GF の伝播による変動の様子を示したものである。上述したように GF の値は伝播の過程で大きく変動し、GF の平均的な値だけでなく、その変動の幅および間隔もスペクトルの狭帯化に伴って増大している。図-4 は、図-3 のものと同じ初期統計量を

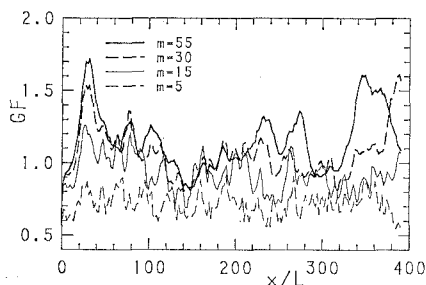
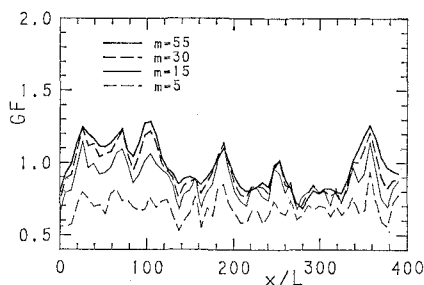
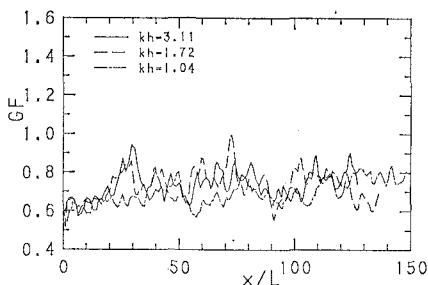
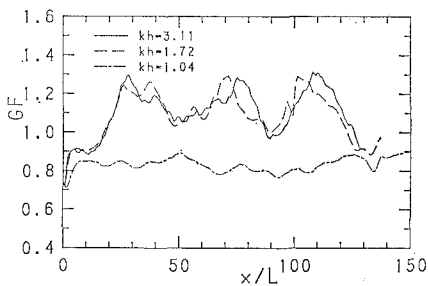
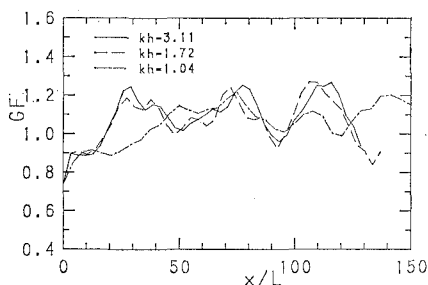
図-3 伝播に伴う GF の変動 ($kh=2.5$, $ka=0.15$)

図-4 線形波動場における GF の変動

(a) $m=5$ (b) $m=30$ 図-5 GF の変動に及ぼす kh の影響図-6 線形波動場における GF の変動と kh の影響

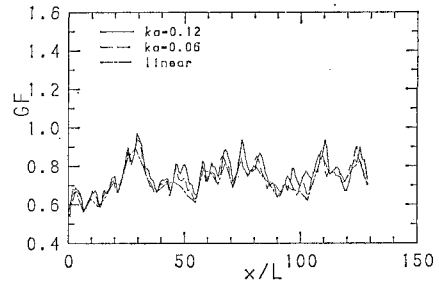
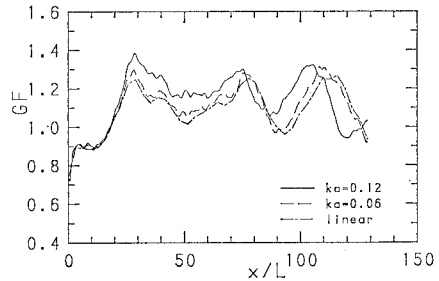
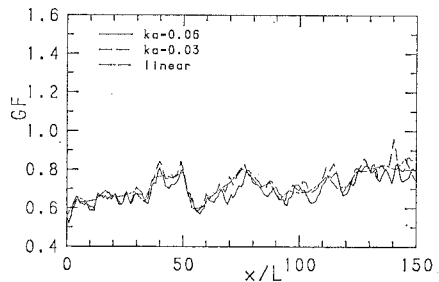
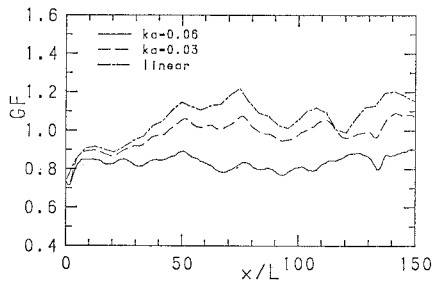
持つ波を線形波として伝播させたときの GF の変動の様子を示したものである。この場合も GF の値に同様な変動が認められるが、変動間隔はバンド幅にほとんど無関係であり、また、 m の値が 30 を越えると狭帯化に伴う波群の発達はほとんど進まなくなっている。このような

波群の変動は、周波数分散による各モード間の位相差の変化に原因するものである。非線形干渉によらなくてもこの程度の変動が起りうることからすれば、波群を伝播の過程で変化する非定常現象として捉えることは当然とも言える。

空間発展型のモデル方程式は準単色波に対して $kh=1.40$ を臨界とした変調不安定を持つ。波群がこの変調不安定によるものとすれば、 $kh < 1.40$ ではバンド幅や ka の値に関係なく波群の発達は見られないことになる。

図-5 はこの点を明確にするため、 ka の値を 0.12, m の値を 5 および 30 とし、 kh の値をパラメタとしてそれぞれの波の伝播に伴う GF の変化を示したものである。 $m=5$ では ka の影響はそれ程顕著ではないが、 $m=30$ では $kh=1.04$ の場合と $kh=1.72$ および 3.11 の場合との差が歴然となり、スペクトルの狭帯化に伴って、 $kh=1.40$ 付近を境とした波群特性の違いが明瞭になって行くことがわかる。これに対し、図-5(b) のものと同じ波を線形波として伝播させ、そのときの GF の変化を示した図-6 からわかるように、線形波動場における波群の変動は kh の値に無関係であり、図-5(b) に見られたような $kh=1.04$ と $kh=1.72$ との間での波群特性の違いは何ら認められない。また、これら両図の比較より、両者の相違は $kh=1.04$ の場合に顕著であるが、 $kh=1.72$ および 3.11 では小さいことがわかる。図-5(b) において明瞭に顕れていた $kh=1.40$ 付近を境とした波群特性の相違が変調不安定の有無によるのではなく、むしろ非線形性による位相の拘束の差 ($kh=1.04$ では強く、 $kh \geq 1.72$ では弱いと考えられる) に原因していることを示すものと言える。

非線形性の波群への影響を明らかにするため、 ka の値をパラメタとした $kh=1.04$ および 3.11, $m=5$ および 30 の波をモデル方程式に与え、伝播に伴う GF の変動を調べる。図-7 は $kh=3.11$ および図-8 は $kh=1.04$ の場合の結果をそれぞれ示したものであり、図中の 1 点鎖線は $ka=0.03$ としたときの線形波動場における GF の変動を示す。 $kh=3.11$ の場合について見ると、 $m=5$ では非線形性の影響はほとんど認められないが、 $m=30$ まで狭帯化が進んで来ると、非線形性の影響が少し顕れるようになり、非線形性が強まるに従って波群の発達も進んで行くことがわかる。ただし、非線形性の影響が明瞭に顕れるようになるには、 ka の値が 0.12 程度以上になることが必要と言えそうである。これに対し、 $kh=1.04$ の場合について見ると、 $m=5$ ではやはり非線形性の影響は認められないが、 $m=30$ では明瞭に顕れている。尤も、その傾向は $kh=3.11$ の場合と全く逆であり、非線形性が強くなるに従って位相に対する拘束が増し、波群の変動は逆に小さくなっている。

(a) $m=5$ (b) $m=30$ 図-7 GF の変動に及ぼす kh の影響(a) $m=5$ (b) $m=30$ 図-8 線形波動場に GF の変動と ka の影響

以上より、深海から浅海に至る過程での波群の描象は次のようになる。伝播の過程でスペクトルの狭帯化が進み、これに伴って波群は変動を繰り返しつつ発達して行くが、浅水化に伴って kh が減少する一方で ka が増大するようになると、波群の発達が抑えられると同時に、

その変動も小さくなり、波群の縮小が進んで来る。

4. 代表波高の空間的変動

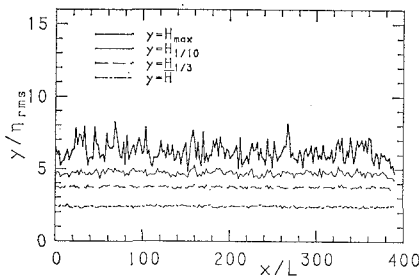
設計波の推定において代表波は依然として重要である。波群現象を波列の振幅変動とするなら、その影響は単に時系列だけでなく代表波高にも及ぶのは当然である。

図-9 は、 $kh=2.5$, $ka=0.15$, $m=5$ および 30 の波の伝播に伴う各代表波高の変動を示したものである。モデル方程式はエネルギー保存則に対する誤差が 0.1% 以下に留まるように解かれているため、 η_{rms} や $\bar{H}$ はもちろん、 $H_{1/3}$ まではほぼ一定であり、 $H_{1/10}$ になって若干の変動が見られる程度である。しかし、 H_{max} は伝播の過程で大きく変動し、 $m=30$ まで狭帯化が進んで来ると、一般に用いられている $H_{max}/H_{1/3}=1.6\sim 2.0$ を大き

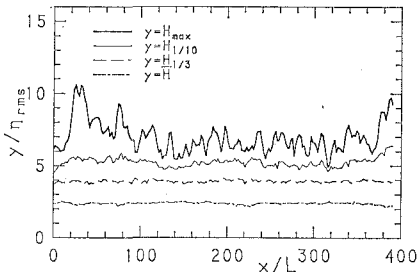
く上回る場合も見られるようになる。これに対し、 $m=30$ の波を線形波として進ませた図-10 を見ると、 H_{max} の変動は認められるもののその規模は小さく、 $H_{max}/H_{1/3}$ の最大値も高々 2.0 程度に留まっている。このことは、線形波同士の位相の重なり合い程度では H_{max} はそれ程増大はせず、 $H_{max}/H_{1/3}>2.0$ となるには非線形干渉の影響が本質的となることを示している。

図-11 は、このような H_{max} の変動が波群化に連動したものであることを示すため、 $m=30$ の場合について GF の変動と比較したものである。なお、添字の 0 は出発点での値を示す。両者の変動はほとんど一致しており、波群が H_{max} の変動の原因となっていることがわかる。

図-12 は、上述の各代表波高および GF の変動の程度を変動係数 C.V. によって定量的に評価し、 ka および m との関係について検討したものである。いずれの条件に



(a) $m=5$



(b) $m=30$

図-9 伝播に伴う代表波高の変動 ($kh=2.5$, $ka=0.15$)

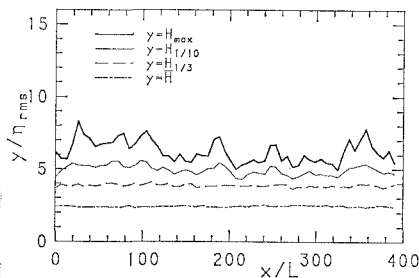


図-10 線形波動場における代表波高の変動 ($kh=2.5$, $ka=0.15$)

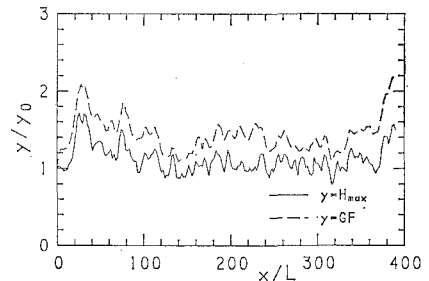
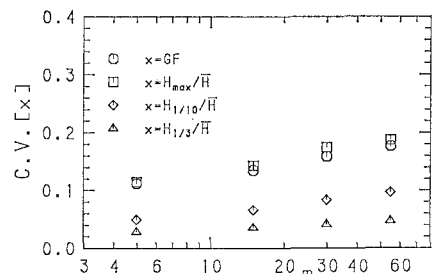
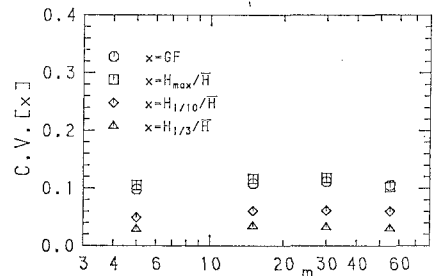


図-11 伝播に伴う GF と H_{max} の変動の比較



(a) $kh=2.5$, $ka=0.06$



(b) $kh=3.11$, $ka=0.06$

図-12 GF と代表波高の変動係数に及ぼすバンド幅 m と ka の影響

においても GF と $H_{\max}/\bar{H}$ の変動係数はほぼ一致しており、これからも $H_{\max}$ の変動の原因が波群にあることがわかる。また、スペクトルの狭帯化に伴って変動係数の増大が見られるのは、 $ka=0.15$ の場合であり、 $ka=0.06$ では狭帯化の影響は何ら顕れていない。変動係数の増大は波群の発達によっており、このことから波群の発達には変調不安定条件 $kh>1.40$ および狭帯条件 $m\geq 15$ に加えて一定値以上の ka が必要なることがわかる。さらに、このときの変動係数の値を統計的誤差によるものと比較し、代表波高の変動に及ぼす伝播の影響の有意性について検討する。シミュレーションの対象となる波列に含まれるゼロクロス波の個数は約 200 であり、統計的誤差による $H_{1/3}/\bar{H}$ 、 $H_{1/10}/\bar{H}$ および $H_{\max}/\bar{H}$ の変動係数の値は、合田 (1985) の手法によれば、それぞれ 0.02, 0.03 および 0.11 程度となる。これらを 図-12 の結果と比較すると、 $m=5$ では ka の値に関係なく伝播による変動は統計的誤差の範囲内にあり、統計的一様性を仮定できる。また、 $ka=0.06$ の場合では、波群の発達が進まないため、バンド幅に関係なくやはり統計的一様性を仮定できる。しかし、 $ka=0.15$ の場合では、 $m=30$ 程度まで狭帯化が進むと、変動の程度は統計的誤差の範囲を上回るようになり、特に $H_{1/10}/\bar{H}$ および $H_{\max}/\bar{H}$ にそれが顕れている。したがって、このような場合に対しては、 $H_{1/10}$ や $H_{\max}$ の推算において伝播過程での空間的変動の影響を考慮することが必要となる。

図-13 は、 $kh=2.5$ および $ka=0.15$ の波の伝播過程における $H_{\max}/\bar{H}$ の変動を各バンド幅ごとに相対度数分布として整理したものである。図中の実線は波高が Rayleigh 分布に従うとして求めた分布である。 $m=5$ では、変動係数が統計的誤差の範囲内にいることから予想されるように Rayleigh 分布に基づくものとの差はほとんど認められない。しかし、 $m=30$ まで狭帯化が進むと、伝播による変動が有意になることに対応して、Rayleigh 分布に基づくものよりも $H_{\max}/\bar{H}$ の値がを越える頻度が増大するようになる。このことは、顕著な波群を伴ううねりが設計波となる場合、設計波高の推定において波群の影響を考慮することが必須となることを示すものと言える。

5. 結 語

以上、連続スペクトルを持つ不規則波列の波群は包絡

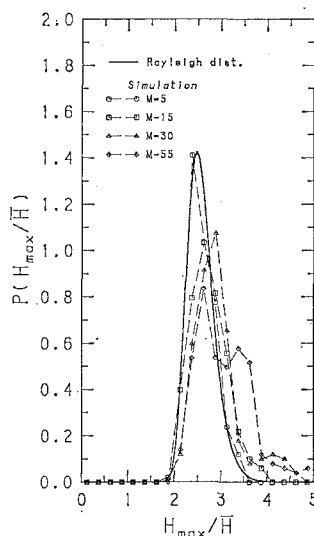


図-13 伝播過程における $H_{\max}/\bar{H}$ の変動の相対度数分布

ソリトンのような定常性を持たず、伝播の過程でスペクトルのバンド幅だけでなく分散性や非線形性にも依存して変動するが、スペクトルの狭帯化はこれらの影響を強める働きのあることを明らかにした。また、このような波群の発達が原因となって $H_{1/10}$ や $H_{\max}$ も伝播の過程で変動し、波列の振幅 ka が 0.15 程度となり、通常のうねり以上 ($Q_p>4$) にスペクトルの狭帯化が進んで来ると、その変動幅は統計的誤差の範囲を越えるようになり、 $H_{\max}$ の変動に及ぼす波群の影響が重要となることを明らかにした。さらに、こうした $H_{\max}$ の変動の結果、3 を越えるような $H_{\max}/\bar{H}$ の出現頻度が増大するようになり、波群の影響は波列の時系列だけでなく最大波高にも関わって重要となることを示した。

最後に、本研究は総合研究(A) (代表者 土屋義人京大教授) による成果であることを付記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 合田良実 (1985): 波浪の統計的性質に関する二、三の数値的検討, 港研報告, 第24巻3号, pp. 65-102.
- 安田孝志・田中光宏・鶴飼亮行・土屋義人 (1988): 現地波浪の波群の空間変化とそのモデル方程式による記述, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 93-97.
- 安田孝志・田中光宏・伊藤一教 (1989): 深海から浅海に1次元的に進むうねりの波動方程式について, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 104-108.