

鉛直2次元海浜流モデル

山下隆男^{*}・Dadang Ahmad^{**}・宍倉知広^{***}・土屋義人^{****}

1. 緒 言

砕波の力学モデルや波浪の変形計算法の進歩に伴って、海浜流の3次元数値シミュレーション法の開発に関する研究が活発になってきている。従来用いられてきた水平2次元モデル(2DH)に加え、海浜流の鉛直分布のモデル化が行なわれ、今日では両者を結合して3次元モデルを構築しようとする試みがなされつつある。この種の研究の動機は砕波帯における漂砂量則を確立しようとするにあることは言うまでもないが、そのための平均流、乱流特性を記述できる海浜流モデルの必要性が極めて高くなってきている。

De Vriend & Stive¹⁾は波浪変形、潮流・吹送流の3次元数値計算法、流れと波動の共存場での底面乱流モデル、砕波により生成される平均流、乱流特性等に関する従来の研究成果を結合し、鉛直方向分布形の相似性を仮定して、準3次元海浜流モデルの構築を試行している。世界的にみても、2DHモデルに鉛直分布特性を導入して3D化する試みと、そのために必要な砕波、乱流、数値計算法に関する基礎研究も活発に行なわれるようになってきた。

一方、海浜流の鉛直分布を求めるための数学モデルとしては、Svendsen²⁾の undertow モデルに代表されるように、単一鉛直面における平均流場の力の釣り合いと砕波による乱流場のモデル化³⁾である。これらは疑似定常 bore 領域(inner region)を対象とし、岸沖方向の運動の変動スケールが水深方向に比べて微小であると仮定した放物型近似方程式系によるモデルであり、計算は容易に行えるが、砕波帯全域の運動を記述していない。また、レーザードップラー流速計を援用した実験結果との比較も行なわれているが対象領域全体において、実験・計算結果が必ずしも良好な一致を示しているわけではない。これは現象の複雑に加え、砕波帯を包括したモデルでないために側方境界の影響が考慮されていない等の原因も考えられる。さらに、砕波帯における漂砂量則や

平衡海浜断面状の計算には、的確な乱流モデルを導入した鉛直2次元海浜流モデル(2DVモデル)の開発が必要であると考えられる。

本研究では、2方程式系乱流モデル(k - ϵ モデル)とエネルギー保存則に基づく砕波変形とを併用した2DV海浜流モデルを展開し、その数値計算法を示す。この場合、任意断面形状の計算対象領域においても的確な数値計算が行えるよう等角写像による座標交換を行なう。さらに、流れ関数と渦度によるモデル方程式として、このような楕円型と双曲型方程式系を同時に解く場合の砕波帯における境界条件を検討する。これにより、砕波変形(平均海面を含む)・ k - ϵ モデル・平均流(海浜流)の3モデルを結合した定常2DVモデルの有限差分法による数値計算アルゴリズムを示す。

2. モデル方程式系

2.1 モデルの概要

砕波帯における乱流渦の生成機構、特に波動運動から大規模渦への運動形態の変換機構については最近研究が活発に行なわれるようになってきたが、砕波に伴う乱れた自由表面近傍での質量輸送と乱れの生成によるせん断乱流場を、波動運動を初期・境界条件として運動方程式を厳密に解くことは、現段階では不可能である。

ここでは、図-1に示すように、自由表面のトラフとクレストの間を surface layer と定義し、平均水面と水底面との間を inner layer とした2層分割を行い、各層内での運動をモデル化することを試みる。この場合、平均水面と砕波波高は未知であるが、これまでの研究成果からエネルギー平衡方程式に基づくこれらの推算結果は実験値を良く説明できることが知られているので、こ

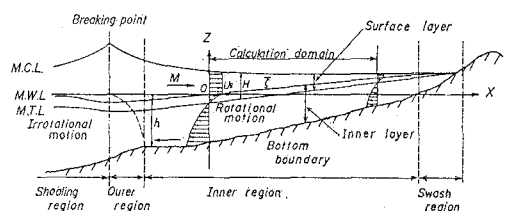


図-1 座標系と記号

^{*} 正会員 工修 京都大学助手 防災研究所

^{**} 学生会員 工修 京都大学大学院工学研究科

^{***} 正会員 工修 (株)大林組土木設計部

^{****} 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

では Svendsen⁴⁾のモデルを用いて碎波波高および平均水面を求めることとする。

一方, surface および inner layer においては, 運動を平均流, 波動および乱れの成分に分離し, 各成分間での相関が無視できるとして入射波の周期で時間平均した運動方程式系によりモデル方程式系を構築する。すなわち, surface layer においては平均流の運動・質量保存則を時間平均して平均海面における運動学的・動力学的関係式を求め, これを inner layer における平均流の境界条件として用いる。ここでの乱流エネルギーの基礎方程式を如何に与えるかについては多くの研究者より現在進行中の研究成果が期待されるが, 本研究では前述の碎波の波高変化のモデルにエネルギー散逸率を経験的に仮定し, これにより得られた散逸エネルギーが inner layer へ乱れエネルギーとして平均水面で受け渡されると考える。換言すれば, これが inner layer の乱流エネルギーの境界値として平均水面で与えられる。

また, inner layer においては, 時間平均操作により平均流の運動量質量保存と乱流の運動学的エネルギー保存とからなるモデル方程式系を誘導し, surface layer および碎波モデルから与えられる境界条件によりモデルを完結する。この場合, 平均流の方程式系は流れ関数と渦度により表示し, 乱流モデルは $k-\epsilon$ モデルとする。

(2) inner layer の基礎方程式系

まず, inner layer での平均流および乱流の基礎方程式を示す。非圧縮流体の運動方程式系は, テンサー表示を用いると次式で示される。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

ここに, u_i は x_i 方向の流速成分, ρ は流体密度および σ_{ij} は応力テンソルであり, 圧力 p および流体の粘性係数 μ および歪率 s_{ij} を用いて, 次式のように定義される。

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu s_{ij} \quad (3)$$

$$s_{ij} = \frac{\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i}{2} \quad (4)$$

ここに, δ_{ij} は Kronecker のデルタである。

いま, 流速および圧力を波の一周期で時間平均して定義される平均流 (オーバーバーで示す) と波動 (サブスクリプト w) および乱流成分 (プライム) とに分離して, 以下のように表示する。

$$\left. \begin{aligned} u_i &= \bar{u}_i + \bar{u}_{wi} + u'_i, \\ \sigma_{ij} &= \bar{\sigma}_{ij} + \sigma_{wi} + \sigma'_{ij}, \\ p_{ij} &= \bar{p}_{ij} + p_{wi} + p'_{ij}, \\ s_{ij} &= \bar{s}_{ij} + s_{wi} + s'_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

これらの成分間の無相関を仮定すると平均流の質量・運

動量方程式は, $x-z$ 平面上で以下のようなものである。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}\bar{u} + \bar{u}_w\bar{u}_w + \overline{u'u'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u}\bar{w} + \bar{u}_w\bar{w}_w + \overline{u'w'}) \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \nabla^2 \bar{u} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}\bar{w} + \bar{u}_w\bar{w}_w + \overline{u'w'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{w}\bar{w} + \bar{w}_w\bar{w}_w + \overline{w'w'}) \\ = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \nabla^2 \bar{w} \end{aligned} \quad (8)$$

ここに, g は重力の加速度, u, w はそれぞれ x, z 方向の流速成分である。式 (7) および (8) を z および x 方向に交叉微分して圧力 $\bar{p}$ を消去すると, 式 (9) を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} (\bar{u}\bar{u} + \bar{u}_w\bar{u}_w + \overline{u'u'}) \\ + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) (\bar{u}\bar{w} + \bar{u}_w\bar{w}_w + \overline{u'w'}) \\ - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} (\bar{w}\bar{w} + \bar{w}_w\bar{w}_w + \overline{w'w'}) = \nu \nabla^2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

波動成分は微小振幅波理論で与えられると仮定すると,

$$\bar{u}_w\bar{w}_w = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 (\bar{u}_w\bar{u}_w - \bar{w}_w\bar{w}_w)}{\partial x \partial z} = 0 \quad (11)$$

となる。さらに, 流れ関数および渦度を, 次式のように定義する。

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \bar{u}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\bar{w} \quad (12)$$

$$\omega = \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \quad (13)$$

これらの関係より, 式 (6) および (9) は, それぞれ次式で書き換えられる。

$$\nabla^2 \phi = \omega \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right) - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \omega}{\partial z} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left(4\nu_t \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \right) \\ + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) \right\} = \nu \nabla^2 \omega \end{aligned} \quad (15)$$

ここに, ν_t は渦動粘性係数であり, 次に示す $k-\epsilon$ モデルにより求められる。

乱流場のモデルとしては, 時間平均した渦の運動学的エネルギーバランスを基礎とする $k-\epsilon$ モデルを用いる。ここでも, 式の表示を簡略化するためテンサー表示を用いる。流れのエネルギー方程式から波動および平均流のエネルギー方程式を差し引くと, 乱流のエネルギー方程式として, 次式を得る。

$$\bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ u'_j \left(\frac{1}{2} u'_i u'_i + \frac{p'}{\rho} \right) - 2\nu \overline{u'_i s'_{ij}} \right\}$$

$$-u'_i u'_j s'_{ij} - 2\nu s'_{ij} s'_{ij} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 k は次式で定義される乱流の運動学的エネルギー - (TKE) である。

$$k = \frac{\overline{u'^2 + w'^2}}{2} \dots\dots\dots (17)$$

式 (16) において、左辺は TKE の移流項、右辺第一項は拡散項で、それぞれ乱れ自身による TKE の輸送、圧力勾配による仕事、粘性応力による輸送、第二項は TKE の生成項であり、Reynolds stresses と平均流勾配との相互干渉を示し、最後の項は粘性による TKE の散逸項である。ここで、Rodi⁵⁾ に従って、右辺第一項に、

$$-u'_j \left(\frac{1}{2} u'_i u'_i + \frac{p'}{\rho} \right) = \frac{\nu_i}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \dots\dots\dots (18)$$

のような表示を与えると、 k -方程式として、次式を得る。ここに、 σ_k は経験的係数であり、1.0 で与えられる。

$$\bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{\nu_i}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} + \text{Prod} - \varepsilon \dots\dots\dots (19)$$

ここに、Prod および ε は、それぞれ次式で示される生成項および散逸項である。

$$\text{Prod} = \nu_i \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \dots\dots\dots (20)$$

$$\varepsilon = \nu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2 \dots\dots\dots (21)$$

一方、TKE の散逸を支配する方程式として、 ε -方程式が以下のように導かれる。流れの運動方程式から平均流および波動のそれを差し引くと乱流の運動方程式、

$$\begin{aligned} \frac{\partial u'_i}{\partial t} + (\bar{u}_j + u_{wj}) \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i + u_{wi}) + u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \\ = \nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u'_i u'_j \rangle \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

を得る。ここに $\langle \rangle$ は波動成分は残るが乱流成分は消えるような時間スケールでの平均操作を示す。上式を x_i で微分し、 $2\nu \cdot \partial u'_i / \partial x_i$ を掛けた後、波の一周期で時間平均すると、式 (21) の定義を用いて、次式の ε -方程式を得る。

$$\begin{aligned} \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = -2\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \\ - 2\nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} - 2 \left(\nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_i} \right)^2 \\ - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ -\nu u'_j \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \right)^2 \right. \\ \left. + \frac{2\nu}{\rho} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \frac{\partial p'}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} \\ - 2\nu u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_i \partial x_j} \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

式中、左辺は ε の移流項、右辺第一項は平均流からのエネルギーの生成、第二、三項は渦の引き伸ばし (vortex-stretching) による ε の生成および粘性による渦度の消滅を示し、最後の二項は ε の拡散項である。

ここで、Daly & Harlow⁶⁾ に習って、生成項を以下のよう仮定する。

$$-2\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = 0 \dots\dots\dots (24)$$

$$\begin{aligned} -2\nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} &= C_{1\varepsilon} \frac{u'_i u'_j \varepsilon}{k} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \\ &= C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \nu_i \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

ここに、経験定数 C_{1k} は 1.44 で与えられ、式 (24) は $i=j$ の時は質量連続式より自明であり、 $i \neq j$ の時は local isotropic を仮定していることを示す。また、vortex-stretching と粘性による消滅項は、次元解析より次式のように表示され、経験的定数 C_{2k} は 1.92 で与える。さらに、Hanjalic & Launder^{7),8)} により拡散項中の圧力勾配項と最後の粘性による拡散項を無視すると、拡散項は次式のように表示できる。

$$-\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu u'_j \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \right)^2 - \nu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{\nu_i}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

ここに、 σ_ε は 1.3 で与えられる。

以上により、 ε -方程式は次式で示される。

$$\begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\nu_i}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right\} \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left(\frac{\nu_i}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right\} \\ &+ \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} \text{Prod} - C_{2\varepsilon} \varepsilon) \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

(3) surface layer のモデル化

前述したように、ここでは surface layer における平均流の連続式および運動方程式より inner layer の平均流の境界条件を求める。Madsen & Svendsen⁹⁾ の示したように、surface layer における質量の連続条件に、式 (5) の流速成分の分離を仮定し、連続式を平均水面から自由表面間の積分たものを波の一周期で平均化すると、平均水面 $\bar{\zeta}$ における運動学的境界条件として、次式を得る。

$$\bar{u}(\bar{\zeta}) \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} - \bar{w}(\bar{\zeta}) = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{\bar{\zeta}}^{\zeta} u dz \dots\dots\dots (28)$$

また、同様の成分分離を鉛直方向の運動方程式に適用し、水底から自由表面までの積分・時間平均値から水底から平均水面までの積分値を差し引くと、次式の動力学的境界条件が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\bar{p}(\bar{\zeta})}{\rho} &= -\bar{w}'(\bar{\zeta}) \bar{w}'(\bar{\zeta}) + \bar{u}'(\bar{\zeta}) \bar{w}'(\bar{\zeta}) \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} \\ &- \bar{w}(\bar{\zeta}) \frac{\partial}{\partial x} \int_{\bar{\zeta}}^{\zeta} u dz \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

ここで、surface layer での水平方向の運動方程式を鉛直方向積分・時間平均した方程式は次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{\bar{\zeta}}^{\zeta} \left(u^2 + \frac{p}{\rho} \right) dz = - \frac{\bar{p}(\bar{\zeta})}{\rho} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} - \overline{u'(\bar{\zeta})u'(\bar{\zeta})} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} + \overline{u'(\bar{\zeta})w'(\bar{\zeta})} - \bar{u}(\bar{\zeta}) \frac{\partial}{\partial x} \int_{\bar{\zeta}}^{\zeta} u dz \quad (30)$$

式(29)を(30)に適用して、 $\bar{p}(\bar{\zeta})$ を消去すると、式(30)の右辺は、

$$\begin{aligned} \text{RHS} = & \overline{w'(\bar{\zeta})w'(\bar{\zeta})} - \overline{u'(\bar{\zeta})u'(\bar{\zeta})} \\ & + \left\{ \overline{\bar{u}(\bar{\zeta}) + \bar{w}(\bar{\zeta})} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} \right\} \frac{\partial M_s}{\partial x} \\ & - \overline{u'(\bar{\zeta})w'(\bar{\zeta})} \left(\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} \right)^2 + \overline{u'(\bar{\zeta})w'(\bar{\zeta})} \quad \dots (31) \end{aligned}$$

となる。ここに、 M_s は砕波による質量輸送で、次式で定義される。

$$M_s = \int_{\bar{\zeta}}^{\zeta} u dz \quad \dots (32)$$

いま、 $\bar{u}(\bar{\zeta})$ と $\partial \bar{\zeta} / \partial x$ とのオーダーを、それぞれ $O(1)$ および $O(\delta)$ とすると、式(28)より、

$$\bar{w}(\bar{\zeta}) \sim O(\delta), \quad \frac{\partial M_s}{\partial x} \sim O(\delta) \quad \dots (33)$$

となり、さらに surface と inner layer との間に形成されるせん断流のせん断応力を $O(1)$ すると、式(31)は、

$$\text{RHS} = \overline{u'(\bar{\zeta})w'(\bar{\zeta})} + O(\delta) \quad \dots (34)$$

で近似される。

一方、式(30)の左辺においては、次式のように局所圧力項および運動量フラックス項を与える。

$$\frac{p(z)}{\rho} = g(\zeta - z) + \frac{\partial}{\partial x} \int_z^{\zeta} u w dz - \rho w^2(z) \quad \dots (35)$$

$$u^2(z) = \bar{u}^2(z) + u_w^2(z) + u'^2(z) \quad \dots (36)$$

これより、左辺は、

$$\begin{aligned} \text{LHS} = & \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{g}{2} (\zeta - \bar{\zeta})^2 + (\zeta - \bar{\zeta}) \int_{\bar{\zeta}}^{\zeta} u w dz - \int_{\bar{\zeta}}^{\zeta} w w dz \right. \\ & \left. + \overline{(\bar{u}^2(\bar{\zeta}) + u_w^2(\bar{\zeta}) + u'^2(\bar{\zeta}))(\zeta - \bar{\zeta})} \right\} \quad \dots (37) \end{aligned}$$

で示される。ここで、自由表面についても成分分離を仮定する。

$$\zeta = \bar{\zeta} + \zeta_w + \zeta' \quad \dots (38)$$

これより、式(37)は、

$$\text{LHS} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{g}{2} (\zeta_w \zeta_w + \zeta' \zeta') \right\} \quad \dots (39)$$

で近似される。

式(34)および(39)において残された各項を、Svendensenの波形パラメータ B_0 砕波のsurface rollerの面積 A 、波高 H 、波長 L および平均水面上に作用するせん断応力 τ_s を用いて、以下のように表示することが可能となり、次に示す砕波モデルによってこれらの諸量を全て与えることができる。

$$\overline{\zeta' \zeta'} = \left(\frac{A}{L} \right)^2 \quad \dots (40)$$

$$\overline{\zeta_w \zeta_w} = H^2 B_0 \quad \dots (41)$$

$$\overline{u' w'} = - \frac{\tau_s}{\rho} = \frac{\partial \{ g(H^2 B_0 + A^2/L^2)/2 \}}{\partial x} \quad \dots (42)$$

(4) 砕波の波高変化モデル

本来、砕波の波高変化は surface layer のエネルギー保存則を inner layer の $k-\varepsilon$ モデルと結合して構築されるべきものであろうが、砕波に伴う波浪から渦へのエネルギーの変換過程の力学的モデルが未完成であるため、ここでは水深方向に積分された運動量およびエネルギーの保存則に基づく Svendsen の砕波モデルを付加的に用いることで、砕波に伴うエネルギー散逸と平均水面の計算を行なう。

鉛直方向に積分・時間平均された運動方程式は、次式で与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{-\bar{h}}^{\bar{\zeta}} \rho \bar{u} \bar{u} dz + \frac{\partial}{\partial x} (S' + S_w) = - \rho g(h + \bar{\zeta}) \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} \quad \dots (43)$$

ここに、 S' は積分された Reynolds stress で S_w は radiation stress であり、それぞれ次式で与えられる。

$$S' = \int_{-\bar{h}}^{\bar{\zeta}} \rho \left(2\nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{2}{3}k \right) dz \quad \dots (44)$$

$$S_w = \int_{-\bar{h}}^{\bar{\zeta}} \rho u_w u_w dz + \int_{-\bar{h}}^{\bar{\zeta}} p_0 dz - \frac{1}{2} \rho g \zeta_w \zeta_w \quad \dots (45)$$

また、 p は動圧力で、

$$p_0 = \rho g(z - \bar{\zeta}) + p \quad \dots (46)$$

一方、エネルギー保存則から、砕波の波高は次式で計算される。

$$\frac{H}{H_r} = K_s \left/ \left(1 - \frac{H_r}{8c_r B_r T_w} \int_{x_r}^x \frac{DK_s^2}{h + \bar{\zeta}} dx \right) \right. \quad \dots (47)$$

ここに、浅水係数 K_s 、無次元の波浪エネルギーフラックス B 、エネルギー散逸率 D 、波速 c および波形パラメータ B_0 は、それぞれ以下のようにモデル化される。

$$K_s = \sqrt{\frac{c_r B_r}{cB}} \quad \dots (48)$$

$$B = B_0 + 0.45 \frac{h + \bar{\zeta}}{L} \quad \dots (49)$$

$$D = - \left[\left(1 + \frac{\zeta_0}{H} \frac{H}{h + \bar{\zeta}} \right) \left\{ 1 + \frac{H}{h + \bar{\zeta}} \left(\frac{\zeta_0}{H} - 1 \right) \right\} \right]^{-1} \quad \dots (50)$$

$$c \sim \sqrt{g(h + \bar{\zeta})} \quad \dots (51)$$

$$B_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{\zeta}{H} \right)^2 dt \quad \dots (52)$$

なお、サフィクス r は計算を開始する任意点を示す。

以上の式を、繰返し計算することで、砕波波高および平均水面が計算され、その結果は実験値と良く一致することが確かめられている。ここで、エネルギー散逸率 D は水理跳水の理論を適用し、波形パラメータ B_0 は Basco & Yamashita⁹⁾によって示された表示を用いる。

3. 数値計算法の検討

(1) 座標変換

砕波モデルで計算された平均水面および水底の形状は、一般に任意形状であるため、このような領域で境界条件を的確に入れることおよび水深変化に対して効率の良い計算ができる長所を生かすため、等角写像による座標変換¹⁰⁾を行なう。

(2) 差分法による数値計算

平均流モデルの基礎方程式系は双曲型の渦度方程式と楕円型のポアソン方程式を組み合わせることで定常問題となっている。前者の数値計算法としては、中央差分と風上差を組み合わせる2次の精度で安定な差分分解の得られる Dennis-Chang¹¹⁾ 法や人工粘性を入れた2次精度の Lax-Wendroff 法の適用が考えられる。また、後者および $k-\varepsilon$ モデルには SOR 法を用いれば良からう。ここでは、L-W 法と SOR 法による差分式を用いる。

(3) 計算アルゴリズムおよび境界条件

まず、砕波モデルを計算し波高、平均水面の分布、質量フラックスおよび $k-\varepsilon$ モデルの生成項を計算する。次いで、渦動粘性係数、流れ関数、渦度に関する初期値を設定した後、平均流および $k-\varepsilon$ モデルを順次解いて行く。渦動粘性係数が更新されると再び砕波モデルに戻り、新しい ν_t を水深方向に積分された Reynolds stress に適用し砕波モデルの計算を行ない、解が集束するまで繰返す。

平均流の方程式系の境界条件としては、平均水面および底面における流れ関数およびせん断応力を与え、さらに surface layer の平均流速 u_s^* を、次式のように与える。

$$\left. \begin{aligned} \phi_s &= -M_s, & \phi_b &= 0 \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \Big|_s &= -\frac{\tau_s}{\nu_t}, & \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \Big|_b &= -\frac{\tau_b}{\nu_t}, & u_s^* &= \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \Big|_s \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

一方、側方境界は、流速分布等が自明に解っている場合や計測データが存在する線上を選べば流れ関数が計算でき、Woods の境界条件から渦度が与えられることとなる。すなわち、境界面上の流れ関数を計算の内点方向に Taylor 展開すると、

$$\phi_1 = \phi_0 + \Delta \xi \phi_{\xi}|_0 + \frac{\Delta \xi^2}{2} \phi_{\xi\xi}|_0 + \frac{\Delta \xi^3}{6} \phi_{\xi\xi\xi}|_0 + O(\Delta \xi^4) \quad (54)$$

となり、 $\phi_{\xi}|_0 = -v_s^*$ 、 $\phi_{\xi\xi}|_0 = \omega_0 - \phi_{\eta\eta}|_0$ および $\phi_{\xi\xi\xi}|_0 = (\omega_1 - \phi_{\eta\eta 1} - \omega_0 + \phi_{\eta\eta 0})/\Delta \xi$ を式 (54) に代入すると、水底面における ω_0 の境界条件は、境界上の流れ関数および内点の渦度を用いて表示される。

また、砕波モデルより砕波の波高分布が決まれば、 $k-\varepsilon$ 方程式の平均水面上での生成項に、Prod 2 として次式で示される TKE を付加する。

$$\text{Prod 2} = \frac{gH^3 D}{4h^3 T} \quad (55)$$

ここに、 T は波の周期、 h は静水面からの水深である。さらに、平均流モデルから、水底および両側方境界における流速分布が計算されると、それらの勾配と、渦動粘性係数を用いて、境界上でのせん断応力を求めると、 k および ε の境界条件が与えられる。

4. 結 語

砕波帯内を inner layer と surface layer の2層に分割し、平均流モデル、 $k-\varepsilon$ 乱流モデルおよび砕波モデルの3モデルを結合した鉛直2次元海浜流モデルを提案し、その数値計算法を示した。

数値計算は等角写像による座標変換を用い、流れ関数と渦度による平均流および $k-\varepsilon$ モデルの基礎式と境界条件の設定方法および計算のアルゴリズムを示した。

なお、変換座標系での基礎、差分式および側方境界で平均流の流速分布を仮定した場合の数値計算結果は、紙面の都合で入れることができなかったが、種々の境界条件の設定方法の検討結果をまとめて近々発表する予定である。

参 考 文 献

- 1) De Vriend, H. J. and Stive, M. J. F.: Quasi-3D modelling of nearshore currents, Coastal Engineering, Vol. 11, pp. 565~601, 1987.
- 2) Svendsen, I. A.: Mass flux and undertow in a surf zone, Coastal Engineering, Vol. 8, pp. 347~365, 1984.
- 3) Basco, D. R. and Yamashita, T.: Toward a simple model of the wave breaking transition region in surf zones, Proceeding of Twentieth Coastal Engineering Conference, Vol. I, pp. 955~970, 1986.
- 4) Svendsen, I. A.: Wave heights and set-up in a surf-zone, Coastal Engineering, Vol. 8, pp. 303~329, 1984.
- 5) Rodi, W.: Turbulence models and their application in hydraulics, IAHR-Publication, Delft, 104 p., 1984.
- 6) Daly, B. J. and Harlow, F. H.: Transport equations in turbulence, Phys. Fluids, Vol. 13, No. 11, pp. 2634~2649, 1970.
- 7) Hanjalic, K. and Launder, B. E.: A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows, J. Fluid Mech., Vol. 52, pp. 609~638, 1972.
- 8) Hanjalic, K. and Launder, B. E.: Contribution toward a Reynolds-stress closure for low-Reynolds-number turbulence, J. Fluid Mech., Vol. 74, pp. 593~610, 1976.
- 9) Madsen, P. A. and Svendsen, I. A.: On the form of the integrated conservation equations for wave in the surf zone, Inst. Hydrodyn. and Hydraulic Eng. Tech. Univ. Denmark, Prog. Rep. 48, pp. 31~39, 1979.
- 10) Wanstrath, J. J., Whitaker, R. E., Reid, R. O., Vastano, A. C.: Storm surge simulation in transformed coordinates, Vol. I, Technical Report No. 76-3, U.S. Coastal Engineering Research Center, 166 p., 1976.
- 11) Dennis, S. C. R. and Chang, G. Z.: Numerical integration of the Navier-Stokes equations for steady two-dimensional flow, Phys. Fluids, Suppl. II, pp. II-88~II-93, 1969.