

前傾した波の下での底面境界層の解析

浅野敏之*・栗林賢一**・酒井哲郎***

1. はじめに

底面摩擦力の評価に際しては、水平床上の正弦振動流の実験結果に基づいた公式を準用しているのが現状である。現地の海岸に來襲する波の下での底面近傍の水粒子速度場は、多くの点で振動流で記述できるものではない。すなわち、流速変動は正弦波形ではなく、波の非線形性を反映している。また斜面上では波は前傾し、斜面勾配自身も底面近傍の水粒子速度場を支配する。碎波によって生じる乱れや戻り流れも、波による底面摩擦力を変化させる大きな要因である。

著者ら(1987)は、波の非線形性が底面摩擦力に及ぼす効果を数値計算によって明らかにし、底面摩擦係数の形でこれを定量的に評価した。その結果、波の非線形性とともに底面摩擦係数は増大することがわかったが、この理由として非線形性の大きい波の下では、峰位相を迎える前の流速変化がきわめて大きく、それに付随して圧力勾配が大きくなるためと結論された。

斜面上の前傾化した波では波の峰前面で波形が切り立ってくるため、上述の効果がより顕著に現れる可能性がある。従来の斜面上の遡上高を算定する数値モデルでは、位相を通じて一定の摩擦係数を用いているが(例えば、Kobayashi et al., 1987), Allsop et al.(1988)の実験結果と数値結果が波の前傾する位相で系統的に合わない報告は、底面摩擦の位相による変化を示唆している。前傾化した波の下での底面摩擦力の特性を解明することは、岸沖漂砂の特性を議論する上でも、きわめて重要であるが、これについての研究は、Schaffer ら(1986)の研究以外にはほとんど見あたらない。本研究は波の前傾化とそれに伴う圧力勾配の変化が底面摩擦に及ぼす効果に着目し、これを数値計算によって明らかにしたものである。

2. 波の前傾化を示すパラメーター

波の前後あるいは上下非対称性を指標化し、これと海

底勾配や波の諸量との関係を議論した研究はいくつか知られている。例えば酒井(1976)は、実験水槽内で測定された波形に対して、灘岡ら(1982)は現地で観測された波形・流速波形に対して、上述の考察を行った。関根・服部(1985), 桂川・服部(1988)は、アーセル数や合田が提唱した非線形パラメーターと波の前傾度の関係を議論した。

ここでは上述の研究成果などによって、波の諸量などから流速波形の前後非対称性が得られた後の段階から議論を開始する。ここでは前後非対称な流速波形として、次式に示す Hansen-Svendsen(1987)の“saw-tooth wave”モデルを採用する。

$$\frac{u(t)}{\hat{u}_p} = \begin{cases} \sigma t / \alpha \pi & : 0 < \sigma t < \alpha \pi \\ (\pi - \sigma t) / (1 - \alpha) \pi & : \alpha \pi < \sigma t < (2 - \alpha) \pi \\ (\sigma t - 2\pi) / \alpha \pi & : (2 - \alpha) \pi < \sigma t < 2\pi \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 σ は角周波数、 $\hat{u}_p$ は外縁流速の最大値、 α は 0 から 1 までの値を取るパラメーターで、 $\alpha=0.5$ で波は対称となり、 $\alpha<0.5$ で波は前傾、 $\alpha>0.5$ で後傾する。このモデルは碎波後の波の水平方向水粒子波形を測定整理した結果得られたもので、水面での境界条件をどの程度満足するか定かではなく、物理性は十分とは言えないが、波の前傾度を 1 つのパラメーター α で簡単に記述できる点は評価すべきであろう。ただし、このモデルのままでは $\partial u / \partial t$ あるいは圧力勾配 $\partial p / \partial x$ が $\sigma t = \alpha \pi$, $(2 - \alpha) \pi$ で不連続となり、現象を記述するのに適切ではない。そこで (1) をフーリエ展開して連続な波形を与えることにする。すなわち、

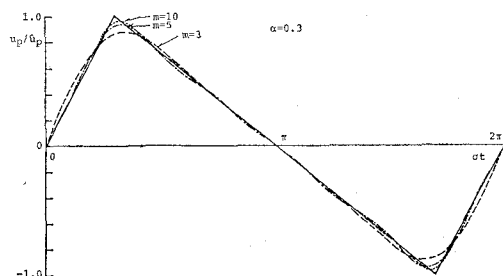


図-1 saw-tooth wave とそのフーリエ近似

* 正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学教室

** 学生会員 京都大学大学院 工学研究科

*** 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学教室

$$\left. \begin{aligned} u(t)/\hat{u}_p &= \sum_{n=1}^m a_n \sin n\sigma t \\ a_n &= \frac{2}{\pi^2 \alpha (1-\alpha) n^2} \sin n\alpha\pi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$\alpha=0.3$ の場合について、(1)，(2) で与えられる波形を図-1に示す。級数和の項数 m を増加させるとともに，“saw-tooth wave”に近づくが、同時に $\partial u/\partial t$ の連続性が悪くなる。こうした点を勘案して以下の解析では項数 m を 5 とした。

3. 層流境界層の計算

境界層外縁における流速波形を(2)のような saw-tooth 波形のフーリエ級数近似で与え、次式の層流境界層方程式に基づいて境界層内の流速波形を計算した。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial u_p}{\partial t} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \dots\dots\dots (3)$$

ここに ν は動粘性係数である。(3) は線形であるため、解の重ね合わせが可能で、外縁流速を(2)で与えたときの解は次式となる。

$$u = \sum_{n=1}^m a_n \{ \sin n\sigma t - \exp(-\beta_n z) \sin(n\sigma t - \beta_n z) \} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 $\beta_n = \sqrt{n\sigma/2\nu}$ である。図-2 は $\alpha=0.3, 0.5, 0.7$ に対して計算結果を示したものである。図から波形の対称な $\alpha=0.5$ の場合には、境界層内部の流速波形も正方向と負方向の極大値が等しく対称となるが、波が前傾する $\alpha=0.3$ の場合には正方向の極大値が負方向より大きくなる。この流速波形の上下非対称性は底面に近づくほど顕著になる。逆に $\alpha=0.7$ の後傾時には負方向の極大値が正方向より大きくなる。こうした結果が得られるのは、境界層内の流体塊に作用する driving force である圧力勾配 $(1/\rho)\partial p/\partial x (= -\partial U/\partial t)$ が、流速の極大値を迎える前の位相区間で波の前傾とともに大きくなることから説明できる。

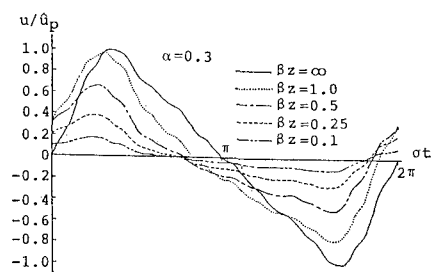
次に波の前傾による底面摩擦の特性の変化を、次式で定義される摩擦係数 f_w で評価する。

$$\tau_{b, \max} = (\rho/2) f_w \hat{u}_p^2 \dots\dots\dots (5)$$

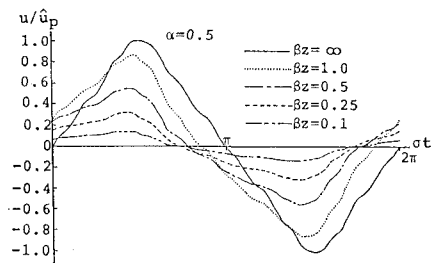
ここに $\tau_{b, \max}$ は底面せん断応力の岸向き最大値、 $\hat{u}_p$ は外縁流速の最大値である。計算結果を図-3に示す。図中には外縁流速に正弦波形を仮定したときの理論値

$$f_w = 2.08/\sqrt{R}, \quad R = \hat{u}_p^2/\nu$$

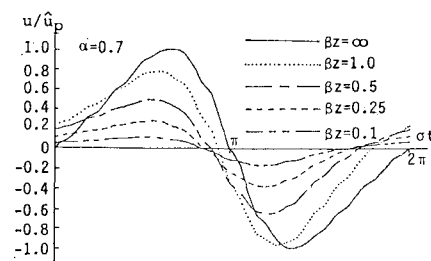
が示されている。 α が小さくなるにつれて、すなわち波が前傾するにつれて、摩擦係数の値は大きくなり、 $\alpha=0.1$ では正弦波に対する(6)の理論値の約2倍に達することがわかる。逆に波が後傾する場合には(6)の理論値より小さくなる。すなわち、図-1の $\alpha=0.3$ と $\alpha=0.7$ の流速変動の比較からわかるように、前傾時の谷位相での流速変動は後傾時の峰位相の流速変動に等しいから、結局、前傾波の下での摩擦係数は、峰位相で対称



(a) $\alpha=0.3$



(b) $\alpha=0.5$



(c) $\alpha=0.7$

図-2 層流境界層内の水平流速の位相変化

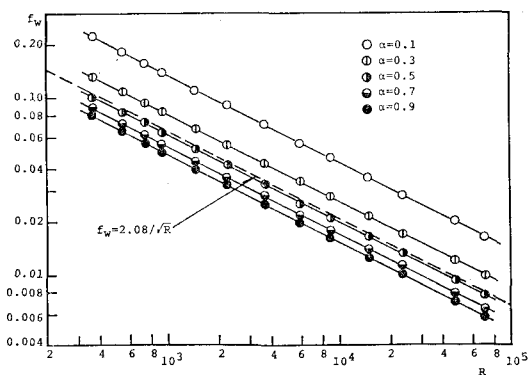


図-3 層流境界層における摩擦係数 f_w

波より大きくなり、谷位相では逆に小さくなる。

また、波が対称の場合の $\alpha=0.5$ の結果は、正弦波形に対する理論値とほぼ等しいが、わずかに小さくなる。 α が同じ場合の f_w の計算結果は、正弦波に対する(6)で与えられる曲線を上下に移動させたものと重なることがわかる。そこで実用の便を考え、次式のような層流境

界面における摩擦係数の計算式を提案する。

$$\left. \begin{aligned} f_w &= A_t / \sqrt{R} \\ A_t &= 0.378 - 0.479\alpha + 0.254\alpha^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

波の前傾化は流速が立ち上がる位相区間のみに着目すれば、波の周期が小さくなることと類似する効果を持つ。 f_w が前傾とともに大きくなることは、(6) で周期が小さくなると R の減少を通じて f_w が増大することから十分推察できることである。

次に底面せん断応力 τ_b と外縁流速 u_p の位相差について計算結果を示したものが図-4である。波の前傾化とともに τ_b の位相の先行が大きくなることがわかるが、得られた θ は正弦波形に対する層流境界層の位相差の理論値 $\pi/4$ よりかなり小さい。これはこのモデル化では、図-1 に示したように流速波形が峰位相で急変するためと考えられる。

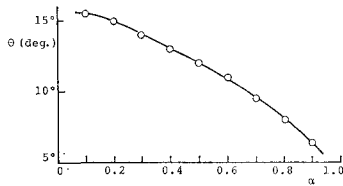


図-4 位相差 θ

4. 乱流境界層の計算

2次元の乱流境界層方程式は Reynolds Stress 項を混合距離 $l = \kappa z$ (κ はカルマン定数) を用いて表すと次式となる。

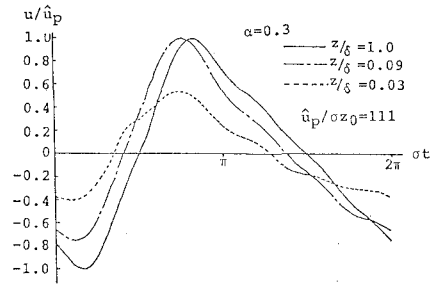
$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\kappa z)^2 \frac{\partial u}{\partial z} \right\} \end{aligned} \dots\dots\dots (8)$$

右辺第1項の圧力項は、境界層外縁の水粒子速度 u_p から次式で計算される。

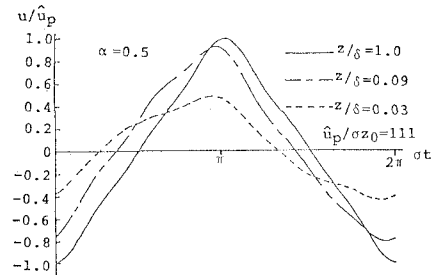
$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u_p}{\partial t} + u_p \frac{\partial u_p}{\partial x} \dots\dots\dots (9)$$

さらに連続式と連立することにより、未知量 u, w が計算される。計算は有限要素法を用いて行った。その詳細は浅野・岩垣 (1986a, b) を参照されたい。また、そこで示したように本解析の妥当性は、非線形性の強い対称波の下で測定された水粒子速度の実測値との比較から確かめられている。

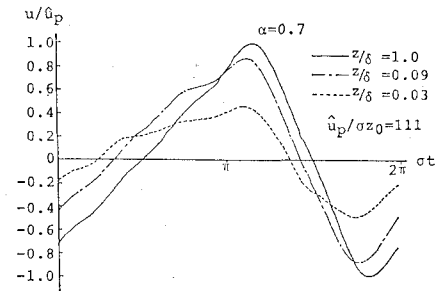
図-5 は $\alpha=0.3, 0.5, 0.7$ の場合の水粒子速度の時間波形を示したものである。図から前傾化した波 ($\alpha < 0.5$) では、正方向の極大値が負方向の極大値より大きくなり、後傾化した波では ($\alpha > 0.5$) では小さくなる。また正の極大値が生じる位相は底面に近づくほど前進し、底面せん断応力の境界層外縁流速からの前進となって現れる。この傾向は前傾度が大きくなるほど著しい。



(a) $\alpha=0.3$



(b) $\alpha=0.5$



(c) $\alpha=0.7$

図-5 乱流境界層内の水平流速の位相変化

これらの結果は 3. で示した層流境界層の場合と同じであり、その前の位相区間における圧力勾配の値が現象を支配するためと考えられる。

次に流速分布から底面せん断応力 τ_b を算出し、底面摩擦力の特性について考察する。 τ_b を求めるためには、底面での水粒子速度の z 方向勾配を計算する必要がある。しかし、ここでは水粒子速度は各節点において離散的にしか求められていないので、スプライン関数をあてはめることによって $\partial u / \partial z|_{z=0}$ を算出し、これより τ_b を求めた。 τ_b から (5) 及び次式で定義される摩擦係数を計算し、波の前傾化と底面摩擦力の関係を検討した。

$$|\tau_b| = \frac{\rho}{2} \bar{f} \hat{u}_p^2 \dots\dots\dots (10)$$

ここに $\bar{f}$ は1周期平均を意味する。

図-6 に底面せん断応力の最大値から計算された摩擦係数 f_w に関する計算結果を示す。波の前傾化とともに f_w は大きくなり、 $\alpha=0.1$ では対称時 ($\alpha=0.5$) の 1.7

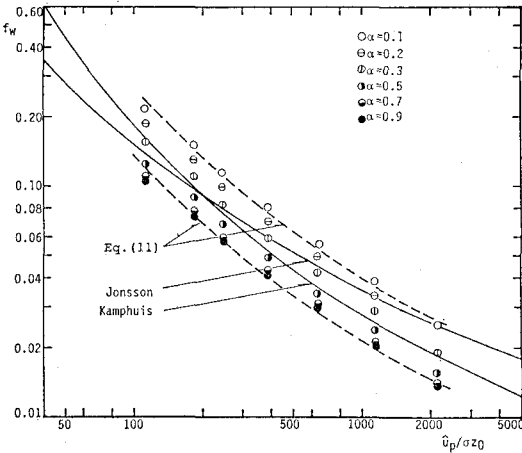


図-6 乱流境界層における摩擦係数 f_w

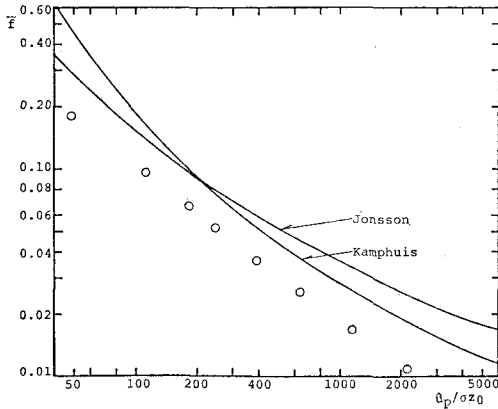


図-7 乱流境界層における摩擦係数 $\bar{f}$

倍に達することがわかる。後傾時に f_w は逆に減少する。図中には Jonsson および Kamphuis による摩擦公式を示した。本計算結果は Kamphuis 公式の曲線を上下に移動させたものに近いことから、次式のような波が前傾した場合の摩擦係数の算定式を提案する。

$$\frac{1}{4\sqrt{f_w}} + \log_{10} \frac{1}{4\sqrt{f_w}} = -A_t + \frac{4}{3} \log_{10} \left(\frac{1}{30} \frac{u_p}{\sigma z_0} \right) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_t = 0.790 - 1.374\alpha + 0.735\alpha^2 \\ \dots\dots\dots (11) \end{array} \right.$$

表-1 $f_w, \bar{f}$ に与える移流慣性項の効果

$\frac{u_p}{\sigma z_0}$	$\frac{u_p}{c}$	α	f_w	f_w'	$\bar{f}$	$\bar{f}'$
1140	0.299	0.1	0.0203	0.0177	0.0164	0.0165
		0.3	0.0211	0.0184	0.0163	0.0161
		0.5	0.0238	0.0207	0.0165	0.0160
		0.7	0.0289	0.0246	0.0169	0.0161
		0.9	0.0387	0.0319	0.0177	0.0164
244	0.110	0.1	0.0575	0.0548	0.0533	0.0536
		0.3	0.0603	0.0576	0.0521	0.0522
		0.5	0.0692	0.0657	0.0521	0.0519
		0.7	0.0841	0.0797	0.0524	0.0518
		0.9	0.1154	0.1096	0.0538	0.0529

図-7 は 1 周期平均した底面摩擦応力から計算された摩擦係数 $\bar{f}$ の結果を示したものである。この場合は 1 周期平均する操作によって波の前傾化の効果が打ち消され、 α による $\bar{f}$ の変化はほとんど無く、 α の異なる曲線が図中では 1 本の曲線に重なってしまう。

次に (8) 式中の移流慣性項 $u\partial u/\partial x + w\partial u/\partial z$ を無視したときの摩擦係数 $f_w', \bar{f}'$ を計算して、すでに得られた結果との比較から移流項の効果を考察した。表-1 は 2 つの計算ケースに対する比較を示したものであるが、最初のケースでは移流項を無視したときの f_w' は、 f_w より 15~20% 程度小さく、第 2 のケースでは 5% 程度小さい値となった。この定量的な変化はパラメータ u_p/c (c は波速) によって記述される。一方、 $\bar{f}$ については、この場合も結果の差異が見られなかった。

乱流境界層外縁における流速変動に、“saw tooth” 波形を与えたときの底面摩擦力の計算は、Justesen (1988) によっても行われている。そこでは乱れエネルギーに関する方程式を連立した、いわゆる 1 方程式モデルに基づいて計算を行っているが、移流慣性項は無視している。図-8 に本計算結果と、Justesen の計算結果を比較した図を示す。 $u_p/\sigma z_0 < 1000$ の範囲では、Justesen の結果は総じて本計算結果より小さく、両者の曲線の傾きも異なることがわかる。表-1 に示したように本計算で移流項を無視すれば、摩擦係数は少し小さくなって Justesen の結果と近づくであろう。また彼の計算では、外縁での流速変動に図-1 に示したような三角形の変動を仮定しているため、峰部で $\partial u/\partial t$ が不連続となり、その付近での計算結果の信頼性が幾分低下するものと考えられる。

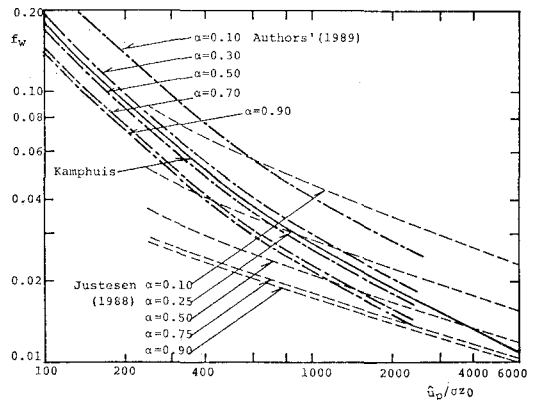


図-8 摩擦係数 f_w に関する Justesen (1988) の計算結果との比較

5. 結 論

本研究は数値計算によって、境界層外縁での流速変動に非対称な波形を与え、波の前傾化が底面摩擦に及ぼす効果を摩擦係数の形で検討したものである。

底面せん断応力の最大値と関係づけられる摩擦係数 f_w は、層流境界層の場合、波の前傾化のきわめて大きい $\alpha=0.1$ において、対称波に対する理論値の約2倍に達し、乱流境界層の場合には、対称な $\alpha=0.5$ の結果の約1.7倍となる結果を得た。逆に後傾する場合には、対称波の摩擦係数より小さくなることがわかった。このことは流速の最大値を迎える前の位相区間において、境界層内の流体塊に作用する driving force である圧力勾配が、波の前傾とともに大きくなることから説明される。

波の前傾時の谷位相での流速変動は、波の後傾時の峰位相のそれに等しいから、結局、非対称な波の下では、波の峰位相と谷位相とでそれぞれ、対称波の底面摩擦係数より増加・減少するという相反する特性を示すことになる。この波の1周期間での底面摩擦係数の変化の特性は、漂砂や波の遡上変形にきわめて大きな影響を与えると考えられる。

謝辞

最後に、有意義な御意見を頂いたデンマーク工科大学水理水力学研究所 (ISVA) の Peter Justesen 氏に謝意を表する。

参考文献

- 浅野敏之・雨宮 功・岩垣雄一 (1987): 有限振幅波動下における底面摩擦係数の評価に関する研究, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 1~5.
- 浅野敏之・岩垣雄一 (1986a): 有限振幅波動下における底面境界層の数値解析, 京都大学防災研究所年報, 第29号, B-2, pp. 675~689.
- 桂川哲行・服部昌太郎 (1988): 浅水変形波動場の計算法, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 73~77.
- 酒井哲郎 (1976): 沿岸の波の変形, 第12回水工研修会講義集, pp. B-2-1~25.
- 関根義和・服部昌太郎 (1985): 波動理論の適用範囲に関する実験的研究, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 11~15.
- 瀬岡和夫・近藤隆道・田中則男 (1982): レーザー・ドップラー流速計による碎波帯内の流速場の構造の解明, 港湾技術研究所報告, Vol. 21, No. 2, pp. 49~106.
- Allsop, N. W. H., J. V. Smallman and R. V. Stephens (1988): Development and Application of a Mathematical Model of Wave Action on Steep Slopes, Proc. of 21th Inter. Conf. on Coastal Engrg., pp. 281~291.
- Asano, T. and Y. Iwagaki (1986b): Non-linear effects on velocity fields in turbulent wave boundary layer, Coastal Engineering in Japan, Vol. 29, pp. 51~63.
- Hansen, J. B. and I. A. Svendsen (1987): The cross shore motion over a barred profile, 2nd Int. Conf. Coast. Port Eng. of Developing Countries, Beijing, Vol. 2, pp. 1867~1879.
- Justesen, P. (1988): Turbulent Wave Boundary Layers, Series Paper 43, ISVA, Tech. Univ. of Denmark, p. 226.
- Kobayashi, N., A. K. Otta and I. Roy (1987): Wave Reflection and Run-up on Rough Slopes, Proc. of ASCE, WW3, Vol. 113, pp. 282~298.
- Schaffer, H. A. and I. A. Svendsen (1986): Boundary Layer Flow under Skew Waves, Progress Report No. 64, Tech. Univ. of Denmark, pp. 13~24.
- 浅野敏之・雨宮 功・岩垣雄一 (1987): 有限振幅波動下における底面摩擦係数の評価に関する研究, 第34回海岸工学講演