

波浪による傾斜海底地盤の応答

酒井哲郎*・間瀬 肇**・松本明男***

1. ま え が き

海岸・海洋構造物を支持する海底地盤内では、波浪による変動水圧によって間隙水圧や地盤の有効応力に変動する。その結果、構造物の倒壊や海底地盤の崩壊が生じることがあると言われている。波浪による変動水圧によって生じる海底地盤内の間隙水圧や地盤の有効応力に関しては、この10年間の間に圧密理論を用いた扱いがいくつか発表された（例えば、山本ら¹⁾、Madsen²⁾、Mei and Foda³⁾、名合ら⁴⁾、大草⁵⁾、前野ら⁶⁾）。この扱いでは何れも Biot の式⁷⁾を用いており、これまでの扱いに比べて地盤の変形と間隙水の運動の両方を考慮した点で優れている。

しかしながら Mei and Foda によると、Biot の式が成立するためには多くの仮定がなされていることに気が付く。言うまでもなく、地盤の応力と歪みの間には弾性体の関係があることを仮定しているが、その他に間隙水や地盤の加速度は無視されているし、重力の効果も無視されている。加速度の効果については既に第32回水理講演会⁸⁾で発表したもので、ここでは重力の効果有限要素法を用いた数値解析によって検討する。

なお有限要素法の定式化においては名合らの研究を参考にしたが、境界条件の与え方に不明な点があったのでここで改めて検討した。

つぎにこの有限要素法による数値解析プログラムを用いて、傾斜海浜上を波が進行する際の海浜地盤内の間隙水圧および地盤変位の変動を計算する。とくに、傾斜した海底面での地盤変位に関する境界条件の与え方を検討するとともに、水平な海底面の場合と比較して、間隙水圧や地盤変位の特徴を議論する。

2. 重力を考慮した Biot の式の修正式

Mei and Fada³⁾に従って、固体と水の2つの相からなる連続体を考える。まず2相の質量保存則を考え、土粒子そのものは非圧縮と仮定し、水は空気の混入を考慮

して圧縮性を仮定すると、次の2式が得られる。

$$\dot{n}_w + n_w \nabla \cdot \mathbf{v}_s = \nabla \cdot \mathbf{v}_s + (\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) \cdot \nabla n_w \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\dot{n}_w + n_w \nabla \cdot \mathbf{v}_w = -n_w \rho_w / \rho_w \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 n_w は空隙率、 $\mathbf{v}_s$ および $\mathbf{v}_w$ は固相と水の速度ベクトル、 ρ_w は水の密度、 $\dot{}$ は間隙水の運動に従う物質微分、 ∇ は空間微分作用素ベクトル、 $\cdot$ はベクトルの内積を表す。

次に2相の運動方程式を考える。各相には応力、重力および2相間の相互干渉力が働く。間隙水に働く応力は間隙水圧のみと仮定し、また固相に働く応力は有効応力を用いて表現する。さらに相互干渉力は、ダルシー則で表現される2相の相対運動による抗力と間隙水圧に関係する力からなると仮定すると、次の2式が得られる。

$$n_w \rho_w \dot{\mathbf{v}}_w = -n_w \nabla p + n_w \rho \mathbf{g} - n_w^2 / K \cdot (\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$(1 - n_w) \rho_s \dot{\mathbf{v}}_s = -(1 - n_w) \nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T}^e + (1 - n_w) \rho_s \mathbf{g} + n_w^2 / K \cdot (\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで式(3)の $\dot{}$ は間隙水の運動に従う物質微分、式(4)の $\dot{}$ は固相の運動に従う物質微分、 p は間隙水圧、 $\mathbf{g}$ は重力加速度ベクトル、 K は2相の相対運動による抗力を $n_w^2 / K \cdot (\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s)$ で表現した場合の透水係数、 ρ_s は固相の密度、 $\mathbf{T}^e$ は固相に働く有効応力テンソルである。

次に静止状態での釣合を考え、式(1)～(4)の静止状態での式を各式から差し引く。こうして得られる式において、運動にともなう偏差の項の2次以上の項を無視する。このうち2つの連続式から得られる2式を加えると、次式が得られる。

$$n^0 \nabla \cdot \mathbf{v}'_w + (1 - n^0) \nabla \cdot \mathbf{v}'_s = -n^0 / \beta \cdot \partial p' / \partial t \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで $\partial / \partial t$ は時間に関する偏微分、 n^0 は静止状態での n_w 、 $'$ は静止状態からの偏差を意味する。 β は水の有効体積弾性率である。

一方、同様に2相の運動方程式からも運動に伴う偏差に関する式が得られる。

$$n^0 \rho_w \cdot \partial \mathbf{v}'_w / \partial t = -n^0 \nabla p' + n^0 \rho'_w \mathbf{g} - (n^0)^2 / K \cdot (\mathbf{v}'_w - \mathbf{v}'_s) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$(1 - n^0) \rho'_s \cdot \partial \mathbf{v}'_s / \partial t = \nabla \cdot \mathbf{T}'^e - (1 - n^0) \nabla p'$$

* 正 員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科

** 正 員 工博 京都大学助手 工学部土木工学科

*** 正 員 工修 (株)関西電力

$$+(n^0)^2/K \cdot (\mathbf{v}'_w - \mathbf{v}'_s) + n' \nabla p^0 - n' \rho_s^0 \mathbf{g} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 ρ_w^0 および ρ_s^0 は静止状態での間隙水および固相の密度である。なお式 (7) の右辺の最後の2項は、Mei and Foda³⁾ では抜けている。このうちの第4項は、 $n' \rho_w^0 \mathbf{g}$ と書き換えられる。

いま式 (6) および (7) の左辺の慣性項を無視し、式 (6) 右辺の重力項および式 (7) の右辺最後の2つの重力項を残したまま、有効応力に対して次式の Hooke の法則を用いて、Biot の式の修正式を求める。

$$\sigma_{ij} = G \cdot (\partial V_i / \partial x_j + \partial V_j / \partial x_i) + 2\nu / (1-2\nu) \cdot \delta_{ij} \cdot \partial V_k / \partial x_k \quad \dots\dots\dots (8)$$

ただしここで σ_{ij} は有効応力テンソルの成分、 V_i は x_i 方向の固相の変位、 x_i は空間座標、 G および ν は固相のせん断弾性率とポアソン比、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。

この場合、式 (6) の右辺第2項の ρ_w' は水の状態方程式

$$\delta p = \beta / \rho_w^0 \cdot \delta \rho_w \quad \dots\dots\dots (9)$$

を用いて p' に変換し、式 (7) 右辺最後の2つの項の n' は式 (1) の静止状態からの偏差に関する式

$$-\partial n' / \partial t + (1-n^0) \nabla \cdot \mathbf{v}'_s = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

を変形した式 $n' = (1-n^0) \cdot e$ を用いて $e (\equiv \partial V_k / \partial x_k)$ で表す。こうして得られた式 (6) と (7) の変形後の式を加えると、水平方向 (x) および鉛直方向 (z , 下向き正) に各々次式が得られる。

$$G \cdot \nabla^2 V_x + G / (1-2\nu) \cdot \partial e / \partial x - \partial p' / \partial x = 0 \quad \dots (11)$$

$$G \cdot \nabla^2 V_z + G / (1-2\nu) \cdot \partial e / \partial z - \partial p' / \partial z = -n^0 \cdot \rho_w^0 / \beta \cdot g p' + (1-n^0) (\rho_s^0 - \rho_w^0) g e \quad \dots (12)$$

一方式 (5) と、 ρ_w' を p' に変換し加速度項を無視した式 (6) から、次式が得られる。

$$n^0 / \beta \cdot \partial p' / \partial t + \partial e / \partial t - K \cdot \nabla^2 p' - K \rho_w^0 / \beta \cdot g \cdot \partial p' / \partial z = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

式 (12) の右辺と式 (13) の左辺第4項が、重力の効果として Biot の式に加わっている。

3. 重力の効果

(1) 有限要素法による定式化

式 (11)~(13) の重力項のない Biot の式については、すでに名合ら⁴⁾ が有限要素法で定式化している。海底地盤内に三角形要素を考え、その要素内における地盤の変位の2方向成分 V_x , V_z および間隙水圧の変動分 p' が、要素3節点における x および z の一次関数で与えられる内挿関数と上記3つの変量の値の積の和で与えられるとする。次に上記3式を、Galerkin法により試行関数として内挿関数を用いて残差をとる。さらにグリーンの定理を用いて弱形式化する。最後に時間微分の項を前

進差分で与え、その他の節点値は次ステップでの値と現ステップでの値の平均値で与える。

重力の効果を検討する具体的な例として、水深 $h=10.0$ m、波の周期 $T=10.0$ sec、波高 $H=2.0$ m の微小振幅波の進行波を考える。この場合、波長 $L=92.3$ m となる。海底地盤としては水平方向に 90.0 m、厚さ 30.0 m の層を考え、それ以下は不透過とする。海底地盤を、水平方向には波長の約 1/20 の 4.5 m で、また鉛直方向には海底面から 5.0 m までは 1.0 m、5.0 m から 15.0 m までは 2.0 m、15.0 m から 30.0 m までは 3.0 m で分割して、三角形要素を決定した。

境界条件のうち地盤表面以外は、名合らと同様である。基礎式の弱形式化の際得られる境界積分は、一般に境界条件が与えられれば領域内の未知数の値に関係なく求めることが出来、境界積分項を外力項として剛体マトリックスの外に置くのが一般的である。しかしながらここで扱っている場合の地盤表面においては、間隙水圧に対しては波浪による海底面での波圧を与えられるが、地盤変位に対してはあらかじめ与えることが出来ない。

地盤表面においては地盤有効応力を 0 とおけるので、ここでは式 (8) の左辺の有効応力の σ_{zz} および σ_{xz} を 0 とおいた2式から、 $\partial V_x / \partial z$ と $\partial V_z / \partial z$ を $\partial V_x / \partial x$ および $\partial V_z / \partial x$ を用いて表現し、剛体マトリックスに組み入れた。

なお計算時間ステップは、 $1/20 \cdot T$ である。

(2) 重力の効果

Mei and Foda³⁾ は彼らの boundary layer approximation の展開の中で、重力と圧力勾配の効果を比較し、その比が $\rho_w^0 g L / \beta$ (L : 波長) で与えられ、一般に無視し得るとしている。ここでは、この比が相対的に大きくなる β が小さい場合を考える。水の体積弾性率 β は、完全に飽和している場合は 2×10^9 N/m² 程度とされている³⁾。ここでは飽和度が 99% の場合を考え、 10^6 N/m² とする。その他の海底地盤の定数としては、以下の値を用いた。固相のせん断弾性率 $G=1.65 \times 10^7$ N/m²、透水係

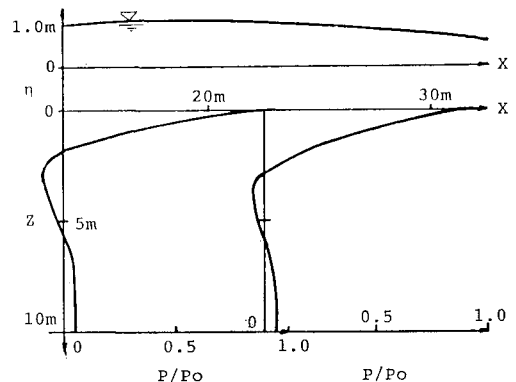


図-1 変動間隙水圧の鉛着分布

数 $K=1.5 \times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s/kg}$ (速度の次元を有する透水係数 k との間には, $K=k/(\rho_w^0 g)$ の関係がある), 間隙率 $n^0=0.28$, ポアッソン比 $\nu=0.35$, 固相の密度 $\rho_s^0=2.65 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ である。

以上の条件で式 (11)~(13) を用いて計算した変動間隙水圧を, Biot の式を用いて計算した結果と比較したところその差は 1% 以下であった。

図-1 は, 上側の図に示すように, 波の峯付近の位相における, $x=13.3 \text{ m}$ と 22.5 m ($x=0$: 左側境界) における海底地盤内の変動間隙水圧の鉛直分布を示している。この計算結果から, 式 (12) と (13) の各項の値の大きさを比較した。比較する地点として, 式 (12) 右辺第 1 項の変動間隙水圧および式 (13) の左辺第 4 項の変動間隙水圧の鉛直方向勾配が大きい $x=22.5 \text{ m}$, $z=1.0 \text{ m}$ の地点を選んだ。その結果, 式 (12) の右辺の 2 つの重力に関係する項は左辺の項に比べて 2 オーダ小さく, 式 (13) の第 4 項は他の項に比べて 1 オーダ小さいことが分かった。

計算は 1 例にすぎないが, このことから少なくとも地盤を弾性体と仮定する限りにおいては, 重力は波浪による海底地盤の応答においては無視し得ることがわかる。

4. 波浪による傾斜海底地盤の応答

3. における結果から, 重力の効果を無視した式 (11)~(13) すなわち Biot の圧密の基礎式を用いて, 海岸における砂浜の様な傾斜した海底面を有する海底地盤の波浪による応答を考える。

水平な海底面の場合の境界条件は, すでに 3. (1) で述べた通りであるが, 傾斜した海底面の場合にはそのままでは使えない。いま図-2 の様な一辺が傾斜海底面に一致する直角三角形を考える。この場合は, 傾斜した面に働く地盤有効応力の垂直成分 σ_n と接線成分 τ_n が 0 となる。

他の鉛直および水平な 2 辺に働く垂直成分及び接線成分と σ_n および τ_n との関係は, これらの応力の釣合いから, 次式のように与えられる。

$$\sigma_n = \sigma_{xx} \cdot \sin^2 \theta + \sigma_{zz} \cdot \cos^2 \theta - 2\tau_{xz} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \quad \dots\dots\dots (14)$$

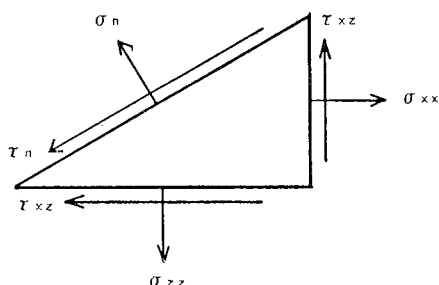


図-2 傾斜海底面に働く有効応力

$$\tau_n = \sigma_{xx} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta - \sigma_{zz} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta + \tau_{xz} \cdot (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \quad \dots\dots\dots (15)$$

左辺を 0 とおくと結局次式が得られる。

$$\sigma_{zz} = \sigma_{xx} \cdot \tan^2 \theta, \quad \tau_{xz} = \sigma_{xx} \cdot \tan \theta \quad \dots\dots\dots (16)$$

この関係を式 (8) の Fooke の法則に代入すると, V_x および V_z の z 微分がそれらの x 微分で表現できる。その関係を, 剛体マトリックスに組み入れた。

具体例として, 次のような状況を考える。海底勾配は 1/20 とし, 岸沖方向に 180m の領域の沖側境界では水深 $h=15.0 \text{ m}$, 岸側境界で $h=6.0 \text{ m}$ とする。海底地盤はその厚さが沖側境界で 60m, 岸側境界で 69m とする。この層より下は, 不透過層とする。波はその周期が 3. の場合と同様 10.0 sec, 波高は沖側境界では 3. の場合と同様 2.0m, 岸側に向かって微小振幅波理論による浅水変形を行うとし, 岸側境界では沖側境界での波高の 1.41 倍とした。

海底地盤としては砂浜の場合を想定し, 3. における値のうちせん断弾性率 G を $2.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, 間隙水の体積弾性率 β を $2.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ と変え, 他の量の値は等しく置いた。

海底地盤の沖側および岸側境界での条件としては, ここでは水平有限厚さの海底地盤の場合の山本⁹⁾の解を用いる。その場合の両側方境界での水深, 波高, 波長は, 各々その位置での値を用いた。

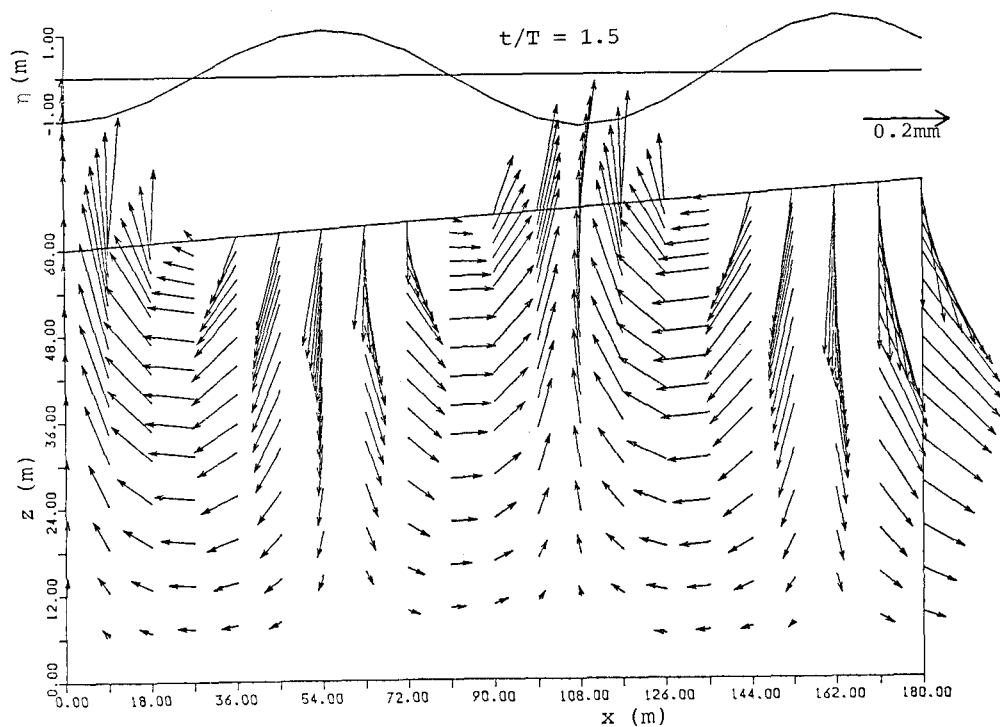
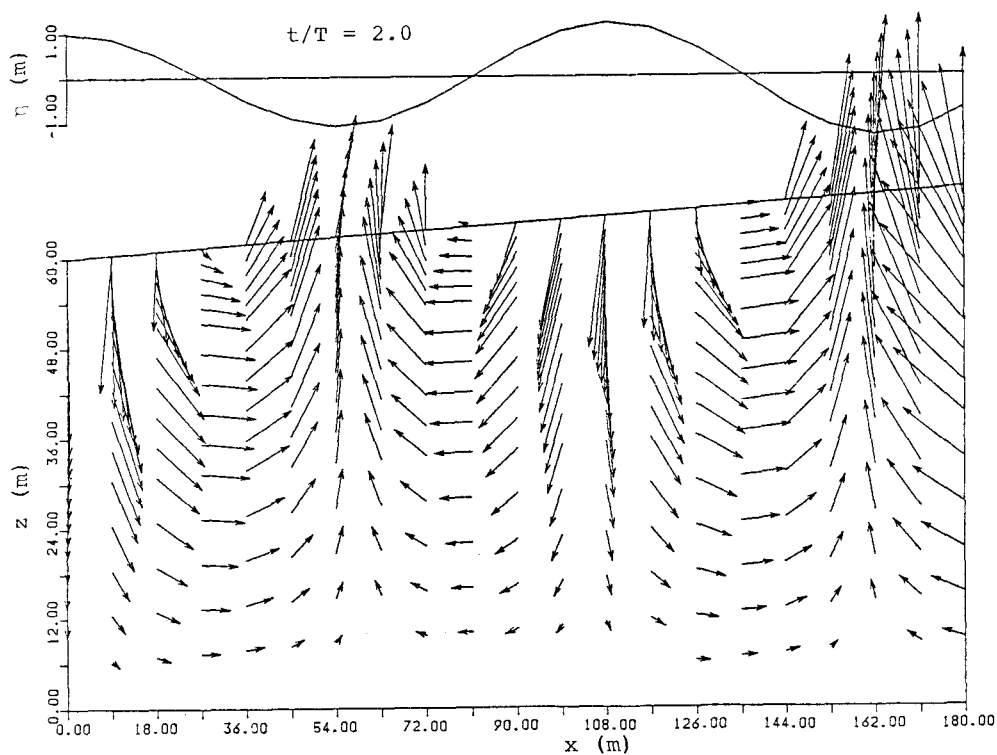
図-3, (1) および (2) は, 2 つの位相における海底地盤の変位を示している。各図の上側は, 水位を示している。比較のために, 図-4 に水平な海底面を有する地盤において計算された特定の位相における地盤変位を示している。図-3 の条件と比較して, 波の周期および沖側境界での波高は同じである。水深に関しては, 図-3 の場合の平均水深が図-4 の一様水深にほぼ同じである。不透過層までの地盤の深さは, 図-3 の方が 2 倍以上になっている。地盤の水平方向長さも, 図-3 の方が 2 倍になっている。地盤定数は, 全く同じである。

図-4 を図-3 と比較すると, 波の峯および谷の下の地盤の変位ベクトルの方向に相違のあることが分かる。水平地盤の場合には, 波の峯, 谷ともベクトルの方向は鉛直であるが, 傾斜地盤の場合は, 山では下向きでやや沖側に向き, 谷では上向きでやや岸側に向いている。

5. あとがき

波浪による海底地盤の応答のモデルとしての Biot⁷⁾の圧密の基礎式における重力の効果を, 有限要素法による数値解析によって検討した。有限要素法の定式化においては, 地盤表面(海底面)における境界条件の扱いを検討した。海底地盤を弾性体と仮定する限りにおいては, 重力は無視できることが分かった。

この有限要素法を用いて, 砂浜を想定した傾斜海底地

図-3 (1) 波による傾斜海底地盤の変位, $t/T=1.5$ 図-3 (2) 波による傾斜海底地盤の変位, $t/T=2.0$

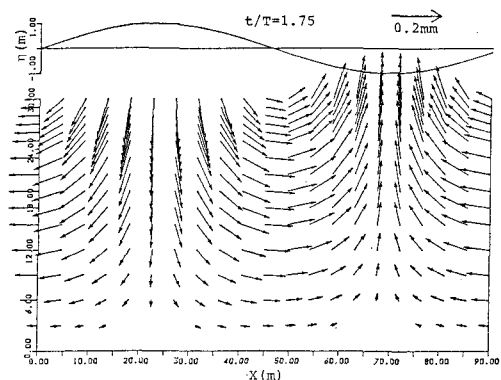


図-4 波浪による水平海底地盤の変位

盤における波浪による間隙水圧の変動と地盤変位を計算した。この際、傾斜海底地盤表面での境界条件の与え方を検討した。水深の減少による波高の浅水変形に伴う増加を考慮すると、水平海底面の場合に比べて、地盤の変位に変化が生じる事が分かった。

最後に、本研究に当り助言を頂いた京都大学工学部嘉門雅史助教授に謝意を表する。

参考文献

- 1) Yamamoto, T., H. L. Koning, H. Sellmeijer and E. Van Hijum: On the response of a poro-elastic bed to water waves, Jour. Fluid Mech., Vol. 87, pp. 193~206, 1978.
- 2) Madsen, O. S.: Wave-induced pressures and effective stresses in a porous bed, Géotechnique, Vol. 28, pp. 377~393, 1978.
- 3) Mei, C. C. and M. A. Foda: Wave-induced responses in a fluid-filled poro-elastic solid with a free surface—a boundary layer theory, Geophys. J.R. astr. Soc., Vol. 66, pp. 597~631, 1981.
- 4) Nago, H. and S. Maeno: Pore water pressure in sand bed under oscillating water pressure, Memoirs of Engineering, Okayama Univ., Vol. 19-1, pp. 13~32, 1984.
- 5) Okusa, S.: Wave-induced stresses in unsaturated submarine sediments, Géotechnique, Vol. 35, pp. 517~532, 1985.
- 6) Maeno, Y. and T. Hasegawa: In-situ measurements of wave-induced pore pressure for predicting properties of seabed deposits, Coastal Eng. in Japan, Vol. 30, No. 1, pp. 99~115, 1987.
- 7) Biot, M. A.: General theory of three-dimensional consolidation, Jour. Applied Phys., Vol. 12, pp. 155~164, 1941.
- 8) 酒井哲郎・間瀬 肇・松本明男: 波浪による海底地盤内の間隙水圧変化に及ぼす慣性項の効果, 第32回水理講演会論文集, 土木学会, pp. 589~594, 1988.
- 9) Yamamoto, T.: Wave induced instability in seabeds, Proc. of ASCE Special Conf., Coastal Sediments '77, ASCE, pp. 898~913, 1977.