

砕波帯内の乱れのエネルギー逸散モデルと波高変化計算

青野利夫*・服部昌太郎**

1. はじめに

砕波帯内の漂砂、海浜流、物質拡散などの諸現象を予測するには、砕波により生成される乱れの構造特性とそのエネルギー逸散過程を正確にモデル化することが必要である。これまでいくつかの砕波帯内でのエネルギー逸散モデルが提案され、その妥当性が実験結果との比較によって検討されている。しかし、砕波帯内乱流場の物理的機構を正確に組み込んだモデルはまだ少ないといえる。

本研究では、二次元砕波帯内のエネルギー方程式のエネルギー逸散項に現れるレイノルズ応力が、砕波によって生成される低周波性大規模乱れの移流・拡散効果を表していることを示し、これに基づいて砕波エネルギーの逸散モデルを提案する。このモデルの実際問題への適用として、乱れの特性諸量を砕波条件と砕波帯地形（水深変化）とにより定式化し、波高、周期、水深、海浜勾配を入力量とする砕波帯内の波高変化算定式を提案する。モデルと算定式の妥当性は、実験結果との比較によって検討する。

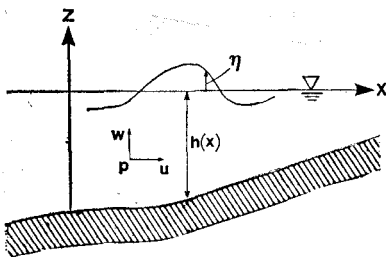
2. 砕波帯内流体運動場のエネルギー方程式

図—1 の座標系に対する二次元の波エネルギー方程式（底面摩擦効果を無視）は、式（1）と書ける。

$$\partial F / \partial x = -\Phi_a \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 Φ_a : エネルギー逸散率、 F : 波のエネルギー流束（式2）,

$$F = \int_{-h}^{\eta} U \{ \rho (U^2 + W^2) / 2 + \rho g (z) + p \} dz \quad \dots\dots\dots (2)$$



図—1 座標形と記号

また、 U と W : 波動流速成分、 ρ : 密度、 g : 重力加速度、 h : 水深、 p : 圧力、上付き — は時間平均を示す。

鉛直方向の運動量方程式より得られる圧力 p を式（2）に代入すると（泉宮, 1985）、エネルギー流束 F は

$$F = \int_{-h}^{\eta} U \{ \rho (U^2 + W^2) / 2 + \rho g \eta \} dz \quad \dots\dots\dots (3)$$

エネルギー逸散 Φ_a は、 x と z 方向に対するレイノルズ方程式にそれぞれ波動流速 U と W を乗じ、水底面より水面まで積分することにより式（4）のように表される。

$$\begin{aligned} \Phi_a = \rho \int_{-h}^{\eta} & [U \partial \langle u'^2 \rangle / \partial x + U \partial \langle u' w' \rangle / \partial z \\ & + W \partial \langle u' w' \rangle / \partial x + W \partial \langle w'^2 \rangle / \partial z] dz \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで、 u' と w' は流速の乱れ成分、 $\langle \rangle$ は位相平均を表す。上式中の波動流速 U と W を微分の中にいれて変形すると式（5）となり、エネルギー逸散項 Φ_a は生成項と移流項の二成分より成ることが分かる。

$$\begin{aligned} \Phi_a = \rho \int_{-h}^{\eta} & [\langle u'^2 \rangle \partial U / \partial x + \langle u' w' \rangle \partial U / \partial z \\ & + \langle u' w' \rangle \partial W / \partial x + \langle w'^2 \rangle \partial W / \partial z] dz \quad \dots\dots\dots (生成項) \\ - \rho \int_{-h}^{\eta} & [\partial \langle u'^2 \rangle / \partial x U + \partial \langle u' w' \rangle / \partial z U \\ & + \partial \langle u' w' \rangle / \partial x W + \partial \langle w'^2 \rangle / \partial z W] dz \quad \dots\dots\dots (移流項) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

乱れは渦度の変動であることを考慮して（Tennekes・Lumley, 1972）、上式中のレイノルズ応力項を式（6）で表す。

$$\begin{aligned} \partial \langle -u'_i u'_j \rangle / \partial x_j = \varepsilon_{ijk} \langle u'_i \omega'_j \rangle - \partial \langle u'_i u'_j / 2 \rangle / \partial x_i \\ (i, j, k = 1 \sim 3) \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここに、 ε_{ijk} : 交番テンソル、 ω : 渦度、式（5）と（6）より、 Φ_a は式（7）に示す Φ_{a1} と Φ_{a2} の2成分に分離される。すなわち、

* 正会員 工務 東亜建設工業(株)

** 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科

$$\begin{aligned}\Phi_a &= \Phi_{a1} + \Phi_{a2} \\ &= -\rho \int_{-h}^{\eta} U f_{\omega} dz \\ &\quad + \rho \int_{-h}^{\eta} [U \partial k^{1/2} / \partial x + W \partial k^{1/2} / \partial z] dz \quad \dots (7)\end{aligned}$$

ここで、 $K^{1/2} = \langle u'^2 + w'^2 \rangle / 2$: 乱れの運動エネルギー、 $f_{\omega} = \langle w' \omega_y \rangle$: 鉛直方向の乱れ流速成分 w' と渦度 ω_y との相関。式 (7) より、 Φ_a は波動場の水平流速による乱れ運動エネルギーの移流項 Φ_{a2} に加えて、新たに f_{ω} と水平波動流速 U との積で表される vortex stretching を発生させる付加的な力による仕事もたらす、エネルギー逸散 Φ_{a1} とから構成されることが示された。

3. Φ_{a1} の物理的解釈

簡単のため二次元せん断平行流を考える。速度勾配 du/dz と渦動粘性係数 ν_t を用いると、レイノルズ方程式中のレイノルズ応力項は、二次元乱流場では

$$\partial(-u'w')/\partial z = \partial/\partial z(\nu_t \partial u/\partial z) = w' \omega_y \quad \dots (8)$$

と書ける。いま、 ν_t を断面内一定と仮定し、平行流の渦度を $\Omega = \partial u/\partial z$ とすると、

$$\nu_t \partial \Omega / \partial z = w' \omega_y \quad \dots (9)$$

をうる。したがって式 (7) 中の f_{ω} は、平均流の渦度を移流・拡散させる働きを示すことを意味している。

砕波による水面下への水塊突入により、乱れエネルギーの主要な部分を占め、波動と同程度のスケールを持つ乱れが形成される(青野・服部, 1988)。この乱れを流入渦度として考えると(灘岡・広瀬, 1985)、 f_{ω} は砕波による大規模乱れが移流・拡散する効果を表している。

静水圧に加えてレイノルズ応力 $-\overline{u'w'}$ を付加的な動圧成分と考えることによって(Stewart, 1956)、波形崩壊によって水面下に持ち込まれる乱れのエネルギー逸散過程を、エネルギー方程式に組み込むことが出来た。

4. エネルギー逸散項のモデル化

式 (7) と実験結果(青野・服部, 1988) とによって、乱れのエネルギー逸散項のモデル化を行う。

Φ_{a1} の定式化は、以下のようにして行う。渦度の輸送理論(Taylor, 1932)により、 f_{ω} は渦拡散係数 ν_{ω} を用いて式 (10) と書ける。

$$f_{\omega} = -\nu_{\omega} \partial \langle \omega_y \rangle / \partial z \quad \dots (10)$$

さらに、移流拡散理論(Taylor, 1953)を用いて、拡散係数 K と ν_{ω} との関係を表す。

$$K = -h^2 \left[\nu_{\omega} \bar{K} U'' \int_0^{\zeta} \int_0^{\zeta'} \left(\int_0^{\zeta''} U'' d\zeta'' \right) d\zeta' \right] d\zeta \quad \dots (11)$$

ここに、 U'' : 断面平均した波動流速からの流速偏差、 $\zeta = (z+h)/h$: 水底面からの相対高さ。式 (10) と (11) とより K と f_{ω} が関係づけられたことから、 f_{ω} は次式で与えられる。

$$f_{\omega} = -(h^2/K) f_1 \quad \dots (12)$$

ここで、

$$f_1 = \int_0^{\zeta} U'' \left\{ \int_0^{\zeta'} \left(\int_0^{\zeta''} U'' d\zeta'' \right) d\zeta' \right\} d\zeta \quad \dots (13)$$

次に、 K と砕波帯内流速場の測定結果にもとづき、渦拡散係数 ν_{ω} を定式化する。式 (13) 中の U'' を、位相平均流速 $\langle u \rangle$ の断面平均からの偏差とすると、後出の式 (19) より U'' は二階以上微分可能でなければならないことから、 ζ の三次式で与えることとする。すなわち、

$$U'' = a_3 \zeta^3 + a_2 \zeta^2 + a_1 \zeta + a_0 \quad \dots (14)$$

ここで、 $a_3 \sim a_0$ は流速測定結果より決定される係数で、水平距離 x と時間 t の関数である。式 (14) を式 (13) に代入し積分を行うと、式 (15) をうる。

$$\begin{aligned}f_1 &= a_3^3/180 + a_2 a_3/60 + 13 a_1 a_3/420 + a_2^3/84 \\ &\quad + 11 a_0 a_3/120 + a_1 a_2/24 + a_1^3/30 \\ &\quad + 7 a_2 a_0/60 + a_1 a_0/6 + a_0^3/6 \quad \dots (15)\end{aligned}$$

図-2 は、トレーサ法による可視化実験結果より得られた拡散係数 K (青野・服部, 1988) と、波動水平流速とを用いて式 (12) から算定される ν_{ω} の最大値の砕波帯内での変化を示したものである。係数 $a_3 \sim a_0$ は砕波の進行と共に大きく変動し、 $a_3 = 120 \sim -100$ 、 $a_2 = 96 \sim -156$ 、 $a_1 = 58 \sim -32$ 、 $a_0 = 5 \sim 8$ となっている。トレーサーの拡散が活発な領域で、 ν_{ω} が増大することが認め

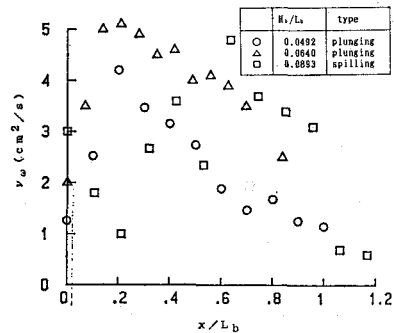


図-2 砕波後の $\nu_{\omega \max}$ の変化

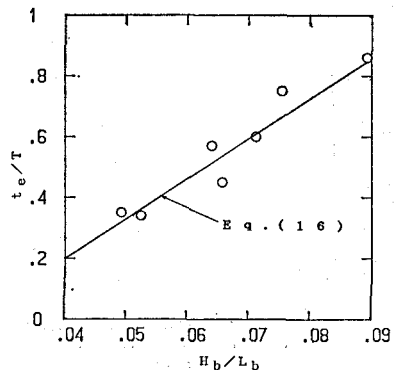


図-3 t_e/T と H_b/L_b との関係

られる。

つぎに、 ν_ω に関係する時間と長さの代表スケールについて考察する。非定常性の卓越する流体運動場での、乱れの時間スケールを決定することは非常に難しい問題である。そこで、水塊突入後トレーサー気泡の拡散域が最大となるまでの時間 t_e (青野・服部, 1988) を時間スケールとして採用する。図-3 に見られるように、可視化実験より決定された t_e と入射波周期 T との比 t_e/T には、碎波波形勾配 H_b/L_b との間に実線で示す式 (16) の線形関係がある。

$$t_e/T = 13(H_b/L_b) - 0.32 \quad \dots\dots\dots (16)$$

ν_ω の代表長さとしては、碎波の水塊突入によって発生する大規模渦のスケールが、碎波波高に支配されることから H_b を考える。図-4 は、 t_e と H_b とにより正規化した $\nu_\omega/(H_b^2/t_e)$ の波進行方向変化を示したものである。崩れ碎波の場合は若干異なった傾向を示すが、巻き碎波に関しては $\nu_\omega/(H_b^2/t_e)$ の分布は $x/L_b = 0.2$ 付近で最大となり、その後碎波の進行と共に指数関数的に減少する傾向が認められる。 $\nu_\omega/(H_b^2/t_e)$ の碎波帯内での変化に対して、図中の実線で示す実験式 (17) を当てはめる。

$$\nu_\omega/(H_b^2/t_e) = B_1(h^2/K)(x/L_b)^{\beta_1} \cdot \exp\{-(B_2 x/L_b)^{\beta_2}\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 h は水深、 L_b は碎波点での入射波波長で実験結果より決定される係数の値は、 $B_1 = 1.24$, $B_2 = 10.00$, $\beta_1 = 0.81$, $\beta_2 = 0.52$ である。

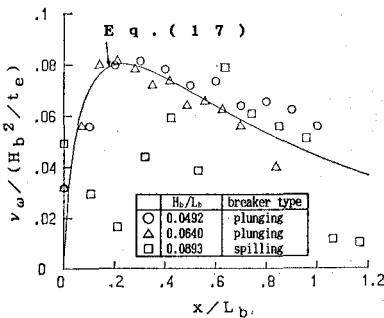


図-4 碎波帯内での $\nu_\omega/(H_b^2/t_e)$ の変化

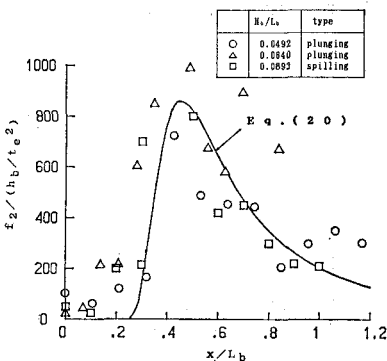


図-5 碎波帯内の $f_2/(h_b^2/t_e^2)$ の変化

以上の計算から、 Φ_{d1} の定式化を行う。式 (5) を用いると Φ_{d1} は、

$$\begin{aligned} \Phi_{d1} &= \int_{-h}^{\eta} \rho \nu_\omega \partial U / \partial z \{ \partial u / \partial z - \partial w / \partial x \} U dz \\ &\doteq \rho \nu_\omega \int_{-h}^{\eta} \langle u \rangle \partial^2 \langle u \rangle / \partial z^2 dz \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

と書ける。 $\langle u \rangle = U'' + u_m$ (u_m : 断面平均流速) であることから、式 (14) と (15) とより式 (18) は、

$$\begin{aligned} \Phi_{d1} &= \rho \nu_\omega f_2 \\ f_2 &= [1.2 a_3^2 \zeta^5 + 2 a_3 a_2 \zeta^4 + (2 a_2^2 + 6 a_3 a_1) \zeta^3 \\ &\quad + (a_2 a_1 + 3 a_3 a_0') \zeta^2 + 2 a_2 a_0' \zeta] / h^2 \quad \dots\dots (19) \end{aligned}$$

となる ($a_0' = a_0 + u_m$)。 f_2 についても ν_ω と同形式の正規化を行う。海浜地形の変化を考慮して長さスケールとして碎波波高に代えて碎波水深 h_b 、また時間スケールとして ν_ω と同様に t_e を採用する。図-5 は、 $f_2/(h_b^2/t_e^2)$ の碎波帯内の波進行方向変化を、図-3・4 と同一の実験結果を用いて示したものである。これより u'' および $\langle u \rangle$ の係数 $a_3 \sim a_0$ と u_m のモデル化が行えれば、碎波帯内の乱れエネルギー逸散の定式化が完成することとなる。しかし、式 (19) の f_2 が非常に複雑であるため、 f_1 と同形式の式 (20) で与えることとする。すなわち、

$$f_2/(h_b^2/t_e^2) = C_1(x/L_b)^{\gamma_1} \cdot \exp\{-(C_2 x/L_b)^{\gamma_2}\} \quad \dots\dots (20)$$

ここで、係数 C_1 , C_2 , γ_1 , γ_2 は f_2 の減衰特性を考慮して $C_1 = 14.10$, $C_2 = 2.50$, $\gamma_1 = -2.50$, $\gamma_2 = -4.50$ とした。なお、図-5 は碎波帯内での $f_2/(H_b^2/t_e^2)$ の変化を示す実験結果で、図中の実線は式 (20) である。

実験結果に基づいて定式化した ν_ω と f_2 とによって、碎波点での入射波諸量を用いて、 Φ_{d1} は式 (21) より算定することが出来る。すなわち、

$$\begin{aligned} \Phi_{d1} &= D_1(h_b^2/K)(x/L_b)^{\beta_0} \\ &\quad \cdot \exp\{-(B_2 x/L_b)^{\beta_2} - (C_2 x/L_b)^{\gamma_2}\} \quad \dots\dots (21) \end{aligned}$$

ここで、 $\beta_0 = \beta_1 + \gamma_1$, $D_1 = \alpha_1 B_1 C_1 (H_b^2 h_b / t_e^2)$ であり、 $\alpha_1 [= 6.5 (H_b/L_b)^{2.5}]$ は ν_ω と f_2 の位相差を考慮するための補正係数、また拡散係数 K (青野・服部, 1988) は

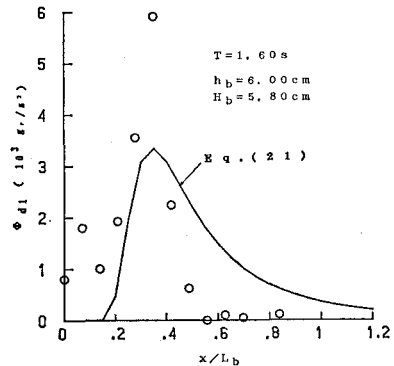


図-6 Φ_{d1} の計算結果と実験結果との比較 (巻き碎波の場合)

$$K = \{-208(H_b/L_b) + 25\} (H_b^2/T) \quad \dots\dots\dots (22)$$

図-6 は巻き砕波の場合の、式 (21) による Φ_{d1} の計算結果と実験結果とを比較したもので、両者間の一致度はまだ不十分であるものの、計算結果は実験結果の傾向を比較的良好に再現していると言える。

乱れエネルギーの移流によるエネルギー-逸散量を表す Φ_{d2} は、生成項に比較して小さいことから無視される場合が多い。著者らの行った一連の実験結果でも、 Φ_{d2} 成分によるエネルギー-逸散は Φ_{d1} の一割以下で、したがって、本研究においてもエネルギー-逸散項の Φ_{d2} は無視することとする。

5. エネルギー-流束のモデル化

(1) エネルギー-流束の評価

線形長波理論によるとエネルギー-流束 F は、

$$F = \rho g H_s^2 / 8 \cdot \sqrt{gh} \quad \dots\dots\dots (23)$$

と書ける。上式を x 方向に微分すると、

$$\partial F / \partial x = \rho g^{3/2} / 8 \cdot \partial (h^{1/2} H_s^2) / \partial x \quad \dots\dots\dots (24)$$

なお式 (24) では、水深 h は x の関数としている。 H_s は、実験結果と式 (23) より計算されるエネルギー-流束を一致させるために導入したエネルギー-等価波高で、測定波高 H と H_s との間には

$$H_s = \alpha H \quad \dots\dots\dots (25)$$

の関係がある。 α は、測定結果より算定されるエネルギー-補正係数である。図-7 は、 α の波進行方向変化を示したもので、砕波点で α は最小であり、砕波後の波の進行と共に漸増する傾向がある。 α の砕波帯内での増加傾向は、波エネルギーの逸散機構の違いを反映して砕波形式によって若干異なるが、本研究では図中の実線と与えられる式 (26) で α を算定することとした。

$$\alpha = (1/6) \cdot (x/L_b) + 0.65 \quad \dots\dots\dots (26)$$

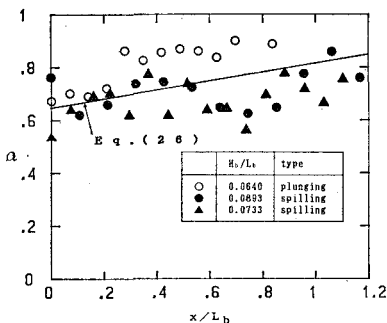


図-7 砕波後の α の変化

(2) pre-breaking 領域でのエネルギー-変化

砕波点から突っ込み点までの pre-breaking 領域で見られる波高変化は、波の位置エネルギーから運動エネルギーへの変換によって発生することが、数値解析によって指摘されている。従って、この領域では乱れ以外の要因

によって波高が変化する。本研究では実験結果によってエネルギー-変化のモデルを作成する。

砕波点から突っ込み点までのエネルギー-変化を、式 (27) のように表す。

$$\partial F / \partial x = f(x) \cdot \Delta F \quad \dots\dots\dots (27)$$

ここで、 ΔF は砕波点と突っ込み点間でのエネルギー-流束差、 $f(x)$ はエネルギー-流束変化を表す正規化された関数である。 ΔF は実験結果より、最大値をとって、 $\Delta F = 0.5 F_{B.P.}$ ($F_{B.P.}$: 砕波点でのエネルギー-流束) とした。

砕波点から突っ込み点までの $(dF/dx)/\Delta F$ の変化を示した図-8 から、エネルギー-流束勾配 dF/dx は砕波点より増大して $x/L_b = 0.2$ 付近で最大となり、その後減少する傾向が認められる。これより、pre-breaking 領域でのエネルギー-変化 Φ_{dp} を与える関係として式 (28) をえた。

$$\begin{aligned} \partial F / \partial x &= \Phi_{dp} \\ &= 0.5 F_{B.P.} [0.9(x/L_b)^2 + 0.37(x/L_b)] \quad \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

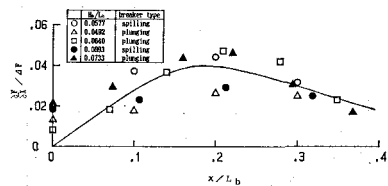


図-8 $(dF/dx)/\Delta F$ の変化

6. エネルギー-逸散と波高変化の算定式

式 (21), (24), (25), および (28) より、砕波帯内でのエネルギー-逸散の算定式として、式 (29) をうる。

$$\partial (h^{1/2} H_s^2) / \partial x = -8 \rho^{-1} g^{-3/2} [\Phi_{d1} + \Phi_{dp}] \quad \dots\dots\dots (29)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Phi_{d1} &= D(x/L_b)^{\beta_0} \\ &\quad \cdot \exp [-(B_2 x/L_b)^{\beta_2} - (C_2 x/L_b)^{\gamma_2}] \\ \Phi_{dp} &= 0.5 F_{B.P.} \{0.9(x/L_b)^2 + 0.37(x/L_b)\} \\ D &= 113.60 (H_b/L_b)^{2.5} (h_b^3 H_b^2 / \bar{K} t_s^3) \\ \beta_0 &= -1.70, \beta_2 = 4.50, \gamma_2 = 0.52, B_2 = 2.51, \\ C_2 &= 10 \end{aligned}$$

いま、海浜勾配を $\tan \beta$ で表すと、水深は $h = h_b - x \cdot \tan \beta$ であるから、式 (29) より波高に関する微分方程式 (30) をうる。

$$\begin{aligned} \partial H_s^2 / \partial x &= -8 \rho^{-1} g^{-3/2} [\Phi_{d1} + \Phi_{dp}] \\ &\quad \cdot (h_b - x \cdot \tan \beta)^{-1/2} + \beta_t H_s^2 \quad \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

ここで、

$$\beta_t = \tan \beta / [2(h_b - x \cdot \tan \beta)^{-1/2}] \quad \dots\dots\dots (31)$$

入力値として砕波波高 H_b 、砕波水深 h_b 、周期 T および海浜勾配 $\tan \beta$ が与えられれば、式 (30) より砕波

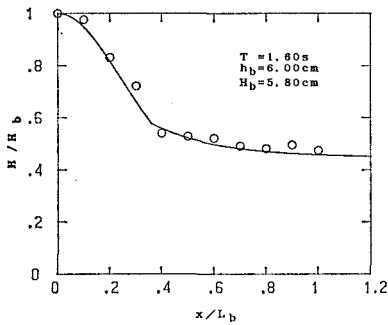


図-9 計算結果と測定結果との比較 (巻き砕波)

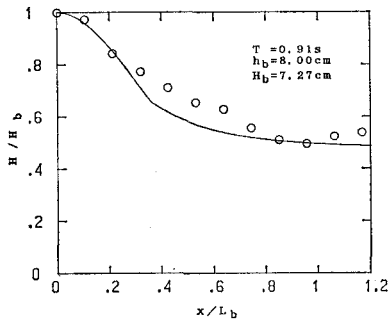


図-10 計算結果と測定結果との比較 (崩れ砕波)

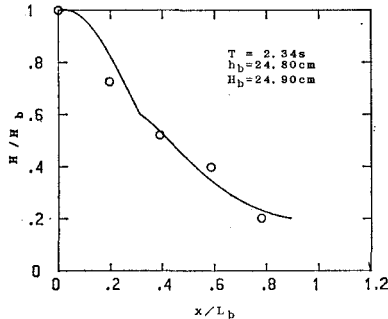


図-11 計算結果と測定結果との比較 (灘岡ら, 1987)

後の波高変化を計算することが出来る。砕波後の水面波形は、波高算定結果から孤立波あるいはクノイド波で近似し、これより砕波帯内の流体運動場の算定を行うことが出来る。なお、本計算では砕波後の wave setup は、pre-breaking 終了地点から発生することとなる。

7. 波高変化算定の妥当性の検討

式 (30) を 4 次の Runge-Kutta-Gill 法を用いて数値計算し、測定結果と比較した結果の例を図-9, 10 と 11 にしめす。図-9 と 10 は、1/20 勾配と水平床から成るステップ型地形上での巻き・崩れ砕波 (青野・服部, 1986), また 図-11 は 1/20 勾配斜面上での巻き砕波 (灘

岡, 1987) に対する比較例である。pre-breaking 領域から砕波の再生域に到る砕波後の測定波高の変化が、計算によりよく再現されていることから、本研究で提案した砕波帯内のエネルギー逸散モデルと波高変化算定式の妥当性が確認された。

8. 結 論

砕波によって生成される低周波性大規模乱れの移流、拡散効果をモデル化して、砕波後の波高変化算定式を提案した。得られた算定式と実験結果との一致度は高く、本計算手法が砕波後の波高変化予測に適用できることが明らかとなった。これより砕波帯内の波エネルギー逸散を引き起こす主要因である大規模乱れの定量的評価が可能となった。また実験が困難な pre-breaking 領域でのエネルギー変化に対しても、ある程度の評価が行える様になった。今後の検討課題として各係数の物理的意味の検討、波諸量の位相変化の予測への拡張を行う予定である。

謝辞 本研究を行うに当たり、多くの方から貴重なご意見を頂き、また実験、データ解析にご協力頂いた。特に、運輸省港湾技術研究所水工部後藤智明博士には有益な討議と示唆に富んだ提案を頂いた。ここに記して謝意を表する。なお本研究の一部は、文部省科学研究費 (総合研究A, 研究代表者 服部昌太郎) によって行った。

引 用 文 献

- 青野利夫・服部昌太郎 (1983): 砕波による乱れの空間特性に関する実験的研究, 第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 25~29.
- 青野利夫・服部昌太郎 (1988): 砕波帯内のエネルギー逸散過程に関する実験的研究, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 59~63.
- 泉宮尊司 (1985): 砕波帯近傍での波と海浜流に関する研究, 東京大学博士学位論文.
- 灘岡和夫・広瀬文人 (1986): 砕波の物理過程に基づいた砕波帯内の拡散係数のモデル化, 第 33 回海岸工学講演会論文集, pp. 26~30.
- 灘岡ら (1982): レーザードップラー流速計による砕波帯内の流速場の構造の解明, 港湾技術研究所報告, 第 21 巻, 第 2 号.
- Stewart, R. W. (1956): A new look of the Reynolds stresses, Canad. Jour. Phys., No. 34, pp. 722~725.
- Taylor, G. I. (1932): The transport of vorticity and heat through fluids in turbulent motion, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol. 135, pp. 685~705.
- Taylor, G. I. (1954): The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol. 223, pp. 446~468.
- Tennekes, H., and J. L. Lumley (1972): A first course in turbulence, MIT press.