

3次元波浪場における可動水平板式 Radiation Wave Generator の消波特性

清川 哲志*・大山 巧**・田中正博**

1. はじめに

著者らは新しいタイプの没水型海域制御構造物「可動水平板式 Radiation Wave Generator」(以下 RWG と呼ぶ)を考案した。これは一種の Passive Wave Control System で、上下方向に1自由度の運動をする水平板がバネとダンパーによってRWG本体に取り付けられており水平板の応答によって発生する Radiation Wave と入射波の位相干渉によって透過側で波を消すと共に、ダンパーのする仕事によって入射波エネルギーの一部を消費させようというものである。

そして、水理性能から見たRWGの有効性を2次元解析によって理論的に検討した結果、前報¹⁾で示したように堤体幅と波長の比が小さくしかも天端水深が大きい場合にも有効であることから、非常に効率のよい消波構造物となり得るという結論を得た。しかし、前回行った2次元解析は、無限に長いRWGの堤体に波が直角に入射する場合に相当し、理想的な状態を想定していることになる。実際には、斜め方向から入射する場合もあるし、RWGは有限長なので3次元的效果が必ず生じる。したがって、波浪場が3次元性となった場合、とりわけ斜め入射の場合の有効性を確認することは、実用化する上で極めて重要な問題である。

本研究は、この問題を3次元解析によって理論的に検討し、RWGの3次元波浪場での水理性能を明らかにすることを目的に行ったものである。本研究では、RWGと波との相互作用を線形ポテンシャル理論に基づいて Scattering と Radiation それぞれのポテンシャルに関する境界値問題として定式化している。定式化の際に水平板の変位振幅は微小であるとして線形理論を用いているが、波の位相が本質的に重要なことから、水平板相互の干渉効果を厳密に考慮している。そして、この境界値問題を3次元グリーン関数を用いて積分方程式に変換して数値的に解いている。

2. 解析理論

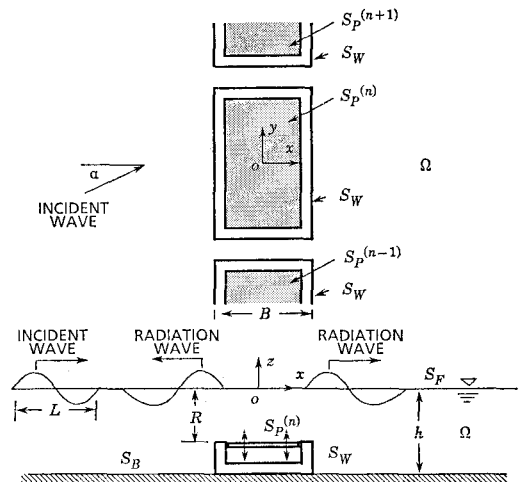
(1) 問題の定義

図一1に示すように、水深 h の海域に、波によって鉛直1自由度の応答をする水平板(以下では可動板と呼ぶ)を有するRWGが1個または複数個あり、これに波高 H_0 、角振動数 ω の微小振幅波が入射する場合を考える。図中のように座標系を定義し、入射波は x 軸と α の角をなして x 軸の負から正の方向に伝播しているものとする。また、可動板はばねとダンパーによってRWGの下部に結合されており、RWG内部は中空水密とする。

そして、流体運動は線形ポテンシャル理論によって記述できるものとし、場全体の速度ポテンシャル $\Phi(x, y, z, t)$ を次のように表す。

$$\Phi(x, y, z, t) = \frac{gH_0}{2\omega} \{ \phi_0(x, y, z) + \phi_s(x, y, z) \} e^{-i\omega t} + \sum_{n=1}^{N_P} \frac{d}{dt} (D_n e^{-i\omega t}) \phi_n(x, y, z) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 g :重力加速度、 ϕ_0 :入射波のポテンシャル、 ϕ_s :散乱波のポテンシャル、 ϕ_n : n 番目の可動板が単位速度振幅で上下運動するときの放射波ポテンシャル、 D_n : n 番目の可動板の複素変位振幅、 N_P :可動板の総



図一1 座標と記号の定義

* 正会員 工博 清水建設(株) 大崎研究室 応用工学グループ

** 正会員 清水建設(株) 技術研究所 環境技術研究所

数, i : 虚数単位 ($\equiv \sqrt{-1}$), t : 時間.

入射波のポテンシャルは次式で表される.

$$\phi_0(x, y, z) = \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{ik(x \cos \alpha + y \sin \alpha)} \dots (2)$$

ここに, k : 波数 ($k \tanh kh = \nu$, $\nu \equiv \omega^2/g$ の実正根).

したがって, 問題は散乱波ポテンシャル ϕ_s と放射波ポテンシャル ϕ_n ($n=1 \sim N_P$) を求め, 可動板の複素変位振幅 D_n ($n=1 \sim N_P$) を決めることにある.

(2) 基礎方程式と境界条件

未知ポテンシャル ϕ_l ($l=s, n: n=1 \sim N_P$) に関する基礎方程式と境界条件は以下のように表される.

$$\nabla^2 \phi_l = 0 \quad (\text{in } \Omega) \dots (3)$$

$$\partial \phi_l / \partial z - \nu \phi_l = 0 \quad (\nu = \omega^2/g) \quad (\text{on } S_F) \dots (4)$$

$$\partial \phi_l / \partial z = 0 \quad (\text{on } S_B) \dots (5)$$

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial n} = \begin{cases} -\partial \phi_0 / \partial n & (l=s) \\ 0 & (l \neq s) \end{cases} \quad (\text{on } S_W) \dots (6)$$

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial z} = \begin{cases} -\partial \phi_0 / \partial z & (l=s) \\ 1 & (l=n) \\ 0 & (l \neq s, n) \end{cases} \quad (\text{on } S_P^{(n)}) \dots (7)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} (\partial \phi_l / \partial R - ik \phi_l) = 0 \quad (R = \sqrt{x^2 + y^2}) \dots (8)$$

ここに, ∇^2 : 3次元ラプラシアン ($= \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$), $\partial / \partial n$: 領域に対しての内向き法線方向微分.

式 (3) は基礎方程式, 式 (4) は自由表面 S_F における運動学的・力学的条件, 式 (5), (6) はそれぞれ海底面 S_B および RWG 側壁の流体に接している部分 S_W における不透過条件, 式 (7) は, $l=n$ のとき n 番目可動板 $S_P^{(n)}$ 上での流速と可動板の運動速度との連続条件, $l \neq n$ のとき他の可動板上での不透過条件である. また, 式 (8) は無限遠方における放射条件である.

式 (3)~(8) は, $l=s$ のとき, 散乱波のポテンシャル ϕ_s に関する diffraction problem, $l=1 \sim N_P$ のとき, l 番目の可動板の上下運動によって発生する放射波のポテンシャル ϕ_l ($l=1 \sim N_P$) に関する radiation problem を表す.

(3) グリーン関数法による定式化

境界値問題 (3)~(8) を散乱波のポテンシャルと可動板の数に対応した N_P 個の放射波ポテンシャルに関する N_P+1 組の積分方程式に変換し, これを離散化して数値的に解く. これらの積分方程式の積分核はすべて同じなので, 離散化すると係数行列の等しい N_P+1 組の複素係数連立1次方程式が導かれる.

(a) 積分方程式

グリーンの定理をポテンシャル ϕ_l ($l=s, n: n=1 \sim N_P$), およびグリーン関数 G , RWG を内部に含み海底面 S_B , 自由表面 S_F , および半径が無限大の仮想的な円筒面によって囲まれる閉領域 Ω に適用する. そして, それぞれの境界面における境界条件を適用すると, ϕ_s お

よび ϕ_n ($n=1 \sim N_P$) に関する次の積分方程式を得る.

散乱波ポテンシャルに関する積分方程式:

$$\begin{aligned} \gamma \phi_s(P) = & \int_{S_W} \left\{ \phi_s(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} + G(P, Q) \frac{\partial \phi_s(Q)}{\partial n} \right\} dS \\ & + \sum_{m=1}^{N_P} \int_{S_P^{(m)}} \left\{ \phi_s(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} + G(P, Q) \frac{\partial \phi_s(Q)}{\partial n} \right\} dS \\ & \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

放射波ポテンシャルに関する積分方程式:

$$\begin{aligned} \gamma \phi_n(P) = & \int_{S_W} \phi_n(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} dS + \sum_{m=1}^{N_P} \int_{S_P^{(m)}} \phi_n(Q) \\ & \times \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} dS - \int_{S_P^{(n)}} G(P, Q) dS \quad (n=1 \sim N_P) \\ & \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

ただし, $P=(\xi, \eta, \zeta)$ は領域内の任意の点, $Q=(x, y, z)$ は S_W あるいは $S_P^{(n)}$ 上の点, 左辺の係数 γ は P が S_W および $S_P^{(n)}$ 上にあるとき $1/2$, その他の場合には 1 , n による微分は流体から見た内向き法線方向微分である.

グリーン関数 G は次式で表される²⁾.

$$\begin{aligned} G(P, Q) = & i \frac{(k^2 - \nu^2)}{2 \{ h(k^2 - \nu^2) + \nu \}} \cosh k(h+z) \\ & \times \cosh k(h+\zeta) H_0^{(1)}(kR) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n^2 + \nu^2}{h(k_n^2 + \nu^2) - \nu} \\ & \times \cos k_n(h+z) \cos k_n(h+\zeta) K_0(k_n R) \dots (11) \end{aligned}$$

ここに, $H_0^{(1)}$: 第1種0次ハンケル関数, K_0 : 第2種0次変形ベッセル関数, k_n : 固有値 ($k_n \tan k_n h = -\nu$ の実正根, $0 < k_1 < k_2 < \dots$), $R = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$.

なお, グリーン関数の級数形 (11) は kR が大きい場合には収束が速いが, 小さい場合には積分形³⁾の方が速いので, 本解析では両者を使い分けている.

(b) 積分方程式の離散化

S_W および $S_P^{(n)}$ をそれぞれ要素分割してすべての要素に $1 \sim N$ (N : 総要素数) の番号を順番に付ける. そして, 点 P, Q を各要素の中心点とし, 各要素上におけるポテンシャル関数を中心点における値で代表させる. また, グリーン関数に関する各要素上での積分は, 要素中心点におけるグリーン関数の値と要素面積の積で近似する. このとき, 式 (9), (10) は次の連立1次方程式となる.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \phi_s(i) - \sum_{j=1}^N \phi_s(j) \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} \Delta S_j = & \sum_{j=1}^N G_{ij} \frac{\partial \phi_s(j)}{\partial n} \Delta S_j \\ (i=1 \sim N) \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \phi_n(i) + \sum_{j=1}^N \phi_n(j) \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} \Delta S_j = & - \sum_{j=L_n^{\min}}^{L_n^{\max}} G_{ij} \Delta S_j \\ (n=1 \sim N_P, i=1 \sim N) \dots (13) \end{aligned}$$

ここに, $\phi_s(i)$, $\phi_n(i)$: i 番目要素の中心におけるそれぞれの関数値, G_{ij} : i 番目および j 番目要素の中心点によるグリーン関数値, ΔS_j : j 番目要素の面積, $L_n^{\min}$, $L_n^{\max}$: それぞれ n 番目可動板の最小および最大要素番

号。

これらを行列表示すると次のようになる。

$$[A]\{\phi_s\}=[B]\{c_0\} \quad \cdots \cdots \cdots (14)$$

$$[A]\{\phi_n\}=-[B]\{c_n\} \quad (n=1 \sim N_P) \quad \cdots \cdots (15)$$

ただし、行列の要素 A_{ij} および B_{ij} は次式で求められる。

$$A_{ij}=(1/2)\delta_{ij}-(\partial G_{ij}/\partial n)\Delta S_j \quad \cdots \cdots \cdots (16)$$

$$B_{ij}=G_{ij}\Delta S_j \quad \cdots \cdots \cdots (17)$$

ここに、 δ_{ij} ：クロネッカーデルタ ($i=j$ のとき 1, $i \neq j$ のとき 0)。また、式 (14) および式 (15) の右辺の $\{c_0\}$, $\{c_n\}$ はそれぞれ次式で定義される定数ベクトル項である。

$$c_0(i)=\partial\phi_0(i)/\partial n \quad (i=1 \sim N) \quad \cdots \cdots \cdots (18)$$

$$c_n(i)=\begin{cases} 0 & (i < L_n^{\min}, i > L_n^{\max}) \\ 1 & (L_n^{\min} \leq i \leq L_n^{\max}) \end{cases} \quad (n=1 \sim N_P) \quad \cdots \cdots (19)$$

なお、 $i=j$ のときはグリーン関数の特異点となり、数値計算上、他の要素と別計算をする必要がある。すなわち、行列 $[A]$, $[B]$ の対角要素 A_{ii} , B_{ii} は次の式 (20) および式 (21) を用いて、式 (16), (17) によって求められる。

$$G_{ii}=\sqrt{1/4\pi\Delta S_i} \quad \cdots \cdots \cdots (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{ii}}{\partial n} = & n_{zi} \left\{ \frac{1}{16\pi(z_i+h)^2} + i \frac{k(k^2-\nu^2) \sinh 2k(h+z_i)}{4\{h(k^2-\nu^2)+\nu\}} \right. \\ & \left. - P.V. \int_0^\infty \frac{\mu(\mu+\nu)e^{-\mu h} \sinh 2\mu(h+z_i)}{2\pi(\mu \sinh \mu h - \nu \cosh \mu h)} d\mu \right\} \end{aligned} \quad \cdots \cdots \cdots (21)$$

ここに、 n_{zi} は i 番目要素の中心に立てた単位法線ベクトルの z 成分、 z_i は z 座標である。

(4) 可動板に作用する流体力と可動板の運動方程式

可動板に関する運動方程式を立て、その時間微分を実行し整理すると、次のような可動板の変位振幅ベクトル $\{D\}$ に関する連立方程式が得られる。

$$[[k]-i\omega([C]+[N])-\omega^2([m]+[M])]\{D\}=\{E\} \quad \cdots \cdots \cdots (22)$$

ここに、 $[k]$ ：ばね定数行列、 $[C]$ ：ダンパーの減衰係数行列、 $[N]$ ：造波減衰係数行列、 $[m]$ ：質量行列、 $[M]$ ：付加質量行列、 $\{E\}$ ：波強制力振幅ベクトル。

$[k]$, $[C]$ および $[m]$ は、それぞれ、ばねのばね定数、ダンパーの減衰係数、可動板の質量を成分とする対角行列である。 $[M]$, $[N]$ および $\{E\}$ は、可動板上のポテンシャル値を使って次の式 (23), 式 (24) より求められる。

$$M_{lm}+\frac{i}{\omega}N_{lm}=-\rho \sum_{j=L_l^{\min}}^{L_l^{\max}} \phi_m(j)\Delta S_j \quad (l, m=1 \sim N_P) \quad \cdots \cdots (23)$$

$$E_l=-i\rho\omega \sum_{j=L_l^{\min}}^{L_l^{\max}} \{\phi_0(j)+\phi_s(j)\}\Delta S_j \quad (l=1 \sim N_P) \quad \cdots \cdots (24)$$

ただし、 M_{lm} , N_{lm} はそれぞれ m 番目の可動板の動きによる l 番目可動板の付加質量および造波減衰係数、 E_l は l 番目の可動板に作用する波強制力、 ρ は流体密度。

可動板が複数ある場合の相互干渉の影響は、付加質量、造波減衰係数および波強制力を介して考慮される。そして、これを解いて得られる複素変位振幅 D_n ($n=1 \sim N_P$) には、相互干渉の影響による各可動板の運動の位相差に関する情報が含まれている。

(5) 波高分布

波高を H とすると $H/2=(\omega/g)|\Phi^*|_{z=0}$ の関係がある。これによって RWG 周辺の波高分布を求めることができる。ただし、 Φ^* は式 (1) から時間項 $e^{-i\omega t}$ を除いたポテンシャルの空間依存部分である。そして Φ^* は、点 P を自由表面上の点とし、 $r=1$ として式 (9), (10) を用いれば、点 P における散乱波ポテンシャル ϕ_s と放射波ポテンシャル ϕ_n ($n=1 \sim N_P$) が求められるので、それらと複素変位振幅 D_n ($n=1 \sim N_P$) を式 (1) に代入すれば求められる。

4. 数値計算結果と考察

数値計算結果に基づいて 3 次元波浪場における RWG の消波性能を考察する。以下で用いる記号を表-1 の備考欄に示す。本報では、前報¹⁾の結果を踏まえ、比較的広範囲の B/L , したがって広範囲の波長の波に対してフラットな反射透過特性が得られた $B/h=1.0$, $R/h=0.9$ の場合の結果のみを示す。また、以下の計算では最大要素長が波長の $1/50$ となる矩形要素を用い、波高の計算は波長の $1/30$ の格子点上でやっている。また、ばね定数は付加質量まで考慮したときの系の固有周期が入射波の周期と一致するように決め、ダンパーの減衰は造波減衰と一致するように決めた。この場合、ダンパーのする仕事が最大となり、入射波エネルギーが最大に消費される¹⁾。

(1) 単基設置の場合

図-2 に D/L が 1.0, 0.8, 0.6 (左, 中, 右), 入射角度が $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$ (上, 中, 下) の場合の RWG 周辺の波高分布を示す。 B/L の値はいずれも 0.1 としている。

D/L の違いによる波高分布の変化をそれぞれの入射角度で比較して見ると、 D/L が小さくなるに従って堤体背後の静穏領域が狭くなっていることがわかる。これは D/L が小さくなるに従って発生する Radiation Wave も相対的に小さくなり、周辺の波動場に与える影響が小さくなるため、発生する Radiation Wave の 3 次元性の影響といえることができる。したがって、自明のことながら単基設置の場合には D/L をある程度大きくしないと効果がない。この計算結果からは、少なくとも $D/L \geq 1.0$ が必要と思われる。

次に斜め入射の影響を見ると、入射角度が大きくなる

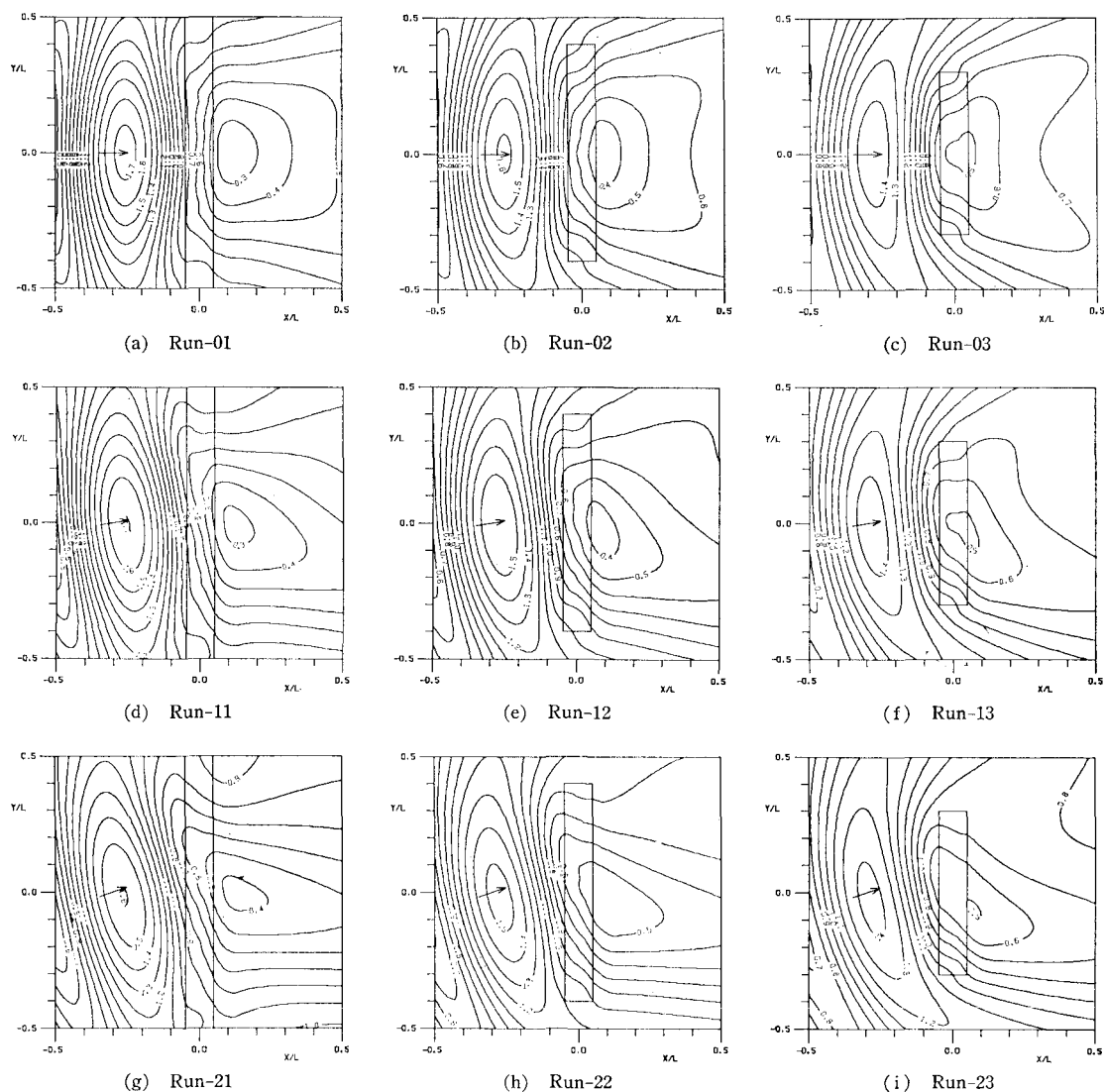


図-2 単基設置の場合の RWG 周辺波高分布

に従って堤体背後の静穏領域が狭くなる傾向があることがわかる。特に $D/L=1.0$ の場合、入射角度 20° では急激に静穏領域が狭くなっている。これは、斜め入射になると可動板に作用する波圧に位相ずれが生じ、直角入射に比較して可動板を駆動する波力が小さくなるため、当然 D/L が大きい程この影響が強くなる。ただし、計算結果は省略するが、入射角度が 10° 以内であれば、 D/L が 2.5 程度でも有効である。

表-1 に、図-2 に対応した全ケースの可動板の応答振幅とダンパーによるエネルギー消費の計算結果を示す。表中、 $|D_n|$ は可動板の応答振幅、 $a_0(=H_0/2)$ は入射波の振幅、 E_{loss} は一周期あたりにダンパーで消費されるエネルギー、 E_i は一周期あたりに堤体の波の進行方向への投影幅に入ってくる入射波の Energy flux であ

る。消費エネルギーは、可動板の応答振幅とダンパーの減衰係数を用いて $E_{\text{loss}} = \pi \omega C |D_n|^2$ によって求めている。

消費エネルギーの理論的最大値は 0° 入射で、かつ $D/L \rightarrow \infty$ の極限で入射エネルギーの 50% になる¹⁾。したがって、Run-01 の場合、極限性能の 34% の消波性能を示していることになる。他のケース、すなわち D/L が 1 より小さいかまたは入射角が 0° より大きい場合、エネルギー消費率はさらにこれより低くなっていることがわかる。ただし、実際には 2 次元の場合と異なって周辺にもエネルギーが逃げるので、見掛け上エネルギー消費率が大きくなり、実用上の問題はないものと思われる。

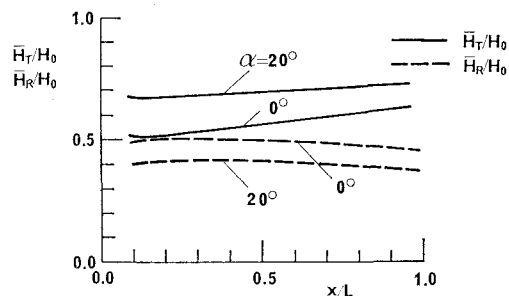
(2) 複数基設置の場合

図-3 に複数基設置の場合の一例として、可動板が正

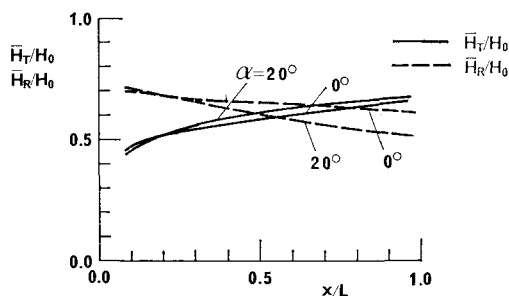
表-1 可動板の振幅と損失エネルギー

	D/L	a	$ D_n /a_0$	E_{loss}/E_i	備考
Run-01	1.0	0°	1.85	0.170	$B/L=0.1$
Run-02	0.8	0°	1.72	0.158	$R/h=0.9$
Run-03	0.6	0°	1.63	0.149	$B/h=1.0$
Run-11	1.0	10°	1.76	0.156	B : 堤体幅
Run-12	0.8	10°	1.66	0.150	L : 波長
Run-13	0.6	10°	1.60	0.146	R : 天端水深
Run-21	1.0	20°	1.52	0.121	D : 堤体(列)長
Run-22	0.8	20°	1.52	0.131	
Run-23	0.6	20°	1.52	0.139	

方形をした RWG を 8 基直線配置した場合の波高分布を示す。設置間隔および可動板の一边はそれぞれ波長の 1/40, 1/10 で、他の計算条件は図-2 の場合と同じである。したがって、堤体列の端部距離が波長とほぼ同じ ($D/L=0.975$) になっている。この図に見られるように、複数基設置の利点は斜め入射となった場合の性能の低下が極めて少ないことである。この事実は堤体前後の反射・透過波の平均波高比 (堤体列に平行で堤体列と同じ長さを持つ線分上での平均波高/入射波高) の入射角度による変化を単基設置の場合と比較すると一層明らか

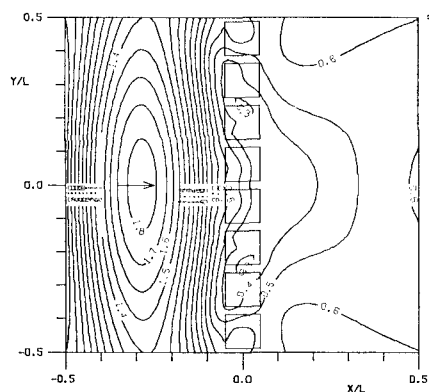


(a) 単基設置の場合

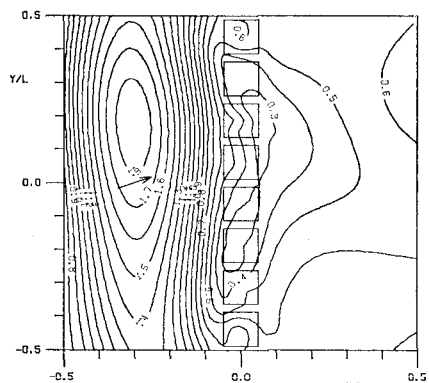


(b) 複数基設置の場合

図-4 入射角度による平均波高比の変化の比較



(a) 0° 入射



(b) 20° 入射

図-3 複数基設置の場合の波高分布の一例

になる。図-4 は、平均波高比を x/L の関数として示したもので、(a) が単基設置、(b) が複数基設置の結果である。この図から単基設置の場合入射角が 20° となると透過波高比が著しく上がるのに対して複数基設置の場合にはほとんど変化してないことがわかる。なお、複数基設置の場合の入射波振幅に対する平均応答振幅は、0°, 20° それぞれに対して 3.4 および 3.3、エネルギー損失率はともに約 0.19 である。

4. 結 論

3次元理論による解析の結果、以下の結論を得た。可動水平板式 RWG は、3次元波浪場に置かれた場合にも消波構造物として有効である。ただし、背後の静穏域の広さは、堤体長と入射波長の比 D/L 、波の入射角度等のパラメータの値によって大きく影響を受ける。特に、斜め入射の場合、入射角が 20° 程度で D/L が 1 以上になると水平板の応答振幅が小さくなり、これに伴って消波能力が低下する。このような場合には、堤体長が比較的短い RWG を複数個並べて設置すると有効である。

参 考 文 献

- 1) 清川哲志・三保正和・田中正博・大山 巧: 可動板型 Radiation Wave Generator による波浪制御, 第 34 回海岸工学講演会論文集, pp. 472~476, 1988.
- 2) John, F.: On the motion of floating bodies II, Comm. Pure & Appl. Math., 3, 1950.
- 3) Laiton, E. V. and J. V. Wehausen: Surface waves, Encyclopedia of Physics, Ed. S. Flugge, Vol. 9, Fluid Dynamics III, Springer-Verlag, 1960.