

円形散気装置から形成される気泡噴流

北 野 義 則*・ 栗 谷 陽 一**

1. ま え が き

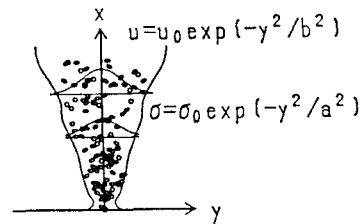
水中に気泡を発生させると、気泡噴流^{1),2)}が形成される。気泡の相対上昇速度および気泡の容積変化が無視できるとき、問題は簡単化されて、通常の温度差あるいは濃度差によって生ずるブリュームと同じ取り扱いとなる。そのとき、点源では、流速は $x^{-1/3}$ に、また幅は x に比例する。

点源気泡噴流について、我々は、気泡の相対上昇速度および気泡の容積変化を考慮して計算を行った結果、中心流速は $x^{-1/3}$ に比例して減速するものの、気泡の容積の増大に伴って、中途より加速に転じる。流速分布の幅は x に比例して広がるが、流速の加速により、その増加率は上昇に伴って低下する。また流速分布および気泡密度分布の幅の比が、高さとともに変化することを指摘した³⁾。実験によれば、点源気泡噴流の流速分布、気泡密度分布の幅はおおむね直線的に増大するが、点源を通らず両者の幅の広がり散気装置近傍で大きいことが認められた⁴⁾。この理由は気泡群の相互作用による拡散現象が現れることによる。気泡の容積変化を無視するが、しかしこの拡散現象を考慮すると、中心流速は $x^{1/6}$ に比例して増大し、点源近傍のある高さで最大値をとり、その後、減速することになる。また流速分布の幅は $x^{1/3}$ で上昇し、その後、 x に比例する。

気泡噴流の応用例の1つとして、湾、湖、池などにおける水質改善のため気泡を発生させ水質向上を目的とした施設も見られる。点源の場合、散気装置直上で気泡密度が高く粗大気泡が形成されやすい。上昇速度は大きく、酸素移動の点で見れば問題となる。円形散気装置から気泡を発生させると気泡密度は低くすることができ、そのため気泡径は小さくなる。その結果気泡の上昇速度を点源に比較して、押さえることができ有利となる。本報告は点源からの気泡噴流を進展させ、円形散気装置より形成される気泡噴流について理論的、実験的に検討を行ったものである。

2. 理 論

点および円形散気装置から形成される軸対称気泡噴流の場合、流速が高さとともに変化する。しかし気泡の相対上昇速度は一定値を取ること、および気泡の干渉拡散とにより、上昇方向に相似性が存在せず、Schmidt が加熱気体に対して行った解析手法等を用いることはできない。考えられる解析法の一つとしてモーメント法がある。



図一 気泡噴流の模式図

図一1 に示すように噴流中心軸に沿って鉛直上方に x 軸、水平方向に y 軸をとり、それぞれの方向の流速を u, v 気泡密度を σ で表すと、次の連続の式、運動量の式および気泡の保存式が成り立つ。

$$\frac{\partial(yu)}{\partial x} + \frac{\partial(yv)}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \sigma g + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(y l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(u+w) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + v \frac{\partial \sigma}{\partial y} = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(y K + y l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \right) \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

u : x 方向の流速, v : y 方向の流速, σ : 気泡密度,
 g : 重力加速度, l : 混合距離, w : 相対上昇速度,
 K : 干渉拡散係数

渦拡散係数には Prandtl の運動量輸送理論を用いた。また気泡径 0.2~0.7 cm の範囲で気泡の相対上昇速度は 23 cm/s をとるので、 w は一定とした。大気圧 10 m に比較して、水深は浅いと仮定する。従って、気泡の容積変化は考慮しない。

* 正会員 工修 関東学院大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 九州大学教授 工学部水土木工学科

実験結果に基づき流速分布, 気泡密度分布はガウス分布を仮定する.

$$u = u_0(x) \exp\{-y^2/b(x)^2\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\sigma = \sigma_0(x) \exp\{-y^2/a(x)^2\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

混合距離 l は噴流幅 b に比例するとして

$$l = \varepsilon b \quad \dots\dots\dots (6)$$

とする.

単一気泡は螺旋運動, ジグザグ運動を行う. 気泡群になると, これらに相互作用が加わり気泡の上昇経路がランダムとなり拡散現象が見れる. 以後, この拡散を干渉拡散と称する. この拡散の効果は気泡密度が高いとき顕著である. 干渉拡散係数が気泡密度のみに支配されると仮定する⁵⁾.

$$K = K_0 \sigma_0^n \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし, 噴流断面内では一定とする.

(4), (5), (6), (7) および (1) を用いて運動量式 (2), 気泡の保存式 (3) に代入し各式の 0 次及び 1 次モーメントを等しくおけば, 次の各式を得る.

$$UB^2 \frac{dU}{dX} + BU^2 \frac{dB}{dX} = A^2 S \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{B^2}{A^2+B^2} AS \frac{dU}{dX} + 2 \left\{ 1 + \frac{B^4}{(A^2+B^2)^2} U \right\} S \frac{dA}{dX} \\ & + \frac{2A^3B}{(A^2+B^2)^2} SU \frac{dB}{dX} \\ & + \left\{ 1 + \frac{B^2}{A^2+B^2} U \right\} A \frac{dS}{dX} = 0 \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$UB^3 \frac{dU}{dX} + \frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} B^2 U^2 \frac{dB}{dX} = SA^3 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} B^2 U^2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ 1 - \frac{B^3}{(A^2+B^2)^{3/2}} \right\} B^2 S \frac{dU}{dX} \\ & + \left\{ 2 - \frac{2B^3}{(A^2+B^2)^{3/2}} - \frac{3A^2B^3}{(A^2+B^2)^{5/2}} \right\} BSU \frac{dB}{dX} \\ & + 3 \left\{ 1 + \frac{B^5}{(A^2+B^2)^{5/2}} U \right\} AS \frac{dA}{dX} \\ & + \left\{ 1 + \frac{B^3}{(A^2+B^2)^{3/2}} U \right\} A^2 \frac{dS}{dX} \\ & = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{B^4 A}{(A^2+B^2)^2} US + 2K_0 S^{n+1} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

(9) は, 積分できて送気量を求める式を得る.

$$Q = \pi A^2 S \{1 + B^2 U / (A^2 + B^2)\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} U &= u_0/w, \quad B = b/a_0, \quad A = a/a_0, \\ X &= \varepsilon^2 x/a_0, \quad S = \sigma_0 g a_0 / \varepsilon^2 w^2 \\ K_{00} &= K_0 / \{\varepsilon^2 w a_0 (g a_0 / \varepsilon^2 w^2)^n\} \\ Q &= q g / \varepsilon^4 w^3 a_0 \\ q &= \int_0^\infty 2\pi y(u+w)\sigma dy \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

である.

円形散気装置から形成される気泡噴流の場合, $X=0$ で $U=0$ であるため, $X=0$ の点は特異点となる. $X=0$ 近傍の解を求めるためには, 次のように考慮しなければならない. $X=0$ 近傍において U, B, A, S を以下のようにおく.

$$U = U_1 X^h + U_2 X^m, \quad B = B_0 + B_1 X^i$$

$$A = A_0 + A_1 X^j, \quad S = S_0 + S_1 X^k$$

$$(h, i, j, k > 0, h < m) \quad \dots\dots\dots (14)$$

(8) 式に代入して最低指数で整理すれば

$$h U_1^2 B_0^2 X^{2h-1} = A_0^2 S_0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

したがって

$$h = 1/2 \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$U_1^2 B_0^2 = 2 A_0^2 S_0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

(9) より

$$U_1^2 B_0^3 = 2 S_0 A_0^3 \quad \dots\dots\dots (18)$$

(17), (18) より

$$A_0 = B_0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

次に (9), (11) より

$$\begin{aligned} & \frac{B_0^2 A_0 S_0}{2(A_0^2 + B_0^2)} X^{-1/2} + 2j S_0 A_1 X^{j-1} \\ & + k A_0 S_1 X^{k-1} = 0 \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{B_0^3}{(A_0^2 + B_0^2)^{3/2}} \right\} B_0^2 S_0 U_1 X^{-1/2} \\ & + 3j A_0 S_0 A_1 X^{j-1} + k A_0^2 S_1 X^{k-1} = 0 \quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

(20), (21) において A_1, S_1 が 0 でない解をもつには $j = k = 1/2$ $\dots\dots\dots (22)$

となり, 以上の結果を用いれば

$$A_1 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 \right\} A_0 U_1 \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right\} U_1^3 \quad \dots\dots\dots (24)$$

B_1, U_2 を求めるにはさらに高次の微係数により求めなければならない. (8), (10) より

$$\begin{aligned} & (1+i) B_0 B_1 U_1^2 X^i + (m+1/2) U_1 U_2 B_0^2 X^{m-1/2} \\ & = (2A_0 A_1 S_0 + A_0^2 S_1) X^{1/2} \quad \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{2} + \frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} i \right) B_0^2 B_1 U_1^2 X^i \\ & + (m+1/2) U_1 U_2 B_0^3 X^{m-1/2} \\ & = (A_0^3 S_1 + 3A_0^2 A_1 S_0) X^{1/2} \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

となる. B_1, U_2 が解をもつためには

$$i = 1/2, \quad m = 1 \quad \dots\dots\dots (27)$$

となる. (27) をもちいて B_1, U_2 について解けば

$$B_1 = \sqrt{2} A_1 / (2\sqrt{2} - 1) \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$U_2 = 2(2A_1 S_0 + B_0 S_1 - 3B_1 U_1^2 / 2) / 3 U_1 B_0 \quad \dots\dots\dots (29)$$

となる. 送気量を与える式 (12) より

$$Q = \pi A_0^2 S_0 \quad \dots\dots\dots (30)$$

となるから, (30) を用い U, B, A, S の各項の係数について整理すれば, 次のとおりである.

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= 0.7979(Q/A_0^2)^{1/2} \\ U_2 &= -0.03399(Q/A_0^2) \\ B_0 &= A_0, \quad B_1 = -0.09038Q^{1/2} \\ A_1 &= -0.1168Q^{1/2} \\ S_0 &= 0.3183Q/A_0^2 \\ S_1 &= -0.05260(Q/A_0^2)^{3/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

これを用いて、 $X=\Delta X$ での U, B, A, S の最初の計算ステップとし、以降は Runge-Kutta 法により計算を行った。

3. 実験装置と実験方法

実験装置を図-2に示す。使用した水槽は、長さ4m、深さ1m、幅0.6mの片面ガラス張り鉄製水槽である。水槽両端付近にタワシを設置して気泡噴流によって水槽表面に生じる大きな流を小さくした。その結果、旋回流の影響を押さえることができた。水槽中央底部に散気装置を据えた。用いた散気装置は直径4cmおよび8cmの2種類で、それぞれの散気装置に対して実験を行った。コンプレッサーより送気し、散気装置に導き気泡を発生させた。途中、流量計を設置して送気量を測定した。実験は表-1に示すように、送気量は2倍のステップに変化させて4通り、計8種類に対して行った。平均流速は、フォトランジスタで検出するプロペラ流速計を用いて、高さ5, 10, 15, 30, 45, 60cmの位置で、1点10秒間、噴流断面方向に1cmおきに3回繰り返して計測した。気泡密度分布は、ボイドセンサーで測定した。ボイドセンサーは、気泡との接触回数および接触時間の累計を測定するものであって、これより平均気泡密度を求めることができる。次に気泡噴流の変動流速を計測した。平均流速を測定したプロペラ流速計は翼径3mmの8枚羽根からできていて、1回転につき8パルスを出力する。この流速計を用い各パルス間の経過時間を測定し、それからその間の流速値を求めこれをもとに一定時間間隔に対する流速変動を算定する。測定時間は1点につき1分間である。

4. 考 察

気泡群の相互干渉による拡散を考慮して数値計算した1例を図-3に示す。点源気泡噴流では、干渉拡散係数の指数 $n=1/2$ で理論計算と実験結果との一致が見られたので、今回も $n=1/2$ とした。 $K_{00}=0$ は乱流拡散だけを考慮した解で、流速 U は高さ X の増大とともに浮力により加速され、ある最大値をとり、その後、減速する。 K_{00} の値の増大に伴って、 U の加速は低下するが $K_{00}=0$ の解に漸近する。次に、流速分布幅 B 、気泡密度分布幅 A 、は散気装置直径で決定される幅を持ち、その後水流が浮力を受け流速が大きく加速される。しかし連行量が

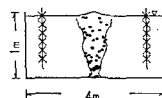


図-2 実験装置

表-1 実験条件と実験結果

実験	D=4cm				D=8cm			
	RUN 1	RUN 2	RUN 3	RUN 4	RUN 5	RUN 6	RUN 7	RUN 8
送気量 q cm ³ /s	66.7	133	267	533	66.7	133	267	533
$e=q/b$	0.15	0.15	0.16	0.16	0.15	0.15	0.15	0.16
K_{00}					10.0			
n					1/2			

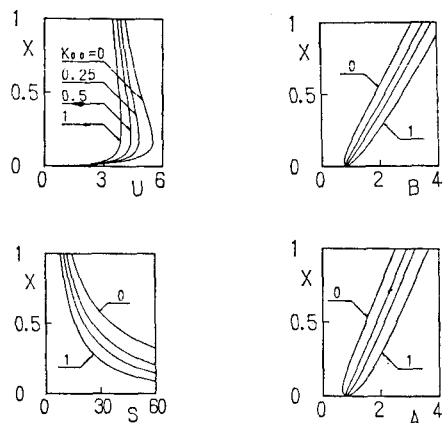


図-3 U, B, A, S と X の関係

限られているため A, B も減少するが、その後、増大に転じる。 K_{00} の増加にともない両者ともその拡がりは大い。中心気泡密度 S は干渉拡散係数の増加に従って $K_{00}=0$ の解に比較して上述した理由によりその値は低下することになる。

図-4に実験結果の一例を示す。気泡噴流の流速分布及び気泡密度分布とも誤差分布で十分近似出来ることが解かる。なお流速は $ux^{1/3}/(gq)^{1/3}$ で、気泡密度は $\sigma x^{5/3}/(q^2/g)^{1/3}$ で横方向に対しては y/x で無次元化して図示している。図中の実線は高さ60cmでの誤差分布曲線を示すものであって良く一致していると思われる。

次に実験結果と理論計算の比較検討を行う。与えなければならない未知定数として $n, K_{00}, a_0, \varepsilon$ がある。気泡群の相互干渉による拡散係数は気泡密度のみによって定まると考え、点源気泡噴流で得られた値を用いることにした。

$$K=10.0\sigma_0^{1/2} \text{ cm}^2/\text{s} \dots\dots\dots (32)$$

a_0 については、数値計算において、 $A_0=1$ としたので、 $X=0$ で $a=a_0$ となる。散気板直上では気泡は相対上昇速度だけで上昇するため、その分布を一様分布と考えて、気泡滞留量とそのモーメントを一致させた。すなわち、散気装置の直径を D とし一様分布の気泡密度を T

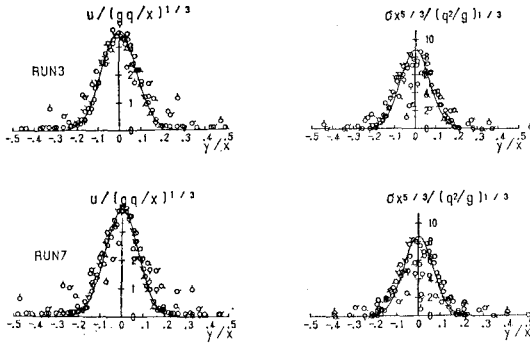


図-4 流速分布と気泡密度分布

(5 cm ○ 10 cm ○ 15 cm ○
30 cm ○ 45 cm ○ 60 cm ○)

とすると

$$\int_0^\infty 2\pi y \sigma_0 \exp(-y^2/a_0^2) dy$$
$$= \pi \sigma_0 a_0^2 = \pi D^3 T / 4$$
$$\int_0^\infty 2\pi y^2 \sigma_0 \exp(-y^2/a_0^2) dy$$
$$= (\pi)^{3/2} \sigma_0 a_0^3 / 2 = \pi D^3 T / 12$$

$$a_0 = 2(\pi)^{-1/2} D / 3 \dots\dots\dots (33)$$

を得る。以上の値を用い、実験結果と最も一致するようにεの値を決定する。その結果を表-1に示す。得られたεは、0.15~0.16でありその値は点源気泡噴流とはほぼ同じである。

図-5 に計算結果と実験結果を示す。図中の実線は、決定された定数を用いて、計算した結果である。

図-5 (1) に実験値をガウス分布で近似した中心流速の高さ方向に対する変化を示す。気泡噴流の中心流速 u_0 は、始め $x^{1/2}$ に比例して増大し、 K を無視した理論結果に比較して加速は幾分緩慢となるが、ある高さで最大値をとり、その後乱流拡散が支配的となり減速する。

噴流幅 b を $u = u_0 e^{-1}$ となる距離で定義し、図-5 (2) に示す。幅の拡がり方は $x=0$ で (33) 式で表される大きさを持ち、直上では $B_0 + B_1 x^{1/2}$ (B_1 は負) に従って減少するが、その後、流速 u が減少するにつれて b は、直線的に増大する。

気泡密度分布の幅 a も流速分布と同様 $\sigma = \sigma_0 e^{-1}$ となる距離で定義し、同じ図中に示している。 a は散気板直上で b と同じ大きさを持ち、縮流により狭くなるが、その後上昇とともに拡がる。しかし噴流幅 b に比較して低下する。

気泡の中心密度の変化を図-5 (3) 示す。気泡密度 σ_0 はある値より始まり $x^{-1/2}$ に比例して減少しかつ乱流拡散のみの計算値より低下するが、その後点源気泡噴流の解に漸近する。

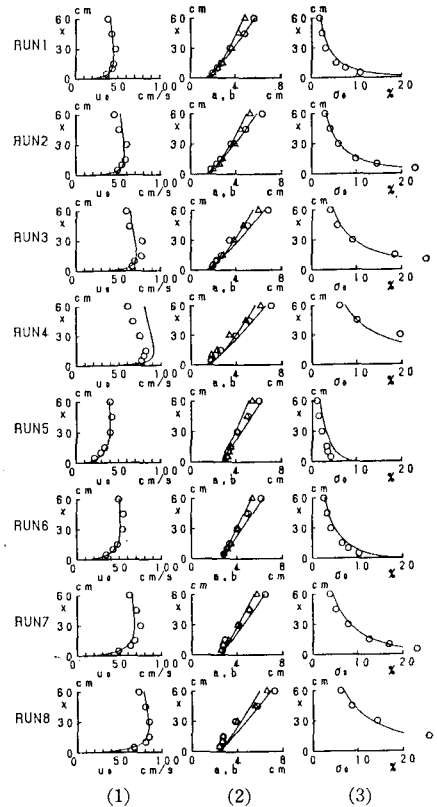


図-5 実験値と理論値の比較 (u_0 (○), b (○), a (△), σ_0 (○) と x の関係)

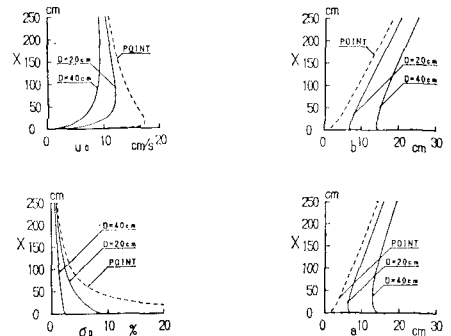


図-6 気泡噴流の比較 ($q=200 \text{ cm}^3/\text{s}$, $\epsilon=0.155$, $K=10.0\sigma_0^{1/2}$)

次に線源気泡噴流との比較を行う。散気装置の直径 20 cm 及び 40 cm とし、送気量を $200 \text{ cm}^3/\text{s}$ として点源気泡噴流と比べてみる。用いた値は、 $\epsilon=0.155$, $K=10.0\sigma_0^{1/2}$ である。計算結果を図-6 に示す。直径の小さな散気装置で形成される気泡噴流は大きな直径で形成される気泡噴流に比べて、中心流速、流速分布幅、中心気泡密度、気泡密度分布幅とも、点源気泡噴流に速く漸近することになる。しかし酸素移動には気泡の滞留時間が要因の一つになることから、散気装置の直径が大きい

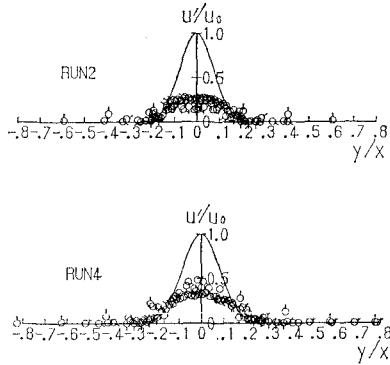


図-7 乱れ強度

(5 cm ○ 10 cm □ 15 cm △
30 cm ◇ 45 cm ● 60 cm ⊗)

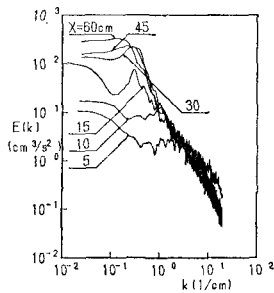
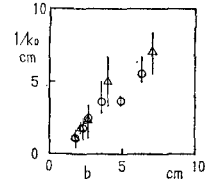


図-8 エネルギースペクトル (RUN2)

ほど有利であると考えられる。

図-7 に実験より得られた、乱れ強度を図示する。図中の実線は平均流速を示す。乱れ強度分布は、二次元気泡噴流で見られたような双頭峰の分布形状を示さず、ピークは軸上かあるいはそれに近いと考えられる。乱れ強度は最大流速の 25~30% 程度であり点源、二次元気泡噴流と同じであった。特に RUN4 においては測定高の低い位置での乱れ強度が強く現れた。送気量が大きいめた、気泡密度が非常に高く、気泡噴流の上昇流速が気泡の相対上昇流速に比較してかなり大きい。従って気泡密度分布のむらによって乱れが作られることも考えられる。

図-8 にエネルギースペクトルを示す。高さ 30 cm 以上では、 $-5/3$ 乗則の存在を確認できた。波数の小さな領域では高さとともに $E(k)$ は大きくなり、噴流として

図-9 最小波数 $1/k_0$ と噴流幅 b の関係

の乱れの発達に伴うものである。気泡径に相当する波数での気泡の後流によるスペクトルのピークは見られなかった。

図-9 はスペクトル図より $-5/3$ 乗則に従う最小波数 k_0 を読み取り、その波数の逆数と b との関係を示したものである。両者の間には比例的な関係があると思われる。

5. 結 論

円形散気装置から形成される気泡噴流について、実験的理論的に検討を行った。従来の混合距離理論に気泡の相互干渉による拡散を考慮することにより実験結果と良い一致を見た。

酸素移動は気泡の滞留時間も要因となることから、散気装置の直径が大きいほど効果がある。

干渉拡散係数は点源気泡噴流と同様 (32) 式で表すことができた。また、この値は二次元気泡噴流とはほぼ同じである。

混合距離の比例定数 ϵ は 0.15~0.16 であり、点源気泡噴流と同じであった。

乱れ強度分布のピークは軸上かその近傍にあり、乱れ強度は最大流速の 25% 程度である。スペクトルに関しては $-5/3$ 乗則の領域が存在した。

参 考 文 献

- 1) Cederwall, K. and J. D. Dittmars: Analysis of Air Bubble plumes, Proc. 14th Coastal Eng. pp. 2209~2226, 1974.
- 2) 北野義則・田中綏彦・栗谷陽一: “静水中における気泡噴流の性質”, 土木学会論文報告集 253 号, 1976 年 9 月.
- 3) 北野義則・栗谷陽一: “容積変化を伴う気泡噴流”, 第 34 回海岸工学講演会論文集, 1987 年 11 月.
- 4) Kitano, Y. and Y. Awaya: Air Bubble Plumes with interaction of Air Bubbles, Memoirs of the Faculty of the Engineering, Kyushu Univ. (in print).
- 5) 北野義則・栗谷陽一: “線源気泡噴流の性質”, 第 31 回水理講演会論文集, 1987 年 2 月.