

非定常緩勾配方程式による不規則波の浅水碎波変形の解析

渡 辺 晃*・磯 部 雅 彦**・泉 宮 尊 司***・中 野 英 樹****

1. 結 論

沿岸域における不規則波の変形を精度良く算定することは、実際海岸での海浜流や漂砂、港内の静穏度、海岸構造物に作用する波力等を合理的に予測評価するためにも不可欠である。特に、例えば漂砂のように非線形性の強い現象に対する波浪の不規則性の効果を詳細に調べるためには、スペクトルや統計量で代表的に表示した不規則波のみならず、一波一波の時系列として連続入射してくる波の変形が重要となると考えられる。

波の変形の解析手法には種々のものがあり、そのいくつかは不規則波に対しても適用されている。例えば、磯部¹⁾は放物型方程式を用いた不規則波の屈折・回折・碎波変形の計算法を提案した。しかしながら、放物型方程式は計算時間が短くて済むという長所を有するものの、反射の影響が大きい条件に対する適用が難しい。一方、渡辺ら^{2),3)}により提案された非定常緩勾配方程式は、もともと微小振幅波理論に基づいてはいるものの、非線形の碎波減衰項を含んでおり、かなり一般的な海浜地形や構造物配置条件での規則波の浅水・屈折・回折・反射・碎波等の変形現象を表現できることが確かめられている。そこで本研究では、この非定常緩勾配方程式の不規則波浪場への拡張応用の可能性を検討するため、第一段階として、単一方向に進行する不規則波の浅水碎波変形の解析を試みることにする。

2. 不規則波の浅水碎波変数の数値モデル

(1) モデルの概要と基礎方程式

岸向き x 方向 1 次元の非定常緩勾配方程式は、

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c^2 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + f_D Q = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{n} \frac{\partial (nQ)}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる³⁾。ここで、 ζ は水面変動、 Q は線流量で

ある。 c は波速、 n は浅水度で、角周波数を ω 、波数を k 、平均水深を $D(=h+\eta)$ 、 h : 静水深、 η : 平均水位上昇量) として、次式の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \omega^2 &= gk \tanh kD, \quad c = \omega/k \\ n &= (1/2)(1 + 2kD/\sinh 2kD) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

式 (1) 中の f_D は後述する碎波減衰係数である。

今回のモデルでは先ず不規則波を周波数成分波に分離して扱い、各成分に対し式 (1)~(3) を適用して成分波毎の水面変動 ζ と線流量 Q の時系列を計算する。次いで全成分波の ζ と Q を合成し、不規則波の ζ と Q の時系列を求める。この Q の時系列にゼロダウンクロス法を適用して定義される連続する一波ごとの合成線流量振幅から碎波減衰係数 f_D の時系列を定める。この f_D を用いて再度各成分波の時系列計算を行い、これを解が収束するまで繰り返す。また、合成波の波峰下水水平流速と波速の比を各点ごとに求め、これを流速波速比で表示した碎波指標^{1),4)}と比較することにより、一波毎の碎波点位置を定めながら計算を進めることにする。このようにして扱うことにより、不規則波の周波数分散性による変形を包含しながら、非線形性に起因する一波ごとの碎波と減衰や再生過程についても、規則波に対して非定常緩勾配方程式を適用した場合と同程度の精度で評価できるものと期待される。

碎波減衰係数 f_D は次式で与える^{1),3)}。

$$f_D = \alpha_D \tan \beta \sqrt{\frac{g}{D}} \sqrt{\frac{\gamma - \gamma_r}{\gamma_s - \gamma_r}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \hat{Q}/c_p D, \quad \gamma_r = 0.135 \\ \gamma_s &= 0.4(0.57 + 5.3 \tan \beta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 α_D は碎波帯内で 2.5 となるべき係数、 $\tan \beta$ は碎波点付近の底勾配、 $\hat{Q}$ は合成線流量の振幅、 c_p はピーク周波数に対する波速である。

碎波点からの反射を抑えるために、従来²⁾ にならって碎波点を中心とした半波長の区間内で α_D の値を 0 から 2.5 へ連続的に増加させることにする。ただし α_D の値は各成分波に対して共通にとる必要がある。このため先ず次式により、碎波点から (1/4) 波長だけ沖側の点 S を求める。

* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科
** 正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科
*** 正会員 工博 新潟大学助手 工学部土木工学科
**** 正会員 鹿島建設(株)

$$\left(\frac{\hat{u}_s}{c_s}\right) \sim \frac{\hat{Q}_s}{c_s D_s} = \left(\frac{D_s - \tan \beta \cdot L_s/4}{D_s}\right)^{5/4} \left(\frac{\hat{u}_b}{c_b}\right) \dots\dots (6)$$

$$\left(\frac{\hat{u}_b}{c_b}\right) = 0.53 - 0.3 \exp\left(-3\sqrt{\frac{D_s}{L_0}}\right) + 5(\tan \beta)^{3/2} \exp\left[-45\left(\sqrt{\frac{D_s}{L_0}} - 0.1\right)^2\right] \dots (7)$$

ここで、 $\hat{u}$ は静水位での水平流速振幅、 c は波速、 D は水深、 L は波長であり、添字 s, b はそれぞれ沖波ならびに点 S と碎波点における値を表わす。式 (7) は碎波限界流速波速比の式¹⁾において碎波水深の代りに D_s を準用したものであり、式 (6) の右辺はその比を長波近似により点 S での値に換算したものである。上式により点 S が定まれば、それを基点に岸方向に α_D を 0.5 まで増加させればよい。

一方、式 (5) 中の $\hat{Q}$ は合成不規則波をゼロダウンクロス法により分割した個々の波ごとに 1 つの値が求まるので、その時系列およびそれから計算される f_D の時系列は、図-1 に示すように矩形波になる。この f_D をそのまま各成分波の計算に用いると、1 周期内でも f_D の値が変化するため Q の計算波形は正弦的にならない。そこで成分波の計算においては、図-1 のようにその各 1 周期間に対する合成不規則波の f_D の平均値 f_{Di} を用いることにする。

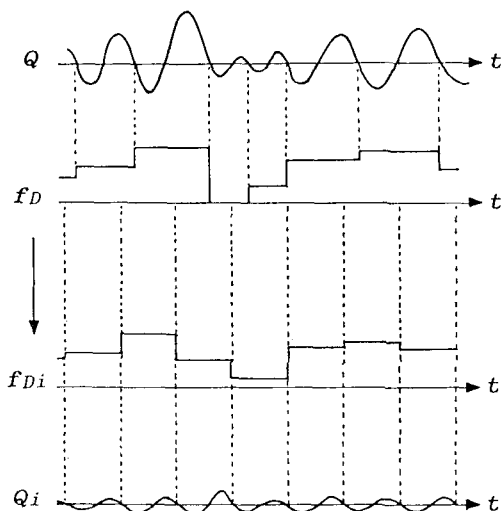


図-1 成分波の碎波減衰係数の設定

(2) 平均水位の計算

計算領域の岸側境界を与える汀線位置を知るためには平均水位上昇量 η を計算する必要がある。不規則波のもとでは η も長周期変動を示すが、ここではこれを無視して次式を適用することとする。

$$d\eta/dx = -(1/\rho g D) dS_{xx}/dx \dots\dots\dots (8)$$

ただし、ラディエーション応力 S_{xx} の値は、ゼロダウン

クロス法により定義される個々の波に対する平均的な値として次式で計算する。

$$\left. \begin{aligned} S_{xx} &= E(2n_p - 1/2) \\ E &= (\rho g/8) \frac{\sum_{j=1}^N T_j H_j^2}{\sum_{j=1}^N T_j} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 n_p はピーク周波数に対する浅水度係数、 H_j と T_j は個々の波の波高および周期、 N は波の数である。

(3) 境界条件と初期条件

沖側入射境界 ($x=x_0$) での条件は、岸側からの反射波があっても自由に透過するように、各成分波に対して次式で与える。

$$\begin{aligned} \zeta(x_0, t) &= \zeta(x_0 + \Delta x, t - \tau) \\ &+ a_I [\cos \theta_0 - \cos (\theta_0 + 2\omega\tau)] \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\theta_0 = kx_0 - \omega t - \varepsilon_I, \quad \tau = \Delta x/c \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 a_I と ε_I は入射波の振幅および位相である。また岸側境界条件は、汀線において線流量 $Q=0$ とした。

初期条件は $\zeta=Q=0$ とおくが、計算時間の短縮のために、碎波減衰係数 f_D および平均水深 D の初期値は有義波を用いた簡単な計算で与えることにする。まず碎波指標の近似式⁵⁾を用いて沖波の有義波波高と周期より碎波水深 h_b を定めると共に、微小振幅波に対する浅水係数から碎波波高 H_b を計算する。碎波点より沖では $f_D=0$ とし、また wave set-down は小さいので初期値では無視する。碎波後は碎波点と等しい波高水深比が保たれるものとし、更に碎波減衰係数の評価には長波近似を適用すれば次式が成立する。

$$D = h + K(h_b - h) \dots\dots\dots (12)$$

$$K = [1 + 8/(3\gamma_b^2)]^{-1}, \quad \gamma = H_b/h_b \dots\dots\dots (13)$$

$$f_D = 2.5 \tan \beta \sqrt{g/D} (1 - K) \dots\dots\dots (14)$$

(4) 数値計算の手順

数値計算においては、従来と同様に水面変動と線流量 Q の計算点を空間的にも時間的にも半メッシュだけずらした差分スキームを用いる。

まず、所定の時間長の不規則入射波の波形をフーリエ級数に展開し、各周波数成分に対する振幅と位相を求めておく。ただし計算機の容量と計算時間の制約から、後述するようにピーク周波数を中心とする有意な振幅をもつ成分波のみで近似することになる。

次に、有義波を用いた計算式 (12)~(14) により、平均水深 D と碎波減衰係数 f_D の初期値を求める。そして各成分ごとに式 (1) と (2) を解き、入射波形が与えられた時間帯に対する Q を計算する。その結果を全成分波について合成する。合成波の Q から f_D を、 Q からラディエーション応力を通じて平均水深 D を計算し直し、再度所定の時間帯の波の計算を行う。そして、新たに求めた計算結果と前のサイクルの結果が許容誤差の範囲におさまったところで計算を終了する。

3. 計算結果と実験値の比較

(1) 検証実験と計算条件

モデルの適用性を調べるために、斜面上の波の変形に関する実験を行なった。一様水深部の水深は 40 cm, 斜面勾配は 1/30 としたが, その沖側 1 m 区間は 1/10 勾配である。実験に用いた 3 種の入射波のピーク周波数と有義波高は, ケース 1 が 0.50 Hz と 5.4 cm, ケース 2 が 0.75 Hz と 7.0 cm, ケース 3 が 0.75 Hz と 9.2 cm である。25 cm または 50 cm 間隔で配置した測点ごとに, 容量式波高計で水面変動を, レーザードブラー流速計で底面上 0.5 cm の水平流速を測定した。データの記録時間隔は 0.02 s, 記録長は 200 s である。

数値計算における格子間隔 Δx は 10 cm, 時間間隔 Δt は 0.04 s とし, 計算時間と記憶容量の制約から 25.6 s の時間長の解析を行なった。入射波形は 0.1 s 間隔で与えたので, 周波数間隔を 1/25.6 Hz としたフーリエ解析により 128 個の周波数成分が得られたが, 計算ではケース 1 では 0.117~1.094 Hz, ケース 2 と 3 では 0.352~1.523 Hz のそれぞれ 31 成分で近似した。

(2) 波高と水平流速振幅の岸沖分布

水面変動の实测値と計算値より各点ごとの有義波高 $H_{1/3}$ と ζ の二乗平均ルート ζ_{rms} を求め, 各ケースに対する岸沖分布の形で表示したものが, 図-2~4 である。図で $x=0$ は斜面沖側端の位置, $x=1000$ cm が静水時汀線位置である。計算における沖側入射境界は $x=-40$ cm に位置する。

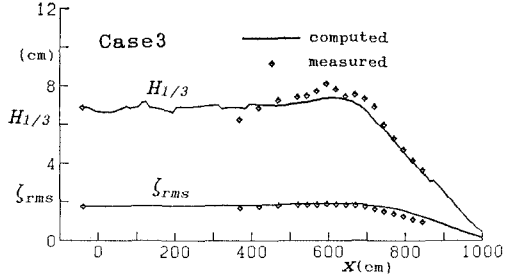


図-4 $H_{1/3}$ と ζ_{rms} の岸沖分布 (ケース 3)

$H_{1/3}$ の分布についてみると, 3 ケース共に碎波点近傍で計算値は実測値よりも下まわっている。これは, 基本的に微小振幅波理論に基づく非定常緩勾配方程式の応用である本モデルでは予想された結果であり, 規則波の浅水碎波変形に対する結果^{2),3)}と比較して不規則波であるために特に一致度が低下しているようにはみえない。一方 ζ_{rms} については, 碎波帯内外共に計算値と実測値の一致度は良好である。 ζ_{rms} がポテンシャルエネルギーの平方根に比例することからすれば, 本モデルは碎波による不規則波のエネルギー減衰をもよく表現しているといえよう。

図-5~7 は, 底面流速 u_b の有義全振幅 $U_{1/3}$ と二乗平均ルート u_{rms} について同様の比較を行なったものである。ただし計算における u_b は, 合成線流量 Q ならびにピーク周波数に対する波数 k_p から次式で求めた。

$$u_b = k_p Q / \sinh(k_p D) \quad (15)$$

碎波帯内では気泡の影響のために実測流速の精度にも若干問題があるものの, u_{rms} に対する計算値と実測値の一致度はかなりよい。

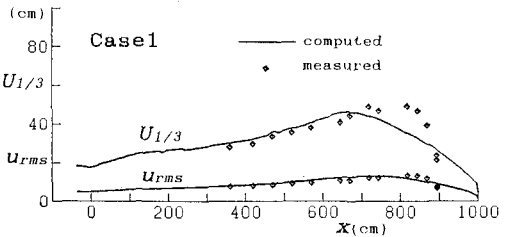


図-5 $U_{1/3}$ と u_{rms} の岸沖分布 (ケース 1)

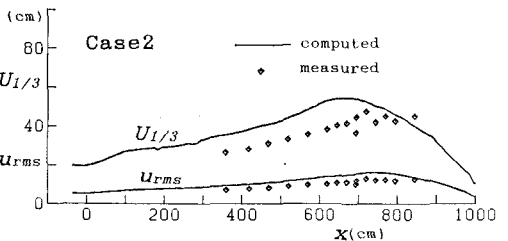


図-6 $U_{1/3}$ と u_{rms} の岸沖分布 (ケース 2)

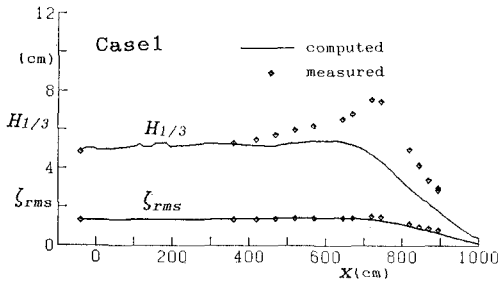


図-2 $H_{1/3}$ と ζ_{rms} の岸沖分布 (ケース 1)

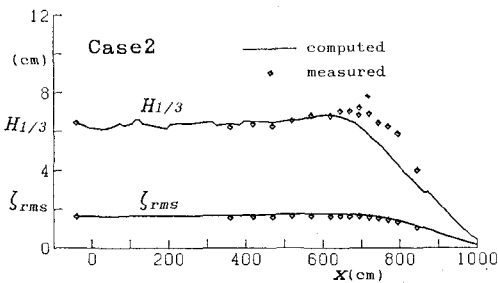
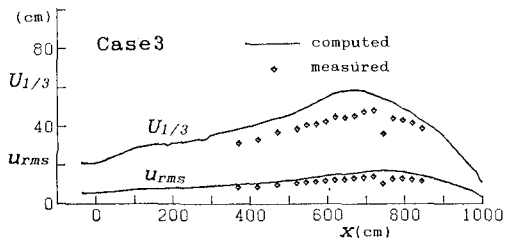
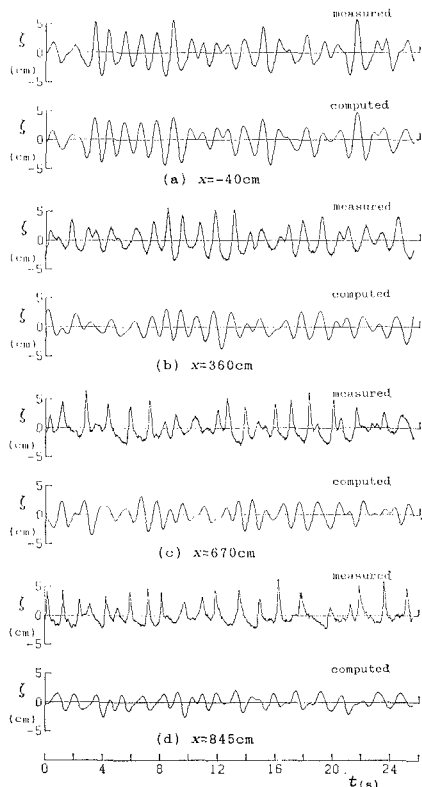
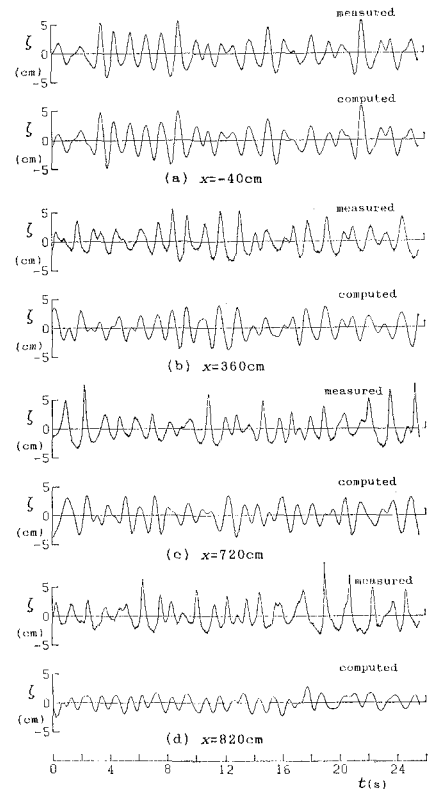
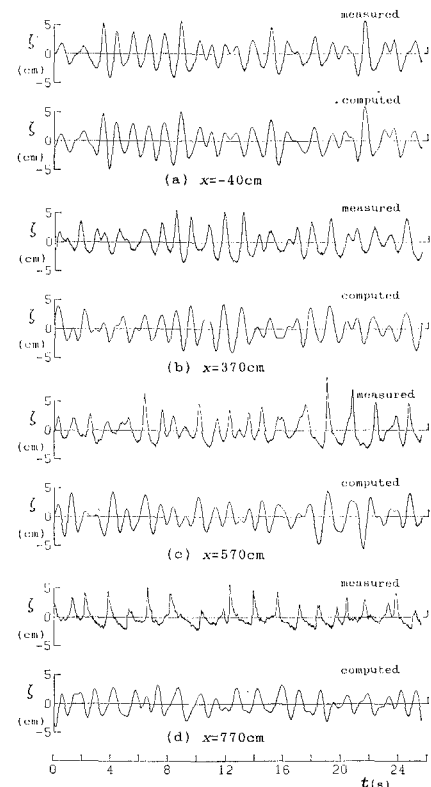


図-3 $H_{1/3}$ と ζ_{rms} の岸沖分布 (ケース 2)

図-7 $U_{1/3}$ と u_{rms} の岸沖分布 (ケース 3)

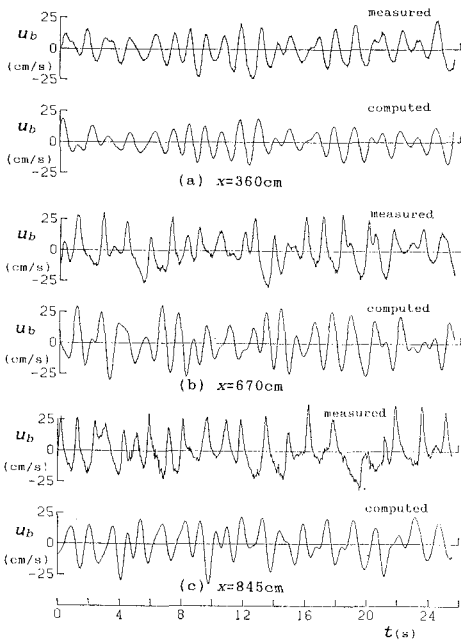
(3) 水面変動と底面流速の時間波形

実験と計算における水面変動 ζ の時間波形を、各ケースごとに4点について図-8~10に示す。各図で (a) は沖側境界点の ζ で、計算波形はこの点での実測波形を前述の項数のフーリエ級数で近似したものである。(b) は碎波帯外、(c) は平均的な碎波点の近傍、(d) は碎波点と汀線の中間付近に相当する。計算は微小振幅波理論に基づくものであるため、碎波点近傍から碎波帯内にかけて顕著となる波峰の尖鋭化や波形の前傾等は当然ながら表現できないが、相対的な波高の大小のつらなり等の波群としての特徴はかなりよく表現されている。岸に近づくにつれて計算と実測で位相のずれも目立つが、これは計算では25.6 s の不規則波が繰り返すとしていることと、波速に対する有限振幅性の影響が無視されているこ

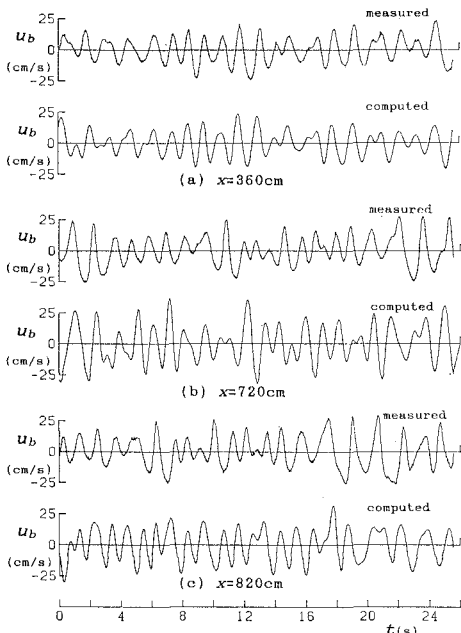
図-8 水面変動 ζ の時間波形 (ケース 1)図-9 水面変動 ζ の時間波形 (ケース 2)図-10 水面変動 ζ の時間波形 (ケース 3)

等によるまと思われる。前者については計算機の容量と実用上の必要度とのかね合いの問題である。非線形分散性を本モデルに加味することは、不可能ではないにしても困難であろう。

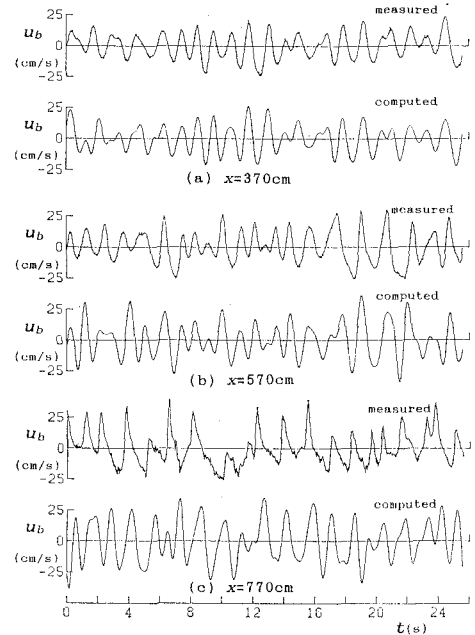
図—11～13 に底面流速 u_b の時間波形の比較を示す。水面変動の場合に比して、実測値の方の波峯での尖鋭化や前傾化が弱くなるため、時間波形としての一致度はややよくなるものの、全体的な差違の傾向は同様である。



図—11 底面流速 u_b の時間波形 (ケース 1)



図—12 底面流速 u_b の時間波形 (ケース 2)



図—13 底面流速 u_b の時間波形 (ケース 3)

4. 結 語

非定常緩勾配方程式を不規則波の浅水砕波変形の解析に応用する手法を示した。基礎方程式が砕波減衰項以外は線形であり、不規則波を正弦的な成分波の合成として扱っているため、水面波形や流速波形の波峰の尖りやそれに伴う振幅の変化に及ぼす有限振幅性の影響は表現できないが、より大きなスケールの非線形現象である砕波変形に対して、不規則波の水面変動や軌道流速の r.m.s. 値の岸沖分布をかなり精度よく求めることが可能であることがわかった。提示した手法は比較的簡便なので、大容量の計算機を用いれば、水位や流速の長周期変動の評価あるいは多方向不規則波の変形解析にも応用できるものと思われる。

最後に、図面の作成に御協力戴いた東京大学土木工学科助手小林智尚君に謝意を表する。

参 考 文 献

- 磯部雅彦：放物型方程式を用いた不規則波の屈折・回折・砕波波形の計算法，第33回海岸工学講演会論文集，pp. 134～138，1986。
- 渡辺 晃・丸山康樹：屈折・回折・砕波減衰を含む波浪場の数値解析法，第31回海岸工学講演会論文集，pp. 103～107，1984。
- Dibajnia, Monammad・渡辺 晃：波浪場と海浜縦断地形変化の数値計算モデル，第34回海岸工学講演会論文集，pp. 291～295，1987。
- 渡辺 晃・原 哲・堀川清司：重合した波浪場における砕波について，第30回海岸工学講演会論文集，pp. 103～107，1984。
- 磯部雅彦：保存波および浅水変形に関する研究，東京大学学位論文，200p.，1981。