

波動場における任意海底面上の境界層の解析

滝川 清*・金 南 亨**・五ノ谷 清一***

1. はじめに

砂漣のような複雑な形状を有する海底面近傍では、波の運動と共に流れの剝離、渦の発生・放出、乱れが生じこれ等が時間・空間的に変動する複雑な乱流場が形成されており、境界層内でのエネルギー逸散や底質の移動機構を解明するためには、より実際の波および境界形状の条件下における境界層の変動特性を把握することが重要である。砂漣上の境界層を対象に、これを解析した例は、写像関数を用いて座標変換した渦度方程式に対して沢本(1983)、佐藤ら(1983)、田中ら(1984)の層流解析、これを乱流場に拡張した、沢本(1985)、佐藤ら(1985)の解析例があり、また、渦素子法を用いたイズマイル・首藤ら(1985)の解析などがある。これらの解析は振動流場を対象になされており、境界層に作用する主流条件としては、波動場の移流慣性項や鉛直流速が無視されていることになる。波運動の条件下での砂漣上境界層に対する解析例は現在の所見受けられないようであり、振動流場と波動場とにおける境界層特性の相違に関しては明確な議論がなされていないようである。本研究は、任意の主流条件下における任意形状の海底面上の乱流境界層を対象に、この有限要素法による解析を試みる。適用計算によって、砂漣上境界層の特性を振動流および波動場の相違に関して考察を行なう。

2. 有限要素法による乱流境界層の解析

(1) 有限要素法による定式化

底面上に原点を置き、水平右方向に x 軸、鉛直上方に y 軸の2次元領域での任意海底形状の境界層流れを考える。平均流に対する運動方程式を解析対象とするが、解の安定性および取り扱い易さから、ここでは圧力項を微分により消去して得られる渦度方程式を用いた解析を行う。流れ関数 ϕ および渦度 ω を用いて乱流の方程式を次のように考える。

$$\nabla^2 \phi = -\omega \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = (\nu + \nu_T) \nabla^2 \omega \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 ν は動粘性係数、 ν_T は渦動粘性係数であるこの ν_T の評価に関しては多くの議論があるが、ここでは乱れの Reynolds 応力を Prandtl の混合距離理論で取り扱えるものとして、次式で評価する。

$$\nu_T = (\kappa y^*)^2 |\partial u / \partial y| \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 κ はカルマン定数、 y^* は底面からの距離である。上式中 u は局所流速で未知であるが、後述するように解析の時間ステップ毎に求められる第 n 次近似解の値を用いて計算する。

Galerkin 法による定式化を以下のように行う。

いま、重み関数を ϕ_* 、 ω_* とし、解析領域を Ω 、境界面を Γ として残差方程式を導くと次式を得る。

$$\int \nabla \phi_* \nabla \phi d\Omega - \int \phi_* \omega d\Omega - \int \phi_* \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\begin{aligned} \int \omega_* \frac{\partial \omega}{\partial t} d\Omega + \int \omega_* \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) d\Omega \\ + \int (\nu + \nu_T) \nabla \omega_* \nabla \omega d\Omega - \int (\nu + \nu_T) \omega_* \frac{\partial \omega}{\partial n} d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

解析領域を三角形要素群に分割し、節点値に対する線形補間関数 ϕ を用いて

$$\phi = \phi^T \phi, \quad \omega = \phi^T \omega, \quad \phi_* = \phi^T \phi_*, \quad \omega_* = \phi^T \omega_* \quad \dots\dots\dots (6)$$

とすると、式(4)、(5)は離散化され、節点値の数に等しい次の連立方程式が得られる。

$$\sum_{\Omega} D \phi - \sum_{\Omega} M \omega - \sum_{\Gamma} S \phi_n = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\begin{aligned} \sum_{\Omega} M \dot{\omega} + \sum_{\Omega} A \omega + \sum_{\Omega} (\nu + \nu_T) D \omega \\ - \sum_{\Gamma} (\nu + \nu_T) S \omega_n = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $\phi_n = \partial \phi / \partial n$ 、 $\omega_n = \partial \omega / \partial n$ 、また、各マトリックスは以下の通りである。

$$\left. \begin{aligned} D &= \int_{\Omega} (\phi_y \phi_x^T + \phi_x \phi_y^T) d\Omega \\ M &= \int_{\Omega} \phi \phi^T d\Omega, \quad S = \int_{\Gamma} \phi \phi^T d\Gamma \\ A &= \int_{\Omega} \phi (\phi_y^T \phi \phi_x^T - \phi_x^T \phi \phi_y^T) d\Omega \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

* 正会員 工博 熊本大学助教授 工学部土木環境工学科

** 学生員 工修 熊本大学大学院博士課程 自然科学研究科

*** 正会員 工修 大分県土木部

ここに、 $\phi_x = \partial \phi / \partial x$ 、 $\phi_y = \partial \phi / \partial y$ である。

時間項については、次の差分を行う。

$$\dot{\omega} = 2(\omega - \omega_0) / \Delta t - \dot{\omega}_0 \dots\dots\dots (10)$$

添字 0 は時刻 $t - \Delta t$ での値を意味する。

さて、解析は式 (7)、(8) を連立して解くが、式 (8) 中の A は未知の ϕ を含む非線形項であり、これを通常の増分法によって線形化すると係数行列が非対称な陰解法となる。ここでは係数行列が対称でバンド状となり、しかも陰的スキームの特性を残すために、まず、式 (7) で ω の第 n 近似解を与え ϕ の $n+1$ 近似解を求め、次に、式 (8) に ϕ の $n+1$ 近似解を与えて ω の $n+1$ 近似解を求める。これを収束するまでくり返す準陰的解法を行っている。これによって計算時間の節約と安定解を得た。

(2) 境界条件の設定

境界条件は、解析上では境界で ϕ 、 ω に対する基本境界条件あるいは自然境界条件を与えれば良いが、本解析ではその設定が重要となる。境界値を他の計算結果等から用いることも考えられるが、今回は解析領域をある程度広く取ることとして線形層流理論による値を用いることとした。また、数値的な安定解を得る為に様々な手法が考案されているが、ここでは種々検討の結果、以下のように境界条件の設定を行った。

境界条件	側方境界	上方境界	底面上
流れ関数 ϕ	ϕ_L	ϕ_L	0
渦度 ω	ω_L	未知数	ω_B

ここで、 ϕ_L および ω_L は線形層流理論解より計算した値である。但し、振動流では上方境界上で ϕ_L の空間的位相差は与えない。また、底面上では、すべりが無い条件とする。この為に壁面で渦度 ω_B が存在することになるが、ここでは、これを ϕ の Taylor 展開により表す Briley の式を採用した。

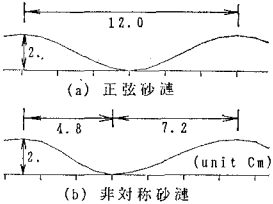
$$\omega_B = (-85\phi_B + 108\phi_1 - 274\phi_2 + 4\phi_3) / 18\Delta y^2 \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 ϕ_B は底面上の値で ϕ_1 、 ϕ_2 、 ϕ_3 は Δy ずつ上方の節点での値である。

3. 適用計算結果と考察

(1) 計算ケース

海底面の形状は、浜本ら(1982)の実験条件に対応して図一1に示す正弦および非対称の砂漣を対象とした。計算のケースは表一1に示すように、主流条件を正弦運動の振動流および微小振幅波理論の波動流の各場合について計算した。解析領域は、水平方向に 48 cm、鉛直方向に 15 cm として、これを水平に 48、鉛直に 20 分割の三角形メ



図一1 砂漣の形状

ッシュに分割した。時間間隔は周期の 1/200 とした。流速は右向を正にとり、波は左から右方向へ進行する。

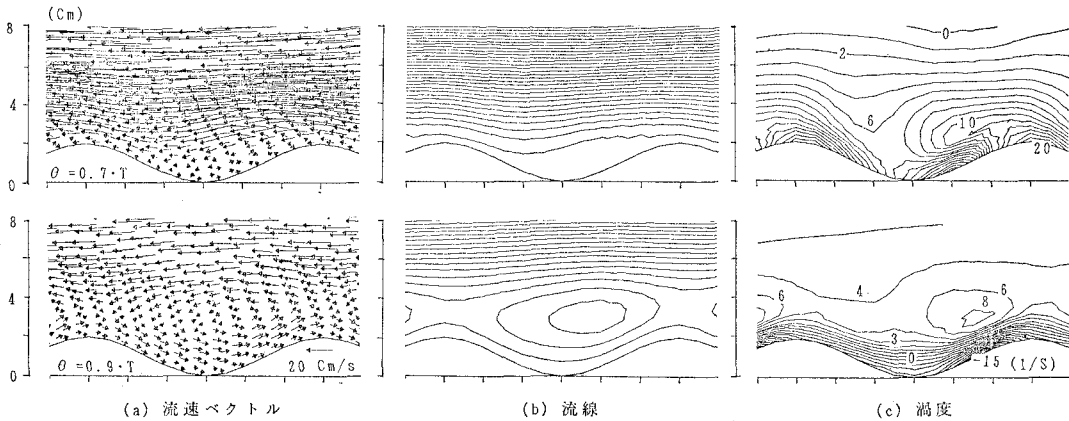
また、計算の初期条件は全ての点で線形層流理論解を与えて計算を行っている。

表一1 計算ケース

ケース	砂漣形状	主流条件	周期 sec	水深 cm	波高 cm	流速振幅 cm/s
1	対称	振動流	4.0	—	—	28.3
2	対称	波動	1.4	25	8.0	—
3	対称	振動流	1.4	—	—	20.7
4	非対称	波動	1.4	25	8.0	—
5	非対称	振動流	1.4	—	—	20.7

(2) 計算結果

図二2は、浜本らの実験と対応したもので対称砂漣上の正弦振動流に対する計算結果である。初期位相は主流流速が負から正に変わる時点を 0 としている。計算結果



図二2 対称砂漣上境界層 (Case 1)

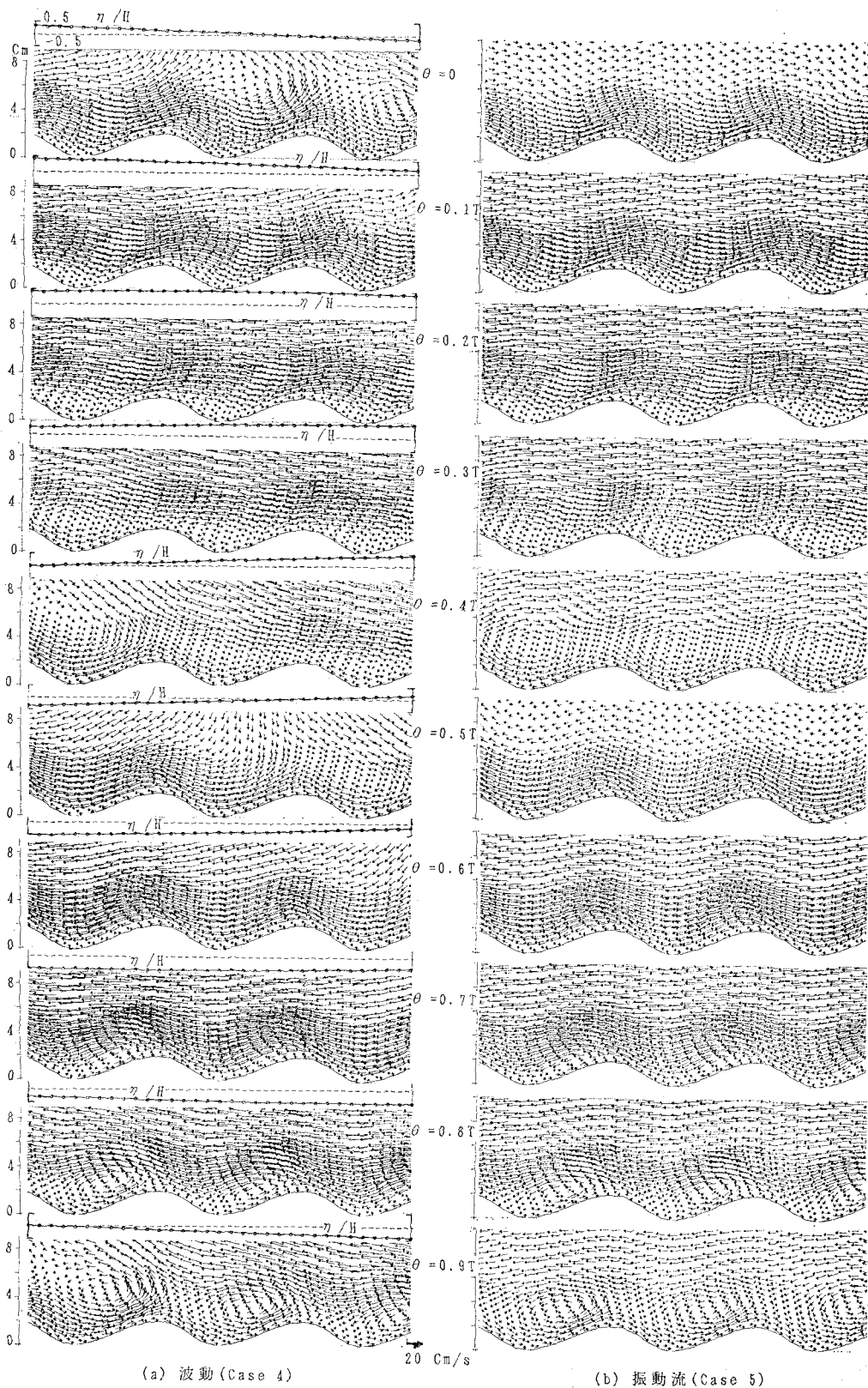


図-3 流速場の時間変化

は実験の流況をよく表わしていると思われるが、渦度は流線が剝離した位相においても底面にはり付いたままとなっており、実験値とは異っている。これは、計算時に底面付着の条件を課し、流速0としている為に底面上大きな流速勾配が生じて渦度が計算されているものである。適当な底面すべりの条件を考慮する必要がある。

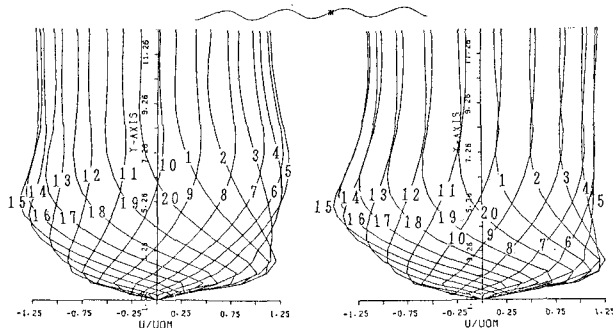
図-3 は、非対称砂漣を対象に、波動および振動流の主流条件に対する計算結果で、流速ベクトルの時間・空間的な変化を示している。なお (a) 図中には各位相ごとの水面波形 (○印) を示してある。(b) 図の振動流の場合、主流流速が増加し最大流速となる直前の位相 ($0.2T$) 付近から急斜面側に時計回りの渦が形成され始め、流速の減少に伴い渦は発達して多少上方へ向う ($0.2T \sim 0.4T$)。この放出渦は流速の方向が逆転する位相には完全に消滅する。逆向き流速が増加すると緩斜面中央部近くに反時計回りの渦が生成され ($0.7T$)、流速の減少に伴って同様の発達、消滅の過程となる。一方、図 (a) の波動の場合、中央砂漣の谷部分に注目して、その位相変化を見ると振動流の場合とはほぼ同様の流況を呈する。しかしながら、波峯通過後に岸向流速が減少し始める位相に発達した渦は、鉛直下方に向う流速成分に押しつぶされた状況となり、十分には上方へ放出されず沖側へ向う流線に同化される ($0.3T \sim 0.5T$)。また、緩斜面側に発生した反時計回りの渦は、沖向き流速の減少と共に発達し、主流の鉛直上向きの流線に取り込まれ

て更に上方へ放出し、上方で岸向き流線に同化される ($0.8T \sim 0.1T$)。すなわち、波動場での渦の一連の過程は砂移動、特に渦により巻き上げられた浮遊砂の輸送を規定する支配的要因である事が理解される。

図-4 は、図中の非対称砂漣上の鉛直方向断面上における水平方向流速の分布を示したものである。この緩斜面側中央部付近の断面上では、水平方向流速の最大値は左向きの時に発生するが、底面近傍の速度勾配は右向きの位相で大となり、この時、大きなせん断力が作用することになる。また、主流条件が波動および振動流の場合とも図-3 から推察されるように、この水平方向流速には差がない。

図-5 は、非対称砂漣の谷部の断面上に配置 (○印) した水粒子の一周期間の運動をラグランジュ的に追跡しその軌跡を図示したものである。主流条件が Case 4 の波動の場合と Case 5 の振動流の場合とで、追跡開始の位相が異なるので全く同一の状態としては比較できないが図 (a) の波動の場合、上方の水粒子の運動はポテンシャル波動的で楕円運動をする。一周期後にはその軌道は閉じず岸方向へ輸送される。また、底面近傍に配置された水粒子は、砂漣の岸側斜面に発生する時計回りの渦によって沖側へ移動し、位相が逆転すると上方へ放出される渦と共に岸側へ大きく輸送される。一方、図の (b) 振動流の場合には、上層部の水粒子は、ほぼ水平な往復運動であり、下層部では、左側へ向う流速によって緩斜面側へ移動し、反時計回りの渦の発生によって、ある粒子は右向きに大きく輸送されるが、この渦は主流流速の方向逆転に伴って消滅するため、他の水粒子は初期の位置まで帰らずに平均的に緩斜面側に輸送される。

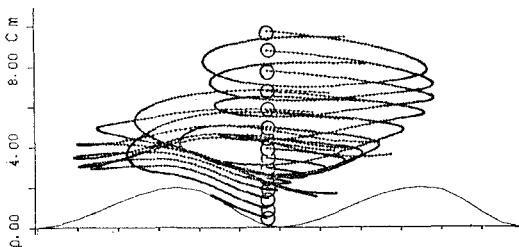
図-6 は、図中の破線内に配置した水粒子の一周期後の位置を図示したものである。図-5 で考察した通り、主流が波動の場合、水粒子は岸向きに輸送され、また振動流の場合には、佐藤ら (1985) の結果と同様に底面近傍の水粒子は緩斜面側へ輸送されることが分る。このような水粒子移動の傾向は、他の計算結果、Case 2, Case 3 の対称砂



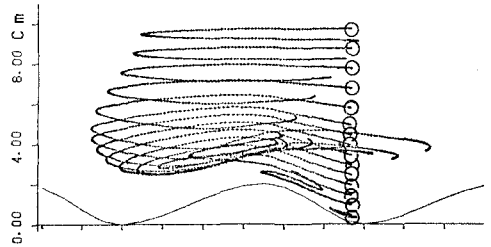
(a) 波動 (Case 4)

(b) 振動流 (Case 5)

図-4 水平流速分布



(a) 波動 (Case 4)



(b) 振動流 (Case 5)

図-5 水粒子の軌跡

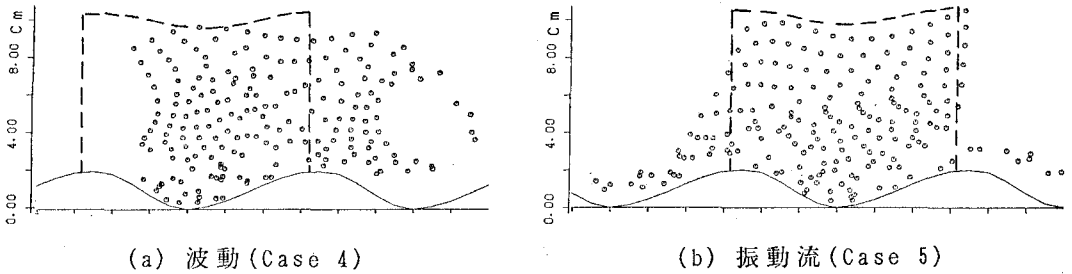


図-6 水粒子の輸送

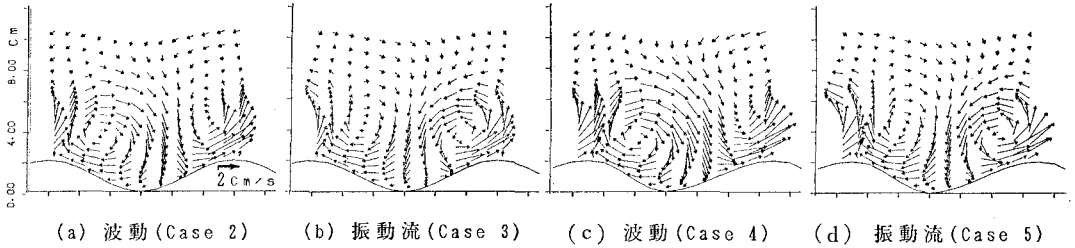


図-7 定常流速場

漣の場合でも殆ど同様の状況が得られており、主流条件の相違による特徴の1つである。しかしながら水粒子の移動は当然、主流流速の振幅と砂漣長との関係や主流流速波形などで異なるので、他の多くの場合についても検討する必要がある。

図-7 は、各点での流速を一周期間平均して得られた定常流速場を、各 Case について図示したものである。振動流の場合、砂漣形状にかかわらず、ほぼ対称な渦対が見られる。これに対して、波動の場合には、岸側斜面に定常渦が存在する一方、沖側斜面を溯上する強い流れが見られる。これ等の計算結果は、従来の報告とも一致するものであり、流況をよく表わしているものと思われる。

4. おわりに

本研究では、任意海底形状の乱流境界層を対象に任意の主流条件に対して解析する手法を示した。適用計算を行って解析手法の有効性を示すと共に、従来、明確な議論が行われなかった振動流場と波動場での境界層の特性

について幾つかの相違点を明らかにした。他の種々の場合に対しても解析検討を進め、底質移動に関する定量的評価を加えることが今後の課題である。

参 考 文 献

- 沢本正樹 (1983): 砂漣上の粘性振動流の Oseen 近似, 土木学会論文報告集, 第 331 号, pp. 95~101.
- 佐藤慎司・三村信男・渡辺 晃 (1983): 砂漣上の振動流境界層に関する研究, 第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 189~193.
- 田中 仁・首藤伸夫 (1984): 波状曲面上の一方向流を伴う振動流に関する実験, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 301~305.
- 沢本正樹 (1985): 波形底面上の剝離のある振動流の計算, ながれ, 4-1, pp. 43~53.
- 佐藤慎司・上原啓史・渡辺 晃 (1985): 乱流モデルによる砂漣上の振動流境界層の数値シミュレーション, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp. 26~30.
- イズマル・アイディン・首藤伸夫 (1985): 波と流れによる砂漣上の流況, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp. 278~282.
- 浜本健一・三村信男・渡辺 晃 (1982): 砂漣上の振動流境界層に関する実験的研究 (2), 第 29 回海岸工学講演会論文集, pp. 254~258.