

透水層上の波浪変形に対する非線形非定常ダルシー則の適用性について

出口一郎*・榎木 亨**・白谷宏司***

1. はじめに

従来、潜堤、離岸堤、各種ブロックで施工される緩傾斜護岸あるいは混成堤マウンド等、透水性を持つ海岸構造物が数多く建設されている。このような構造物の安全性に対しては、波力に対する構造物自体及び構造物下の地形変動（局所洗掘あるいは底質の吸い出し）に対する安全性という2つの面から検討する必要がある。波力に対する捨石あるいは各種被覆工の安定性については、いくつかの研究が行われているが、その設計においてはまだ経験則に依存する場合が多い。また、透水性構造物下の底質移動に関しては若干の実験的検討が加えられているにすぎない。このような透水性構造物の水理機能を明らかにし、設計指針を確立するためには、波動運動下の透水層内の流体運動に対する詳細な解析が必要となる。

本研究は、透過性構造物のうち、最近人工リーフとして施工される場合の多い幅広潜堤等の没水構造物をとり上げ、透水層内の流体運動に対して非線形 Darcy 則を適用した解析を行い、その結果を実験的に検証すると同時に透水層上の波浪変形及び層内の流体運動特性に対して検討することを目的としている。

2. 透水層内の流体運動に対する基礎式

(1) 透水層内の流体運動の表現

透水層内の定常流れに対する抵抗則としては、通常次に示す Darcy 則が用いられる。

$$\Delta P/\rho = -(\nu/K_{ps})q^* \dots\dots\dots(1)$$

ここに P は圧力、 ρ, ν は流体密度と動粘性係数、 q^* は浸透流速ベクトル、 K_{ps} は長さの2乗の次元をもつ透水係数である。(1)式はすでに砂層上に伝播する波動場の解析¹⁾²⁾³⁾⁴⁾に適用されているが、透水層内の空隙（透水係数）が大きく、浸透流速が大きくなる場合には適用できない。このような状況における定常浸透流に対しては、Forchheimer によって提唱された非線形 Darcy 則

が適用される。Ward⁵⁾によって定式化された非線形 Darcy 則は次のとおりである。

$$\Delta P/\rho = -(\nu/K_{ps})q - (C_f/\sqrt{K_{ps}})q^2 \dots\dots\dots(2)$$

ここに C_f は無次元乱流抵抗係数で、 q は $q = \lambda q^*$ (λ は空隙率)で定義される断面平均流速である。同様の定式化が Ahmed ら⁶⁾によって $N-S$ 方程式に基づいて行われており、(2)式の誘導過程あるいは各項の意味づけ等に若干の差異はあるものの定常浸透流に対するその適用性については多くの研究者によって確認されている。

一方、非定常浸透流に対する抵抗則に関する研究は極めて少ない。Sollitt ら⁷⁾は、透過性防波堤を透過する波を解析するにあたり、(2)式に付加質量力も考慮した次の非線形非定常 Darcy 則を用いている。

$$S \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \Delta P - \frac{\nu}{K_p} q - \sqrt{\frac{C_f}{K_p}} q|q| \dots\dots\dots(3)$$

ここに $S = \{(1-\lambda)C_M + 1\}/\lambda$ で、 C_M は付加質量係数である。しかし、 K_p 及び C_M に対しては定常透水試験で得られた結果を用い、 C_M に対しても詳細な検討は行っていない。田淵ら⁸⁾は U 字管内に透水層を設置し、振動流下での透水層内の流体力を測定することによって付加質量力の存在を確認し、 C_M の値を推定している。

本研究においても透水層上の波動場の解析を行うにあたり (3) 式の適用を考える。このとき問題となるのが C_M, C_f 及び K_p をいかに推定するかということである。そこで、まず非定常透水試験を行い、これらの量がいかなるパラメータによって支配されるかということについて検討した。

(2) 非定常透水試験について

内径 15 cm の塩ビ管によって水平部長 0.8 m、高さ 0.9 m の U 字管を作成し、一方にブランジャー造波機に接属したピストンを挿入した振動流発生装置を用いて非定常透水試験を行った。透水層はピストンと反対側の鉛直部に長さ 0.4 m にわたって設置し、ピストンを上下させ流体運動が定常に達した後の水面変動を容量式波高計で、また透水層はば中央部において鉛直方向に $\Delta l = 15$ cm 離れた2点の圧力差 $\Delta P(t)$ を微差圧検出器によって測定した。透水層は $d_{50} = 1.35$ cm 及び 3.18 cm の

* 正会員 工博 大阪大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工修 大成建設(株)

碎石を用いて作成したが別途行った定常透水試験によって得られた透水係数 K_{ps} 及び乱流抵抗係数 C_f はそれぞれ 3.03×10^{-3} , $1.53 \times 10^{-3} \text{ cm}^2$ 及び 0.153, 0.254 であった。ピストンの振動周期が 1.23, 1.50 及び 2.02 sec の 3 種類, 振幅が 1.13~3.33 cm の範囲の 4 種類となる振動流に対して計測を行った。また, 透水層内の断面平均流速 $q(t)$ と加速度 $\dot{q}(t)$ は, 容量式波高で測定された水位変動から求めた。これらの測定結果に基づき, まず $q(t)=0$ となる位相の $\Delta P(t)$ と $\dot{q}(t)$ から付加質量係数 C_M を決定する。つぎに $\Delta P(t)$ から C_M は時間的に変化しないとして慣性項を分離し, $\Delta P_s(t)$ とする。そして(4), (5)式に基づき等価線形抵抗係数 f を計算する。

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dP_s(t)}{dt} = -\left\{ \frac{1}{\rho} \frac{dP(t)}{dt} - S\dot{q}(t) \right\} \\ = \frac{\nu}{K_p} q + \frac{C_f}{\sqrt{K_p}} q|q| = f\sigma q \quad \cdots (4)$$

$$f = \int \left| \frac{dP_s(t)}{dt} q \right| dt / \left\{ \rho \sigma \int q^2 dt \right\} \quad \cdots \cdots \cdots (5)$$

ここに $\sigma = 2\pi/T$ である。定常透水試験の場合は q は時間的に変動しないことから(4)式から直ちに線形抵抗係数 $f_s (=f\sigma)$ が計算されるが, 非定常透水試験の場合は(4)式第1, 3式の両辺に ρq をかけて一周期のエネルギー逸散量が等しくなるような仮想的な f を(5)式によって決定したことになる。

まず図-1に相対加速度 $\dot{q}\sigma/g$ ($\dot{q}$ は振動流速振幅, g は重力加速度)と先に述べた方法で求められた C_M の関係を示す。

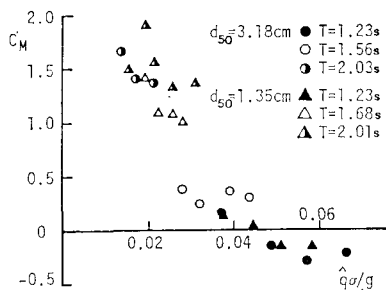


図-1 付加質量係数と $\dot{q}\sigma/g$ の関係

図より C_M は d_{50} にかかわらず $\dot{q}\sigma/g$ の増加に伴って単調に減少し, $\dot{q}\sigma/g \geq 0.05$ の領域ではほぼ 0 とみなせる。一般に単一構造物の C_M は KC 数の関数となることが知られている。しかし本実験で得られた C_M は KC 数に対しては系統的な変化は示さなかった。

図-2 は $f\sigma$ 及び f_s とレイノルズ数 $R_d = \dot{q}d_{50}/\nu$ (f_s に対しては $\dot{q}=q$) の関係を示したものである。ただし, f_s は別途行った定常透水試験結果の回帰直線のみを示してある。図より明らかなように, $f\sigma$ 及び f_s は d_{50} に大きく依存し, さらに R_d の増加に伴って線形に増加す

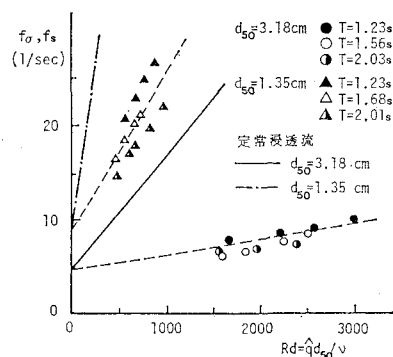


図-2 $f\sigma, f_s$ の R_d による変化

る。また, 定常及び非定常浸透流に対するレイノルズ数の速度スケールの性質は異なるが, d_{50} が等しい場合は $R_d=0$ ($\dot{q}=0, q=0$) 軸上の切片は等しく, 勾配のみが異なり, 同一の R_d に対しては $f_s > f\sigma$ となる。このことは, 少なくとも d_{50} が等しければ定常, 非定常を問わず透水係数は等しくなり, 図-2における直線の勾配に比例する乱流抵抗係数 C_f のみが定常及び非定常浸透流によって異なることを示している。そこで非定常浸透流における C_f の値を定式化を試みたが満足 of いく結果が得られなかったことから, (5)式で定義される等価線形抵抗係数自体の推定方法を検討した。図-3は $fR_d^{1/2}$ と KC 数 $\dot{q}\sigma/d_{50}$ の関係を示したものである。同図より $fR_d^{1/2}$ と KC 数は次式で関係づけられることがわかる。

$$fR_d^{1/2} = 10 + 50(\dot{q}\sigma/d_{50}) \quad \cdots \cdots \cdots (6)$$

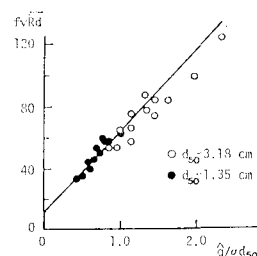


図-3 $fR_d^{1/2}$ と KC 数の関係

3. 一様水深有限厚さの透水層上の波動場の解析

2で考察した非定常非線形 Darcy 則を一様な有限厚さをもつ透水層上の波動場に適用し, 透水層上の波高減衰, 透水層内の圧力変動等について解析を行うと同時に, 水理実験を行って解析方法の妥当性について検討する。

(1) 透水層上の波動場の解析

ここでは透水層表面近傍の境界層については考慮せず, 透水層上の波高減衰にかかわる底部せん断力に対し

$$\phi_1 = i \left(\cosh kz - \frac{1}{k} \sinh kz \right) e^{i(kx-t)} \dots\dots\dots (26)$$

$$\phi_{a1} = \left\{ \frac{-i}{i+\gamma S} \cosh k(h+z) \left(\cosh kh + \frac{1}{k} \sinh kh \right) \right. \\ \left. - \frac{i}{\gamma} \sinh k(h+z) \left(\sinh kh + \frac{1}{k} \cosh kh \right) \right\} \\ \cdot e^{i(kx-t)} \dots\dots\dots (27)$$

ここに $k(l=im, l, m: \text{実数})$ は次の分散関係式を満たす複素波数で、その虚部 m が波高減衰率を表す。

$$1 = \frac{\gamma(k \cosh kh + \sinh kh)}{(\gamma S + i)(\cosh kh + k \sinh kh)} \tanh kd \dots\dots (28)$$

(26)~(28) 式において、 $\gamma = K_{ps}\sigma/\nu$ ($K_{ps}: C_f=0$ の定常透水試験で得られる透水係数)、 $C_M=0, d \rightarrow \infty$ とすると Ried らが先に導びいた式¹⁾と一致する。また、2次近似解は(26)、(27)式の実部を用いて(24)~(26)式から求めることができるが、ここでは紙面の関係上その結果は省略する。

なお、波動場の下の透水層内の水粒子速度 u_a, w_a は z の関数となる。したがって Lorentz の等価仕事則によって K_{p0} を決定する際には透水層内を鉛直方向に分割し(10~12分割)、各層における等価透水係数 K_{poi} から計算される波数がすべての層において一定値に収束するようくり返し計算を行って決定した。このとき、 K_p, C_f 及び C_M は2で述べた結果を用いた。

(2) 透水層上の波浪変形及び層内の圧力分布に関する実験

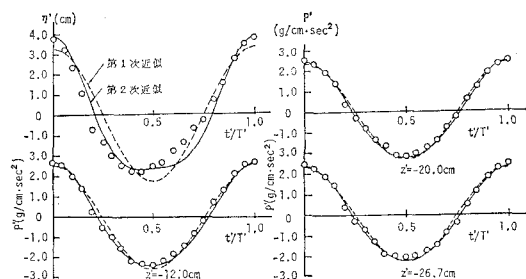
長さ 24 m、高さ 1.2 m、幅 0.7 m の 2 次元造波水槽内に高さ 0.62 m の不透過固定水平床を設置し、その上に先に述べた 2 種類の砕石で作成した透水層上で生ずる波高減衰及び層内の圧力分布の測定を行った。透水層上水深 h は 15~20 cm、透水層厚さ d は $d/(h+d)=1/4$ 及び $1/2$ となる 2 ケースとし、透水層の長さは 4 m である。透水層沖側斜面の勾配は $1/2$ とし、岸側には勾配 $1/10$ の斜面を設置し大きな反射波が発生するのを防いだ。

圧力及び圧力勾配は透水層沖側端部から岸側へ 10 cm 間隔で入射波の約 1.5 波長の間を、鉛直方向には透水層内 3~5 点、透水層表面及び透水層上 4 点において微差圧検出器を用いて測定し、水位変動は容量式波高計によって測定した。

実験波は先に述べた 4 種類の透水層に対して周期 $T'=1.0 \sim 1.53$ sec、固定床水平部における波高 4.6~11.8 cm の間の 4~5 種類とし、合計 21 ケースの測定を行った。

4. 透水層上の波動運動に対する非線形 Darcy 則の適用性について

図一5 は $d_{50}=1.35$ cm の砕石で構成された $h'=20$



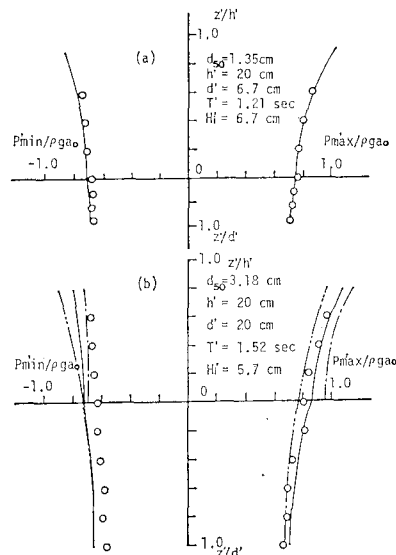
図一5 透水層上の水位変動と圧力変動

cm、 $d'=6.7$ cm ($d/(h+d)=1/4$) の透水層に $T'=1.21$ sec、 $H'=6.7$ cm の波浪が入射した場合の水位変動 η' (t) 及び透水層上 ($z'=-12$ cm)、透水層表面 ($z'=-20$ cm)、透水層下端 ($z'=-26.7$ cm) における圧力変動の実測値(○印)と第1、第2次近似解(それぞれ破線と実線で示す)の比較を示したものである。

この図より、水位変動には線形解と2次近似解の差異が明確に現れ、実測波形はどちらかと言えば後者に近い値を示している。しかし、圧力波形に関しては水深が深くなるほど線形解と2次近似解の差異は少なくなるものの実測値は2次近似解とよりよい一致を示している。

図一6 は圧力振幅の鉛直分布(波峯通過時を+、逆方向を-)を示したものである。図(a)は図一5と同一のケース、(b)は $d_{50}=3.18$ cm の砕石で作成された $h'=20$ cm の透水層に $T'=1.52$ sec、 $H'=5.7$ cm の波浪が入射した場合の結果である。

これらの図より明らかなように、透水層が厚く d_{50} も大きい場合(図(b))は波谷通過時の圧力振幅が実測値よりも若干過大に計算されているが、先に述べた解析



図一6 透水層内外の圧力振幅の鉛直分布

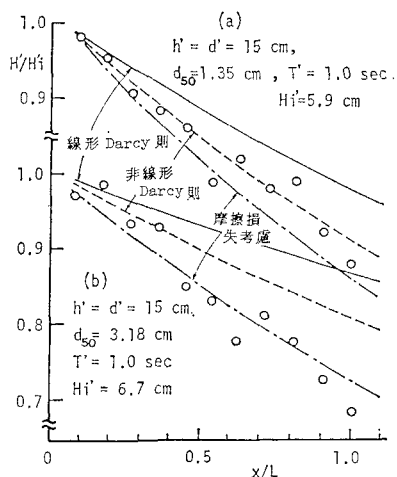


図-7 透水層上の波高減衰

方法で透水層内外の圧力場はほぼ予測できることがわかる。

また、図(b)中に示してある一点鎖線と二点鎖線は透水層上 ($z' = -20$ cm) 及び不透過固定床上 ($z' = -40$ cm) を水深とする透水層の影響を考慮しない Stokes 2 次近似解の圧力振幅である。これらを比較して明らかに、透水層の存在は圧力場に関しては大きな影響を与えていない。なお、線形 Darcy 則に基づく解の計算も行ったが、非線形 Darcy 則に基づく結果とほぼ一致することが確認された。

図-7 は $h' = 15$ cm, $d' = 15$ cm で $d_{50} = 1.35$ 及び 3.18 cm の碎石で構成された水平透水層上で入射波の一波長 L ($h' = 15$ cm における Airy 波の波長) の間に生ずる波高減衰を示したものである。図中実線は $C_f = 0$ とした線形 Darcy 則、破線は C_f を考慮した非線形 Darcy 則 (ただしどちらも C_M を考慮している) に基づく計算結果で実測値は○印で示してある。

図より波高減衰に関しては線形 Darcy 則よりも非線形 Darcy 則の方がより現象をよく再現していることがわかる。しかし、図(b)に示す $d_{50} = 3.18$ cm の場合は非線形 Darcy 則を用いた計算結果よりもまだ実測された減衰率の方が大きい。図7中に示す一点鎖線はこの差異を説明するために透水層表面における摩擦によるエネルギー逸散 E_f も考慮した結果である。 E_f の計算に Riedel らの実験結果に基づく摩擦係数と透水層表面において計算された水平方向水粒子速度を用いた。図-7 の一点鎖線で示される E_f を考慮した波高減衰と実測値を比較すると $d_{50} = 3.18$ cm の透水層上の波高減衰(図(b))はほぼ一致するが $d_{50} = 1.35$ cm (図(a))の場合には波高減衰が過大評価されている。従って、より精度よ

く透水層上の波高減衰を予測するためには透水層表面近傍における境界層に対する詳細の研究が必要となる。

なお、(3) 式 of 非線形項の線形化を行うにあたり、Lorentz の等価仕事則を用いるかわりに (6) 式で与えられる等価線形抵抗係数 f を用いて計算しても図中破線で示される結果とほぼ等しい波高減衰率が計算される。従って、透水層上の波高減衰のみに対する検討を行う場合は (6) 式に基づいて f を計算し、その値から推定される $K_{po} (= 1/f\sigma)$ を用いて (28) 式から波高減衰に関わるパラメータ m (波数の虚部) を求めるという近似計算による波高減衰率の概略値の予測で十分といえよう。

以上の結果より透水層上の波高減衰に対する (3) 式の適用性がある程度明らかになったことから、 m に対するパラメータ解析を行った。その結果、 m には $\varepsilon (= \sigma^2 a_0 / g)$ あるいは C_f は大きな影響を及ぼさず、 m は $K_{po}\sigma / \nu = 2 \times 10^{-1} \sim 4 \times 10^{-1}$ の間で極大値を示し、 $\sigma^2 h / g$ の減少あるいは $d/(h+d)$ の増加に伴って増加し一定値に漸近することが明らかとなった。

5. 結 語

非定常非線形 Darcy 則を適用した波動場の解析を試みた。まず非定常透水試験を行い、付加質量係数及び非定常浸透流に対する透水係数及び乱流抵抗係数を決定した。それらの値を用いて波動運動下の透水層内外の圧力分布、波浪変形に対する解析を行い、実験的にその妥当性を検証した。今後、本解析手法の現地スケールの構造物への適用性及び透水層表面で発達する境界層に対してさらに研究を進めていくつもりである。

参 考 文 献

- 1) Ried, R.O. et al., On the damping of gravity waves over a permeable sea bed, Trans. AGU, 38, pp.662~666, 1957.
- 2) Sleath, J.F.A., Wave-induced pressures in the bed of sand, Proc. ASCE, Vol.96, No. HY. 2, pp.367~378, 1970.
- 3) Liu, L.F. et al., The damping of gravity water-waves due to percolation, Coastal Engg., 8, pp.33~49, 1984.
- 4) 中村 充, 他: 波動下における海底砂床内の浸透について, 農土試験報告, 第12号, 1974.
- 5) Ward, J.C., Turbulent flow in porous media, Proc. ASCE, Vol.90, No. HY. 5, pp.1~12, 1964.
- 6) Ahmed, N., et al., Non-linear flow in porous media, Proc. ASCE, Vol.95, No. HY. 6, pp.1847~1867, 1969.
- 7) Sollitt, C.K., et al., Wave reflection and transmission at permeable breakwater, Rept. Ralph Person's lab., MIT, No.147.
- 8) 田淵幹彦, 他: 透過性構造物の流体抵抗について, 第25回海岸工学講演会論文集, pp.402~406, 1978.