

潮汐水理模型の水平拡散係数と柱状粗度の効果について

早 川 典 生*

1. はじめに

過去数十年国内外において潮汐運動が支配的な内湾を対象とした大規模な水理模型が数多く作られてきた。これらの模型は、主として経済的な理由により、極めて小さな水平縮尺で作られており、その値は 1/1000 または 1/2000 が通例である。しかも模型内の流れが乱流状態に維持されるように、鉛直縮尺は水平縮尺より大きく、1/100 から 1/200 程度の値がとられた、いわゆる歪模型となっている。これらのことは模型内に原型の拡散現象の相似性が達し得るかどうか疑問を生じさせる因となっている。

すなわち一方では、水理模型において水平拡散係数の相似は達成されないという理論が提唱された¹⁾。この理論では流速の鉛直分布に対数則を仮定し、物質の拡散係数と運動量の拡散係数は等しいというレイノルズの仮説を用いて、水平拡散係数は模型で原型より大きくなることを示している。またこの結論を実験的にも裏付ける研究も報告されている²⁾。

また他方では水平拡散則に Richardson-Ozmidov 則を仮定することにより、相似性が得られるように、鉛直縮尺を選択できるという理論がある³⁾。この両論の矛盾は現在未解決である。問題をさらに複雑にしているのは多くのこの種の模型に用いられる粗度の存在である。これらの粗度は、元来が、フルード相似模型において、レイノルズ相似が達成できないのを補うために、すなわち、流れの相似性を得るために、設けられるものである。しかも全水深に達するストリップ粗度または柱状粗度が用いられることがあり、このような場合の拡散法則は明かではない。しかしながらこういった柱状粗度の存在は、結果的に拡散係数の相似性を達するのに寄与しているという説もある⁴⁾。

拡散係数の相似性という観点から問題を整理するならば、第一に原型における拡散現象に対する理解が不足していることがあげられる。第二に模型内の拡散現象の機構、特に粗度を置いたときの拡散現象を明らかにする必要がある。本研究の目的は、1. 現地海域の拡散現象に

ついて、わが国の内湾域における現地観測結果を整理することによりその性状を明らかにする。2. 模型によく用いられる柱状粗度による拡散効果を明らかにする。3. 得られた柱状粗度による拡散係数の表現式を用いて、拡散現象と流れの相似則を同時に満たすような相似技術を提唱する、の三点である。

2. 現地水域の拡散現象

潮汐運動の支配的な内湾においては、その水平的な広がりや現象の非定常性のために対数速度分布則が成立するとは期待しがたい。むしろ海洋の水平拡散理論が適用されるものと考えて良さそうである。従ってその法則性は直接的な測定法によって検討される。測定法としては、流速変動の統計解析とフロートか染料による拡散実験があるが、いずれも手法的に問題があり、また各水域において法則性を明らかにするほど十分なデータが得られているとはいえない。ここでは主として瀬戸内海の点源染料拡散実験のデータを調べ他の水域における報告例と比較して全体的な傾向を把握しようとするものである。

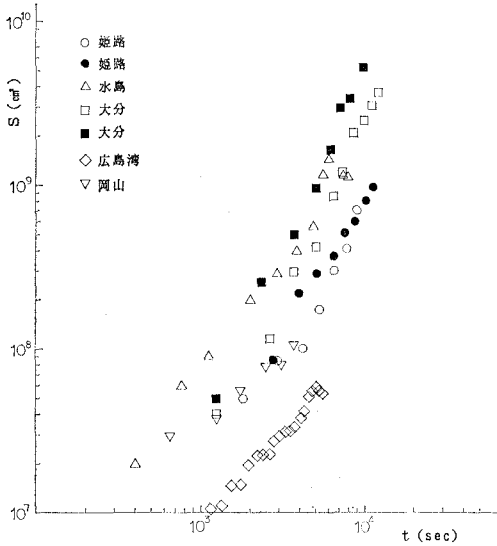
図-1 は瀬戸内海各地において行われた点源染料実験の染料雲面積 S を拡散時間 t に対してプロットしたものである⁵⁾。この図に示すように点源染料拡散実験は一般的な手法として各海域において実施されてきた。水平拡散係数を求めるための、この手法としての最大の難点は、流れのシア効果の除去が困難なことである。柳⁶⁾は引き伸ばされた染料雲の短い方の幅を拡散スケールとして解析することを提唱し、その結果拡散係数は一桁小さくなることを示している。ここでは染料雲測定の実験データの入手は困難であるので、また拡散係数の減少は拡散スケールの減少とある程度連動しているので、図-1 のデータに円形パッチ理論を適用して拡散係数を求めることとする。すなわち図-1 のデータから拡散係数 K および長さスケール l は次式により求められる。

$$K = (S_i - S_{i-1}) / 4\pi(t_i - t_{i-1}) \quad \dots\dots\dots (1\cdot a)$$

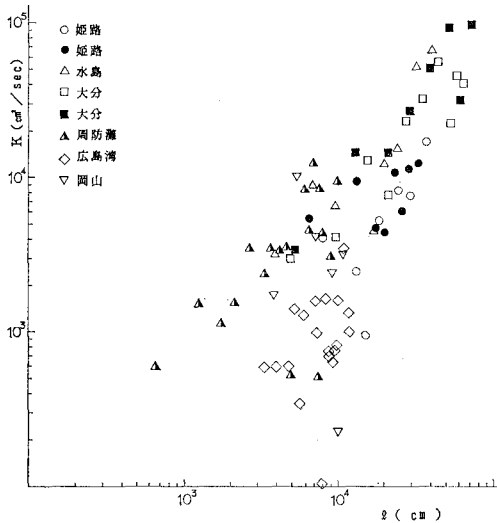
$$l = (\sqrt{S_i} + \sqrt{S_{i-1}}) / \pi \quad \dots\dots\dots (1\cdot b)$$

図-2 はこの K - l 関係を図示したものである。図から拡散係数 K は、バラツキが大きいものの、ほぼ

* 正会員 Ph.D. 長岡技術科学大学建設系



図一 染料雲面積時間図



図二 拡散係数と長さスケール

Richardson-Ozmidov 則, $K \propto l^{4/3}$, にしたがうこと, またこの値は長さスケール 10 m ~ 1 km で $10^3 \sim 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ の値をとるといえる。これらの結論は他の内湾, 例えば伊勢湾⁷⁾, 大阪湾⁹⁾でも同様な結果が得られているよみである。實際上, これらの湾, 灘は, さしわたしが 20 km 程度であり, その中での水質分布を議論するには長さスケール 1 km, 拡散係数 $10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ を目安とするのが妥当である。

3. 柱状粗度の拡散効果

3.1 スコープ

全水深に達するストリップ粗度の水平拡散効果に関する研究は過去に Fischer ら⁹⁾の研究が唯一のものである。

Fischer らの解析では, 流れに対する抵抗はすべて粗度が受け持つと考え, 粗度要素間の流速分布は放物線であると仮定し, レイノルズ相似の下に水平拡散係数 ϵ の表示式として次式を得ている。

$$\epsilon = 0.075 d U / \lambda \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで d は粗度径, λ と ω は各々流れに直角及び流下方向の粗度間隔である。Fischer らは式 (2) の結果を実験結果により確かめているが, その実験においては, $\omega/\lambda = 1.0$, $d/\lambda = 0.094$ であった。次元解析的にはこれらの実験条件のもとで式 (2) の結論を出すのは無理であるといわざるを得ない。すなわち, ϵ を次元解析により無次元表示すれば次式を得る。

$$\epsilon / \lambda U = f(d/\lambda, \omega/\lambda) \quad \dots\dots\dots (3)$$

式 (2) は式 (3) の右辺の関数関係の特殊な場合となっている。実際 図-6 に示すように, 式 (2) は以下に示す実験結果と合致しない。これは式 (2) が導出における大胆な仮定と限定された実験条件に基づいて得られたためである。そこで本研究では開水路に柱状粗度を植え込み染料拡散実験を行うと共に流速分布測定もおこない, 水平拡散係数の表示式を導いた。実験と導出過程の大部分は既報であるので¹⁰⁾, 以下にその要点を述べる。

3.2 実験

実験装置は, 長さ 9 m, 幅 40 cm, 可変勾配の開水路である。壁面のマンニングの粗度係数は 0.0095 である。粗度要素としては水面に達する長さの, 径 1.8 cm 又は 2.4 cm の塩化ビニールパイプを千鳥状に水路底に植え付けた。実験条件は表-1 に示すようである。ここで表中の摩擦速度 u_* は流れが等流であることから $(gRS)^{1/2}$, ここで R は径深, S は勾配, として求めた。

測定項目は流速測定と染料濃度分布測定である。流速測定は直径 3 mm の超小型プロベラ流速計を用いた。染料濃度測定では濃度 800 ppm のメチレンブルー溶液を, 流れが十分一様になった断面の水路中央の水表面から (ただし Run 1~3 では 1/2 水深点から) 連続放流し, 染料放流位置から表-1 に L でしめした距離だけ下流の断面において試料をサイフォン採水した。試料は濁度計を用いて濃度測定し, 断面平均の染料雲の横方向分散 (σ^2) をもとめ, 次式により横方向拡散係数を計算した。

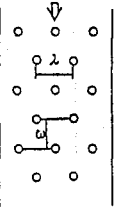
$$\epsilon = \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{U}{L} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで, ϵ は横方向拡散係数, U は平均流速, L は染料放流位置から濃度測定位置までの距離である。また σ^2 は各水深の濃度分布測定値から濃度の分布値を求め, それを平均することにより求めた。

拡散実験の結果も表-1 に示す。表において ϵ_2 は, 染料濃度の鉛直分布に次式の理論解が合うように逆算し

表—1 実験条件と拡散実験結果

Run No.	水深 (cm)	u_* (cm/s)	U (cm/s)	λ (cm)	ω/λ	d (cm)	L (cm)	ε (cm ² /s)	ε_z (cm/s)	ε/hu_*	$\varepsilon/\lambda U$	ε_z/hu_*
1	4.5	0.671	10.8	26.66	1	2.4	61	2.37	1.5	0.79	0.00808	0.21
2	8.5	0.854	14.7	26.66	1	1.8	61	2.50	10	0.34	0.00617	1.38
3	8.5	1.208	21.0	26.66	1	1.8	61	3.31	14	0.32	0.00575	1.36
4	4.5	0.671	9.5	13.33	1	2.4	67	3.51	3.0	1.16	0.02742	0.99
5	8.5	0.854	12.6	13.33	1	1.8	67	2.83	1.7	1.74	0.01685	0.23
6	8.5	1.208	19.0	13.33	1	1.8	67	4.57	2.6	0.45	0.01823	0.25
7	4.5	0.671	9.0	20	1	2.4	64	2.47	1.8	0.91	0.01522	0.60
8	8.5	0.854	12.3	20	1	1.8	64	2.35	1.5	0.32	0.00955	0.21
9	8.5	1.208	19.0	20	1	1.8	64	3.31	2.6	0.30	0.00818	0.25
10	4.5	0.671	9.6	13.33	1.5	2.4	64	3.02	2.1	1.00	0.02357	0.70
11	8.5	0.854	13.1	13.33	1.5	1.8	64	2.93	2.3	0.40	0.01678	0.32
12	8.5	1.208	19.7	13.33	1.5	1.8	64	4.41	2.1	0.43	0.01675	0.21
13	4.5	0.671	7.6	13.33	0.75	2.4	59	2.68	1.8	0.89	0.02648	0.60
14	8.5	0.854	11.6	13.33	0.75	1.8	59	2.99	1.6	0.41	0.01928	0.22



てもとめた鉛直拡散係数である。

$$\frac{C}{C_0} = \frac{q}{2\pi(\varepsilon\varepsilon_z)^{1/2}|x|} \exp\left(-\frac{U}{4x}\left(\frac{y^2}{\varepsilon} + \frac{z^2}{\varepsilon_z}\right)\right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 C は染料濃度、 C_0 は染料初期濃度、 q は染料の流量、 x は流下距離、 y は横方向距離、 z は水面からの深さである。

Fischer⁴⁾によれば粗度がない場合の拡散係数は次式で表される。

$$\varepsilon = \alpha h u_* \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 h は水深、 u_* は摩擦速度である。比例定数 α の値は水平拡散では 0.15、鉛直拡散では 0.07 である。表—1 によれば柱状粗度のある流れでは、式 (6) の α は粗度の無い場合よりも 2~10 倍程度大きく、しかも水平拡散と鉛直拡散で同程度の値となっている。このことより、粗度のある場合の拡散現象の機構は式 (6) の場合と異なること、また粗度により拡散が助長されていることがうかがえる。

3.3 拡散係数の表示式

最初に流速分布の測定値から、柱状粗度の存在下に於ける流速分則を導く。一般に円柱もしくは円柱列の後流分布則はよく研究されているが、本研究の場合のように千鳥状に配列されている場合、レイノルズ数が 10^3 のオーダーと小さい場合、円柱の近傍の流れを問題にする場合、については研究された例が無いようであり、測定値から半経験的に導く方法を採用した。すなわちまず、柱状粗度を一列だけ配置した時の後流の流速分布の測定から、流速分布が相似分布をなすことを確かめ、次に千鳥状に配置した場合の分布形は、その形状からすぐ上流の粗度列の後流と、さらに一列上流側の粗度列の後流の重ね合わせで与えられるものとして導いた。詳細な導出過程は既報¹⁰⁾であるので省略し、得られた分布式を以下に

示す。

$$\begin{aligned} \frac{u}{U} = & 1 - 0.235 \left[\left(\frac{x-d/2}{\lambda} \right)^{-2/3} + \left(\frac{x+\omega-d/2}{\lambda} \right)^{-2/3} \right] \\ & + 0.35 \left[\left(\frac{x-d/2}{\lambda} \right)^{-1/2} \right. \\ & \times \left[1 - \exp \left[-\frac{(y/\lambda)^2((x-d/2)/\lambda)^{-2/3}}{0.12 * 0.39^2} \right] \right] \\ & + \left. \left(\frac{x+\omega-d/2}{\lambda} \right)^{-1/2} \right. \\ & \times \left. \left[1 - \exp \left[-\frac{(5-y/\lambda)^2((x+\omega-d/2)/\lambda)^{-2/3}}{0.21 * 0.39^2} \right] \right] \right] \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで座標軸 x, y の原点は 図—3 に示すようである。図—4 は式 (7) と実験結果を比較した例であり、良好な一致を示している。式 (7) は本研究の実験範囲 ($0.12 \leq Fr \leq 0.39$, $5000 \leq Re \leq 29000$) では実験結果とよく一致することが確認された。

柱状粗度のある流れにおける水平拡散係数の算定を、噴流や後流の場合に用いられる渦動粘性係数に関する Prandtl の混合距離理論を用い、レイノルズ相似を仮定して行った。すなわちその式はつぎのようである。

$$\varepsilon = \kappa(u_{\max} - u_{\min})w \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで $u_{\max}$, $u_{\min}$ は横方向の各々最大、最小流速、 w は流速分布から決定される混合領域の幅、 κ は通常は実験常数である。粗度を千鳥状に配置した場合、図—5 のように 2 つの後流の影響が考えられるので、ここでは図に示す後流幅 w_1, w_2 を重みにした平均値として拡散係数を次のように表した。

$$\varepsilon = \kappa \left[\frac{(u_{\max} - u_{\min 1})w_1^2 + (u_{\max} - u_{\min 2})w_2^2}{w_1 + w_2} \right] \quad \dots\dots\dots (9)$$

式 (9) により求めた拡散係数は x 方向に分布を持つが、ここでは $x=0.5\omega$ の値により代表させた。ところ

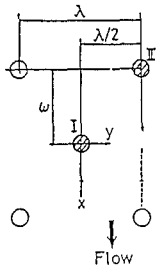


図-3 流速分布座標軸定義図

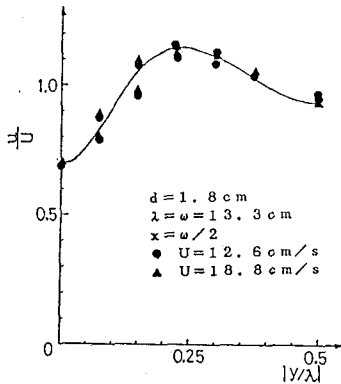


図-4 流速分布則 (7) と実験値

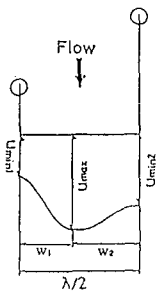


図-5 後流と混合距離定義図

で式 (9) により拡散係数を計算して実験値と比較すると、 κ をどのような値にしても、全ての実験値に合わせることができない。これは κ = 一定と仮定したことにより無理があるためであり、本研究のように、物体近傍の流れを問題にする場合は常数とは断じ難く、次元解析による表現式 (3) の右辺に含まれる無次元数 d/λ , ω/λ の関数であると考えられる。そこで式 (9) に流速分布式 (7) と拡散実験により得られた ε を代入して κ を求め、これら二無次元数への依存関係を求めた。結果は次式で与えられる。

$$\kappa = 4.0(d/\lambda)^{1.5}(\omega/\lambda)^{0.75} \dots \dots \dots (10)$$

式 (7), (9), (10) を用いて ε を計算し、実験値と比較したのが図-6である。当然ながら実験値と計算値は良好な一致を示しているが、 d/λ と ω/λ の双方に関してその一致が得られたということは、ここで得られた計算

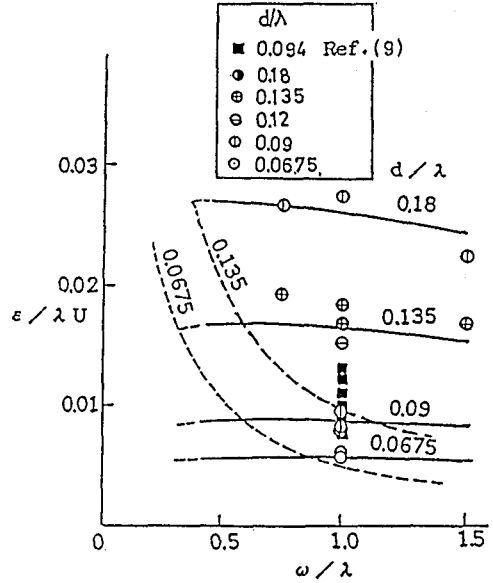


図-6 柱状粗度による水平拡散係数 (実線: 予測値, 破線: 式 (2))

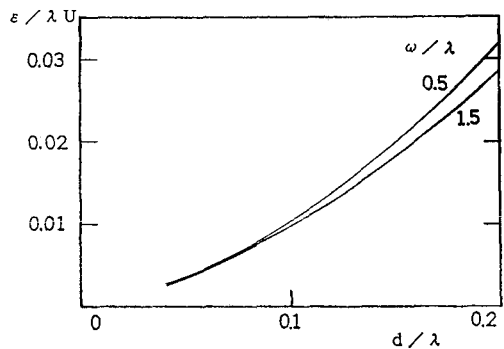


図-7 柱状粗度による水平拡散係数

法の有用性が広いことを示唆している。また図中には Fischer らの与えた式 (2) も示しており、本研究の実験値を説明できないのは明かである。図-6 に示すように得られた拡散係数の表示式は実用的と思われる ω/λ の範囲 (0.5 から 1.5) において ω/λ にほとんどよらない。また実際上にも式 (7), (9), (10) を用いて計算するのは不便である。そこで計算された拡散係数を d/λ の関数として、これも実用的な範囲でプロットしたのが図-7 である。図-7 から $\varepsilon/\lambda U$ は d/λ の二次曲線として表すことができる。実用上 ω/λ による違いを無視すれば以下の式を得る。

$$\varepsilon/(\lambda U) = (0.0612 + 0.474d/\lambda)d/\lambda - 0.000754, \quad 0.5 < \omega/\lambda < 1.5 \dots \dots \dots (11)$$

4. 流れと拡散を同時に相似させる方法について

潮汐水理模型において適当な粗度を付加すること、粗

度調整, は元来流れの, すなわち摩擦抵抗を相似させるためであった. 前章においては柱状粗度を用いることにより水平拡散を相似させることができることを示した. それでは流れと拡散を同時に相似させることは可能であろうか. ここでは前章の結果を用いて, 柱状粗度と底面粗度(小ブロックのような)を併用することによりそれが可能であることを示す. その手順は以下のである. 最初に式(11)により適当な柱状粗度を選ぶことにより拡散の相似性を満足させる. 次に柱状粗度がある場合の摩擦抵抗は底面摩擦と柱状粗度による摩擦抵抗との和であるので, 摩擦抵抗の相似条件は摩擦勾配で表せば次式のようになる.

$$\left[\frac{n^2 U^2}{h^{4/3}} + \frac{C_D}{2} \frac{U^2 d}{g \omega \lambda} \right]_{\text{model}} = \frac{h_r}{x_r} \left[\frac{n^2 U^2}{h^{4/3}} \right]_{\text{proto}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで C_D は柱状粗度の効力係数であり, x_r , h_r は各々模型の水平及び鉛直縮尺である. 式(12)を整理してフルードの相似則を用いれば模型のマニングの n について次式のようにかける.

$$n_m^2 = \frac{h_r^{1/3}}{x_r} n_p^2 - \frac{C_D}{2g} \left(\frac{dh^{4/3}}{\omega \lambda} \right)_m \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで添字 m は模型, p は原型を表す. C_D の値は円柱のレイノルズ数の関数として知られている. 典型的な値としてはレイノルズ数 2000 に対して 1.0 であり, この値を使うことができる.

最後に, 実際に式(13)を紙の上で用いてみよう. 柱状粗度を使用し拡散係数の現地観測が多く報じられている例として, 運輸省の行った大阪湾模型を取り上げる¹¹⁾. この模型は他の多くの模型と同様に Richardson-Ozmidov 則による相似則を満たすように, 水平縮尺 1/2000, 鉛直縮尺 1/160 が採用されている. 柱状粗度としては直径 2.5 cm の塩化ビニールパイプを 50 cm 格子に配置しており, その拡散効果は議論されている¹⁰⁾.

本研究の成果を応用するために, 流れは粗度群が千鳥状に見えるように向いているものと仮定すると, $\lambda = 70.7$ cm, $\omega = 35.4$ cm となる. 代表流速としては大阪湾中の潮流の早めの値として 30 cm/sec を採用する. 次に現地海域のマニングの n は明確ではないが 0.025 が妥当な値といえよう¹¹⁾. これにより大阪湾の代表的な水深 20 m 地点について計算すると模型の $n = 0.035$ となる. この n の値は底面粗度を与えることにより達することができるものと思われる. このようにして拡散と流れの

相似性を同時に満たすことが可能であることを示している.

5. 結 論

潮汐水理模型内において拡散現象を相似させ得るかどうかは, 時として疑問とされてきたが, 本研究はそれが実際に可能であることを示した. 本研究の結論を要約すると以下のである.

(1) わが国の内湾域における水平拡散現象は概ね Richardson-Ozmidov 則に従い, 長さスケール 1 km に対して拡散係数はほぼ 10^5 cm²/s の値をとる.

(2) 柱状粗度のある流れと, その場合の水平拡散現象について理論的実験的研究を行い, 水平拡散係数を与える式(11)を導いた.

(3) 柱状粗度を植え付けた模型における摩擦勾配の相似則を導き, 実際の模型において拡散と流れの相似を同時に満たすことが可能であることを示した.

参 考 文 献

- 1) Fischer, H. B. and E. R. Holley: Analysis of the use of distorted hydraulic models for dispersion studies, Water Resour. Res., Vol. 7, pp. 46~51, 1971.
- 2) Crickmore, M. J.: Tracer tests of eddy diffusion in field and model, J. Hydraul. Div. Amer. Soc. Civil Eng., Vol. 98, No. 10, pp. 1737~1752, 1972.
- 3) 樋口明生: 沿岸海洋に関する水理模型実験, 水工学シリーズB, 土木学会, pp. B-9-1~B-9-23, 1972.
- 4) Fischer, H. B.: Mixing and dispersion in estuaries, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 8, pp. 107~134, 1976.
- 5) 湯浅一郎・早川典生: 瞬間点源染料拡散実験からみた水理模型の拡散現象, 中国工業技術試験所報告, No. 10, pp. 19~51, 1980.
- 6) 柳 哲雄・樋口明生: 現場海域の拡散係数の推定法に関する研究, 第29回海岸工学講演会論文集, pp. 580~583, 1982.
- 7) 藤森研一・稲富隆昌・金子俊六: 伊勢湾水理模型実験と現地調査(第一報), 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 219~225, 1975.
- 8) 村上和男・森川雅行: 潮流場における水平・鉛直拡散係数の算定法, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 515~519, 1983.
- 9) Fischer, H. B. and Hanamura, T.: The effect of roughness strips on transverse mixing in hydraulic models, Water Resources Res., Vol. 11, No. 2, pp. 362~364, 1975.
- 10) 早川典生・白山昌義・中村由行・福嶋祐介: 水理模型実験における柱状粗度の拡散効果について, 土木学会論文集, 387号, pp. 77~83, 1987.
- 11) 運輸省第三港湾建設局神戸調査設計事務所: 土砂による海水汚濁の予測法(通年報告書)昭和55年3, 1980.