

波動場における浮遊砂濃度分布と漂砂量

伊 福 誠*・柿 沼 忠 男**・後 藤 博 光***

1. 結 論

波動場における底質の輸送現象を調べるためには波による底質の浮遊機構を詳細に把握することが重要となる。本間ほか¹⁾、Sleath²⁾はそれぞれ規則波、振動流による実験において砂れん上の固定点で濃度の時間変化を調べ、その結果波一周期間に数個のピークが生じ、最大濃度は境界層外縁の流速が岸向きから沖向きに変わる位相で生ずることを得ている。

堀川・渡辺³⁾は滑面、粗面床上での境界層内の流速の測定値に基づいて渦動粘性係数を算出し、渦動粘性係数は時間的に変動することを得ている。Trowbridge・Madsen⁴⁾は境界層外縁における流速として Stokes 波の第 2 次近似解を与え、時間的に一定あるいは変動する渦動粘性係数を用いた解析を行って van Doorn⁵⁾の実験結果と比較したところ、時間的に変動する渦動粘性係数による解析結果が実験結果をよく説明することを得、さらに時間的に変動する渦動粘性係数は質量輸送を決定する際には重要であることを示唆している。

このように、波動場における浮遊砂の挙動を適切に把握しそれに基づいて底質輸送の問題を解明するには、底面に発達する境界層を考慮し場所的あるいは時間的に変動する渦動粘性係数や乱流拡散係数を用いた解析を行うとともに、種々の観測結果や実験結果との比較を通してこうしたモデルの妥当性の検討を行うことは極めて重要であると思われる。しかしながら、こうした問題に関する従来の研究では乱流拡散現象を支配する主要因の一つである乱流拡散係数は時間的に一定でかつ鉛直方向に一定あるいは線形であるとして解析するのが大勢である。こうしたことから、本論文ではまず時間的に一定で鉛直方向に変化する渦動粘性係数や時間的・場所的に変動する渦動粘性係数を用いて摩擦応力を評価すると同時に Prandtl の混合距離理論によっても評価し乱流境界層内の流速を計算する。次に、この流速を用いて Kalkanis⁶⁾の理論を援用して底面での濃度を評価し、時間的に一定

で鉛直方向に変化する乱流拡散係数や時間的・場所的に変動する乱流拡散係数を用いて流体中の濃度を求め、柿沼・伊福ら⁷⁾が観測で得た平均濃度、流速と濃度の位相差を理論的に説明する。また、野田⁸⁾が大潟海岸の碎波帯外で得た観測結果、Nielsen⁹⁾が碎波帯内で得た観測結果、Deigaard ほか¹⁰⁾が水槽実験で得た結果に基づいて同様な解析を行う。さらに、解析して得た流速と流体中の物質の濃度から漂砂量を算出し、従来の実験結果とも比較する。

2. 乱流境界層理論、乱流拡散理論に基づく浮遊砂濃度分布の解析方法

(1) 基礎方程式

流体が非圧縮で、その運動が非定常な場合の鉛直次元境界層方程式は、 x 軸を水平な底面にとり、 z 軸を水底面より鉛直上向きにとると、次式で与えられる。

$$\frac{\partial(u-u_b)}{\partial t} = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 t は時間、 ρ_f は流体の密度、 τ は摩擦応力、 u および u_b は境界層内および境界層外縁における x 方向の流速成分である。

沈降速度 w_0 を持つ物質の鉛直次元の乱流拡散方程式は次式のように与えられる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + w \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + w_0 \frac{\partial C}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 C は物質の濃度、 w は z 方向の流速成分、 K_z は乱流拡散係数である。

(2) 初期条件および境界条件

$u(=u(z, t))$ に関する初期条件および境界条件は

$$u(z, 0) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} u(z_0, t) &= 0 \\ u(\delta_b, t) &= u_b(t) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

とする。ここに、 z_0 は粗度長、 δ_b は境界層厚である。

$C(=C(z, t))$ に関する初期条件および境界条件は

$$C(z, 0) = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} C(\delta_b, t) &= C_0(t) \\ K_z \frac{\partial C}{\partial z} + w_0 C &= 0, \quad z = h \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

* 正 会 員 工 修 愛媛大学講師 工学部海洋工学科

** 正 会 員 工 博 愛媛大学教授 工学部海洋工学科

*** 学生会員 愛媛大学大学院工学研究科

とする。ここに、 δ_B は掃流層厚、 $C_0(t)$ は時刻 t における掃流層内の濃度、 h は水深である。

(3) 境界層内の流速

摩擦応力、粗度長、境界層厚を以下のように定め境界層内の流速を求める。

摩擦応力：以下の三通りで評価する。

$$\tau = \rho_f N_z(z) \cdot \partial u / \partial z \quad \dots\dots\dots (7-1)$$

$$\tau = \rho_f N_z(z, t) \cdot \partial u / \partial z \quad \dots\dots\dots (7-2)$$

$$\tau = \rho_f l^2 \cdot \partial u / \partial z \cdot |\partial u / \partial z| \quad \dots\dots\dots (7-3)$$

ここに、 $N_z(z) = \alpha \kappa \sqrt{f} u_{bm} z$ (α : 比例定数、 κ : カルマン定数 ($\kappa = 0.4$)、 f : 海底摩擦係数、 u_{bm} : 境界層外縁の最大流速)、 $N_z(z, t) = \alpha \kappa \sqrt{f} |u_0(t)| z$ 、 l は混合距離 ($l = \kappa z$) である。海底摩擦係数は柿沼・伊福の経験式⁽¹⁾を用いて求める。

境界層厚：野田⁽²⁾が微小振幅波による乱流境界層内の流速分布の解析で得た結果を援用し

$$\delta_b = 25\delta \quad \dots\dots\dots (8)$$

とする。ここに、 $\delta = \sqrt{\nu T / 2\pi}$ であり、 ν は流体の動粘性係数、 T は波の周期である。

粗度長：Bakker・van Doorn⁽³⁾にならい砂れんの高さの 1/33 倍とし、砂れんの高さは Nielsen の経験式⁽⁴⁾を用いて算出する。

(4) 濃 度

掃流層内の濃度、乱流拡散係数、沈降速度を以下のように定め流体中における物質の濃度を求める。

掃流層内の濃度：底面に均一粒径の物質が一様に分布していると仮定したとき、Kalkanis の理論によれば掃流層内の濃度は

$$C_0 = 2P\rho'_s d \cdot V / 3 \int_{z_0}^{\delta_B} u dz \quad \dots\dots\dots (9)$$

で与えられる。ここに、 ρ'_s は乾燥物質の密度、 d は物質の粒径、 V は物質の移動速度、 P は pick-up rate であり次式で与えられる。

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{B_* \cdot \Psi' - 1/\eta_0}^{\infty} \exp(-z^2/2) dz \quad \dots\dots (10)$$

ここに、 $B_* = 4/3 C_L \eta_0$ (C_L : 揚力係数、 $1/\eta_0$: 経験定数)、 $\Psi' = (\rho_s - \rho_f) g d / \rho_f u_0^2$ (ρ_s : 物質の密度 ($\rho_s = n\rho_f + (1-n)\rho_s$ 、 n : 間隙率)、 u_0 : 任意の高さにおける流速、 g : 重力の加速度) である。

式 (9) の物質の移動速度をいかに評価するかが問題となるが、ここでは物質は掃流層内の断面平均流速で移動すると仮定する。

乱流拡散係数：境界層外縁の最大流速あるいは境界層外縁流速に比例する二つの場合と水平方向および鉛直方向の流速成分に依存する場合の三通りを仮定する。

$$K_z = \beta \alpha \kappa \sqrt{f} u_{bm} z \quad \dots\dots\dots (11-1)$$

$$K_z = \beta \alpha \kappa \sqrt{f} |u_0(t)| z \quad \dots\dots\dots (11-2)$$

$$K_z = \gamma (l_T u^2 + l_L w^2) / q \quad \dots\dots\dots (11-3)$$

ここに、 β, γ は比例定数、 l_T, l_L は水平および鉛直方向流速成分による拡散係数への寄与を表す特性長であり、 $l_L = \alpha l_T$ (α : 比例定数)、 $q = (u^2 + w^2)^{1/2}$ である。式 (11-3) は多孔質体内における物質の分散について Scheidegger⁽⁵⁾によって見出された式と同形のものを仮定した。

物質の沈降速度：次式⁽⁶⁾で算出する。

$$w_0 = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{d}{C_D} \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} g} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 C_D は抗力係数であり、Reynolds 数 $Re = w_0 d / \nu$ が 5 より小さい場合、次式で与えられる。

$$C_D = 24 / Re + 4.5 \quad \dots\dots\dots (13)$$

(5) 数値解析法

差分法を用いて境界層内の流速に関する式 (1) と物質の濃度に関する式 (2) の解を得る。計算にはランクーニ・コルスン法を用い鉛直座標および時間を以下のよう分割する。

鉛直座標：底面から水面までを 100 分割し、底面から物質の粒径の 3 倍の高さまでを粒径の 1/2 の等間隔、それより水面までを等比級数的に分割する。

時間：波の一周期を 96 等分する。

対象とする流体は柿沼・伊福ら、Nielsen および野田の資料では海水、Deigaard ほかの資料では淡水とするが、梅津寺海岸での水温は観測海岸から 1 km 程度離れた松山市高浜港沖における 1983 年 1 月—3 月の水面近傍の平均水温 10°C ⁽⁸⁾、Nielsen が観測した海岸での水温は $21\text{—}26^\circ\text{C}$ であることから 20°C 、野田の観測資料および Deigaard ほかの実験資料は 20°C として密度、動粘性係数を算出する。対象とする物質は砂とし、粒径は梅津寺海岸では 0.18 mm、Nielsen が観測した海岸では観測して得た値 0.12—0.22 mm、野田が観測した大潟海岸では観測して得た値 0.3 mm、Deigaard ほかは実験で用いた値 0.12 mm、乾燥砂の密度は 2.65 g/cm^3 、間隙率は 0.3 とする。

3. 解析結果

現地観測で得た平均水深、有義波高、有義波周期、底質粒径および室内実験で用いた水深、波高、周期、底質粒径をもとにパラメータ解析を行った。有義波は、梅津寺海岸では Stokes 波の第 3 次近似解、Nielsen が観測した海岸ではクノイド波理論、野田が観測した大潟海岸では Stokes 波の第 2 次近似解および Deigaard ほかは実験で用いた波は Stokes 波の第 3 次近似解が適用される領域にある⁽⁹⁾。

Einstein・El-Samni⁽²⁰⁾は一方向流の底面近傍での圧力測定から揚力係数の値は 0.178 であることを得ている。ここでは式 (10) 中の揚力係数は 0.2、 $1/\eta_0$ は Kalkanis が実験で得た 1.5、 u_0 は砂粒頂部での値とする。掃流層厚は Einstein⁽²¹⁾を援用し粒径の 2 倍とする。式 (11-3)

中の特性長 l_T をいかに評価するかが問題となるが、ここでは底面からの高さとして解析した。

(1) 境界層内の流速分布

梅津寺海岸における資料 No. B 83108-8 (水深 2.15 m, 有義波高 0.53 m, 有義波周期 4.3 s) に基づいて計算した境界層内の流速分布を示したのが図-1 である。実線は摩擦応力を式 (7-2)、一点鎖線は式 (7-3)、破線は式 (7-1) で評価したものである。摩擦応力を式 (7-2) および式 (7-3) で評価したものは摩擦応力を式 (7-1) で評価したものより $t/T = 6.375, 6.875$ で over-shooting 現象が顕著であり、それが生ずる高さは低い、境界層外縁流速が正でかつ減速時の位相では実線と破線はほぼ同一の分布をしているが、他の位相では実線で示される流速が大き目である。また、 $t/T = 6, 6.5$ では実線で示される流速は一点鎖線で示される流速とほぼ同一の分布をしているが、一点鎖線で示される流速は実線で示される流速より減速時の位相においては大き目、加速時の位相においては小さ目である。

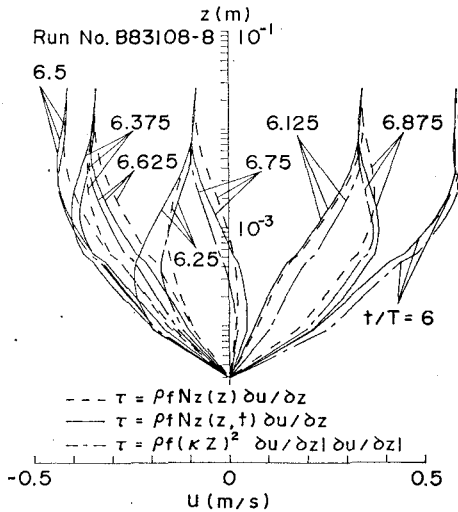
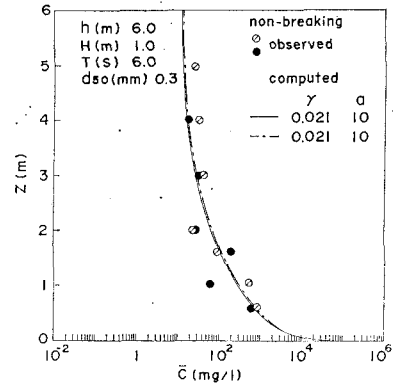


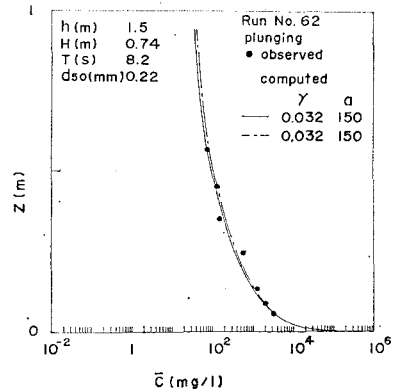
図-1 乱流境界層内の流速分布

(2) 平均濃度の鉛直分布

1983 年に得た資料 (Run No. B 83108-8) に基づいて算出した平均濃度の鉛直分布を、その資料およびそれと波浪特性がほぼ同一である 1984 年に得た資料 (Run No. B 84317-5) の平均濃度の観測値と比較すると、渦動粘性係数および乱流拡散係数とも時間に依存しないとして解析したもの、摩擦応力を式 (7-2) で評価し乱流拡散係数を式 (11-2) あるいは式 (11-3) で評価して解析したものとも底面近傍で濃度変化が大きく「く」の字型の分布を示すが、底面からの距離が大きくなるにつれてそれらの間の濃度の差が大きくなる。摩擦応力を式 (7-2) あるいは式 (7-3)、乱流拡散係数を式 (11-3) で評価して解析したものは渦動粘性係数および乱流拡散係数



(a) 非碎波



(b) plunging 型碎波

図-2 平均濃度の鉛直分布

とも時間に依存しないとして解析したものおよび摩擦応力を式 (7-2) あるいは式 (7-3)、乱流拡散係数を式 (11-2) で評価して解析したものよりも観測結果をうまく再現する。

図-2 は野田および Nielsen の観測結果に基づいて計算した平均濃度の鉛直分布を観測結果とともに示す。(a) は野田のもの、(b) は Nielsen のものであり、観測した波はそれぞれ非碎波および plunging 型碎波である。図中の実線および一点鎖線はそれぞれ摩擦応力を式 (7-2) および式 (7-3) で評価し、乱流拡散係数は式 (11-3) を用いており、式 (7-2) 中の α の値は 0.1 とした。各高さでの平均濃度は摩擦応力を渦動粘性係数を用いて評価した場合 (式 (7-2)) と Prandtl の混合距離理論で評価した場合 (式 (7-3)) の両者はよく一致し、観測結果をかなりうまく再現する。

(3) 流速と濃度の位相差

梅津寺海岸において観測して得た岸向き流速と濃度の位相差の頻度分布を、解析して得た海底から 4 cm の高さでの濃度の時間変化とともに示したのが図-3 である。碎波の発生頻度は 19% である。解析結果の平均濃度の鉛直分布は観測結果とほぼ同一であり、実線と点線

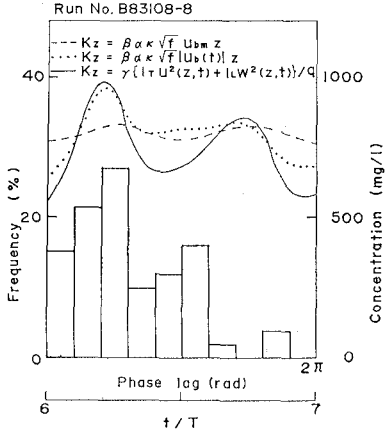


図-3 現地における岸向き流速-濃度位相差の頻度分布と計算して得た濃度波形

は式(7-2)中の比例定数 α の値を0.1とし、乱流拡散係数を式(11-3)と式(11-2)で評価した場合であり、破線は渦動粘性係数、乱流拡散係数とも時間に依存しない場合である。渦動粘性係数、乱流拡散係数とも時間に依存しない場合(破線)は、観測して得た位相差の頻度分布が高い値を示す位相 $\pi/2$ 、 1.1π 付近で濃度はピークを示すが、両ピークの値はほぼ同一である。一方、時間に依存する渦動粘性係数を用いて式(7-2)で摩擦応力を評価しかつ時間に依存する乱流拡散係数を用いた場合(実線、点線)には、頻度分布が高い値を示す位相 $\pi/2$ 、 1.1π 付近で第一ピークと第二ピークを示し、観測で得た位相差の頻度分布とも良く対応する。

(4) 乱流拡散係数

野田およびNielsenが観測して得た平均濃度分布をうまく説明する式(11-3)による乱流拡散係数の無次元量と相対高さとの関係を図-4に示す。(a)は非砕波、(b)はplunging型砕波のものである。図中の実線は t/T が6, 6.2, 5, 6.5, 6.75におけるもの、破線は一周期平均の値、図中の記号は観測して得た平均濃度の鉛直分布から次式を用いて算出したものである。

$$\bar{K}_z = -w_0 \bar{C} / (\partial \bar{C} / \partial z) \dots \dots \dots (14)$$

解析に用いた乱流拡散係数の一周期平均値(破線)は相対高さが0.1付近まで相対高さのほぼ一乗に比例するがそれより水面までは二乗に比例する。

ところで、梅津寺海岸で得た観測結果と解析結果との比較において明らかになったように、時間に依存しない乱流拡散係数あるいは水平方向の流速成分にのみ依存する乱流拡散係数では底面から離れた高さでの濃度をよく説明できなかった。Deigaardほかは砕波によって生成される乱れエネルギーを考慮し、乱流輸送方程式に基づいた流速場の解析をもとに流体中の浮遊砂濃度分布を求めNielsenの観測結果と比較している。彼らの解析は定量的な評価にまでは至っていないが、波動場における拡

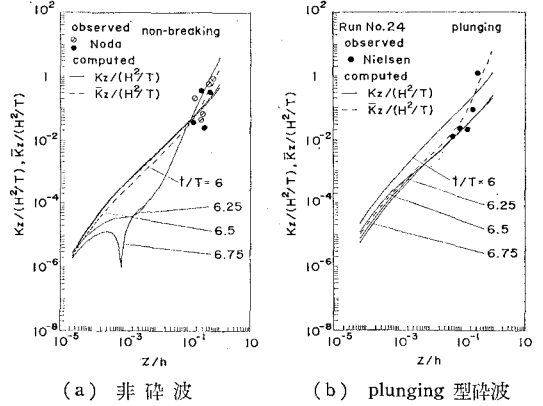


図-4 無次元乱流拡散係数と相対高さ

散現象を解明するには水面近傍では水平方向のみならず鉛直方向の運動をも考慮する必要があることを示唆するものではないかと思える。以上のことから、式(11-3)で評価する乱流拡散係数は式中の比例定数 γ や a を波浪の状況に応じて見積ることにより波動場における乱流拡散現象をうまく説明できるものとする。

(5) 比例定数 γ と波浪および底質との関係

野田、柿沼・伊福らとNielsenの観測結果およびDeigaardほかの実験結果をよく説明する式(11-3)中の γ について $H_{1/3}/d_{50}$ との関係をみると図-5のようになる。野田とDeigaardほかおよびNielsenの非砕波、Nielsenのplunging型、柿沼・伊福らとNielsenのspilling型のものは $H_{1/3}/d_{50}$ が大きくなるにつれて γ の値は小さくなり負の相関がある。同一の $H_{1/3}/d_{50}$ についてはplunging型、spilling型、非砕波の順に γ の値は小さい。

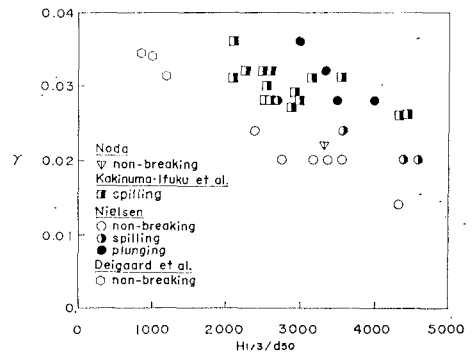
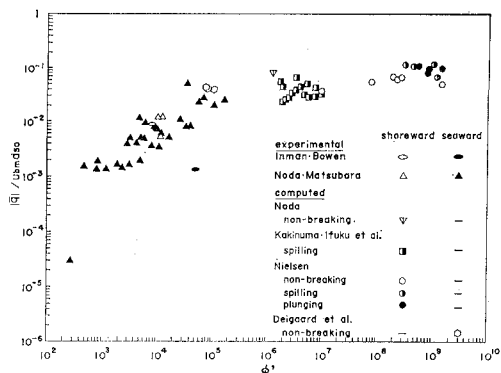


図-5 γ と $H_{1/3}/d_{50}$ との関係

(6) $|\bar{q}|/u_{bm}d_{50}$ と ϕ' との関係

摩擦応力を式(7-2)で評価して乱流境界層内の流速を求めた場合の一周期平均した掃流層外縁から境界層外縁までの浮遊漂砂量の無次元量と粗度長さの高さから水面 h までの全漂砂量の無次元量とはほぼ等しく、漂砂の移動様式は浮遊漂砂が卓越する。漂砂量は底面近傍に形成

図-6 無次元全漂砂量と ϕ' との関係

される境界層内でそのほとんどが決定されることから、漂砂量を算出する場合波によって底面近傍に発達する境界層の取り扱いが重要となる。

野田、柿沼・伊福ら、Nielsen の観測結果および Deigaard ほかの実験結果に基づき摩擦応力を式 (7-2) で評価して得た一周周期平均の無次元全漂砂量 $|q|/u_b m d_{50}$ と ϕ' ($\phi' = [u_b m^2 / (\rho_s / \rho_f - 1) g d_{50}]^{2.76}$, $(u_b m d_{50} / \nu)^{0.38}$) との関係を図-6 に示す。観測結果に基づく計算結果の漂砂の移動方向は岸向きである。一方、Deigaard ほかの実験に基づく計算結果の漂砂の移動方向は沖向きであり、ほぼ似た実験条件下 (水深 0.45 m, 波高 0.06-0.17 m, 周期 1.24-3.14 s) で得られた野田・松原の結果と漂砂量および漂砂の移動方向とも良く一致する。計算結果は ϕ' が増大するにつれて $|q|/u_b m d_{50}$ も増大し、Inman・Bowen や野田・松原の実験結果と似た傾向を示す。詳細にみると、増大の割合は実験結果が大きいようであるが漂砂の移動方向が岸向きの計算結果および実験結果をみると両者はよく似た傾向を示す。

5. 結 論

現地碎波帯で得た波、底質および水槽実験で用いた波、底質をともに乱流境界層理論、乱流拡散理論に基づいて流体中の浮遊砂の濃度分布を算出した結果、時間に依存する渦動粘性係数、乱流拡散係数を用いると岸向き流速と濃度の位相差の頻度分布のピークの位置およびピーク値の大小をかなりよく説明し得た。また、水粒子速度に依存する拡散係数を用いた場合には、境界層外縁の流速に比例する拡散係数を用いた場合よりも、現地観測および水槽実験で得た平均浮遊砂濃度の鉛直分布とより良く一致することを得た。現地観測および水槽実験で得た結果に基づいて計算した漂砂量は従来の水槽実験で得た結果とその傾向を同じくすることを見出した。

なお、本論文における数値計算は愛媛大学情報処理センターの FACOM M-360 AP によった。

参 考 文 献

- 1) 本間 仁・堀川清司・鹿島達一: 波による浮遊砂に関する研究, 第 11 回海岸工学講演会論文集, pp. 159~168, 1964.
- 2) Sleath, J. F. A.: The suspension of sand by waves, *J. Hydraul. Res.*, Vol. 19, pp. 439~452, 1982.
- 3) 堀川清司・渡辺 晃: 表面波による振動流境界層に関する実験的研究, 第 15 回海岸工学講演会論文集, pp. 16~23, 1968.
- 4) Trowbridge, J. and O. S. Madsen: Turbulent wave boundary layers, 2. Second-order theory and mass transport, *J. Geophys. Res.*, Vol. 89, No. C5, pp. 7999~8007, 1984.
- 5) van Doorn, Th.: Experimental investigation of near-bottom velocities in water waves without and with a current, Delft Hydraulic Lab., Rept. M1423 Part 1, pp. 1~66, 1981.
- 6) Kalkanis, G.: Transportation of bed material due to wave action, U.S. Army, Coastal Res. Center, Tech. Memo. 2, 114 p., 1965.
- 7) 柿沼忠男・伊福 誠・栗原 薫: 碎波帯における浮遊砂濃度に関する二、三の観測例, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp. 321~325, 1985.
- 8) 野田英明: 波による底質の浮遊, 第 14 回海岸工学講演会論文集, pp. 306~314, 1967.
- 9) Nielsen, P.: Field measurements of time-averaged suspended sediment concentrations under waves, *Coastal Eng.*, Vol. 8, pp. 51~72, 1984.
- 10) Deigaard, R. J., J. Fredsøe and I. B. Hedegaard: Suspended sediment in the surf zone, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, ASCE, pp. 115~128, 1986.
- 11) 柿沼忠男・伊福 誠: 現地海岸における海底摩擦係数, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp. 234~237, 1985.
- 12) 野田英明: 波動による乱流境界層の発達, 第 16 回海岸工学講演会論文集, pp. 23~27, 1969.
- 13) Bakker, W. T. and Th. van Doorn: Near bottom velocities in waves with a current, *Proc. 16th Coastal Eng. Conf.*, ASCE, pp. 1394~1413, 1978.
- 14) Nielsen, P.: Dynamics and geometry of wave generated ripples, *J. Geophys. Res.*, Vol. 86, No. C7, pp. 6467~6472, 1981.
- 15) Scheidegger, A. E.: General theory of dispersion in porous media, *J. Geophys. Res.*, Vol. 66, pp. 3273~3278, 1961.
- 16) 土木学会編: 水理公式集, 丸善株式会社, p. 47, 1971.
- 17) Schlichting, H., translated by J. Kestin: *Boundary Layer Theory*, 6th ed., McGraw Hill, p. 198, 1968.
- 18) 愛媛県水産試験場: 燧灘漁海況速報, 1983.
- 19) U. S. Army Coastal Eng. Res. Center: *Shore Protection Manual*, Vol. 2, pp. 2~35, 1977.
- 20) Einstein, H. A. and El-Samni, El S. A.: Hydrodynamic forces on a rough wall, *Rev. Mod. Phys.*, pp. 520~524, 1949.
- 21) Einstein, H. A.: The bed-load function for sediment transport action in open channel flows, USDA, Soil Conservation Service, Technical Bulletin, No. 1026, pp. 1~71, 1950.
- 22) Inman, D. L. and A. J. Bowen: Flume experiments on sand transport by waves and currents, *Proc. 8th Coastal Eng. Conf.*, ASCE, pp. 137~150, 1962.
- 23) 野田英明・松原雄平: 汀線に直角方向の漂砂, 第 25 回海岸工学講演会論文集, pp. 246~249, 1978.