

入・反射波共存場を対象としたベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定

橋 本 典 明*・小 舟 浩 治**

1. ま え が き

構造物前面などの入・反射波共存場で方向スペクトルを推定するためには、既往の方向スペクトル推定法に入・反射波の位相干渉を考慮した修正が必要となる。この位相干渉を考慮した方向スペクトル推定法として、修正最尤法 (MMLM)¹⁾が既に提案されている。しかしながら、MMLM を種々の場合に適用して見ると、例えば方向スペクトルのエネルギーが0の領域にも、いくらかのエネルギーが存在したり、あるいは、エネルギーのピーク付近でやや低めのエネルギーを与える等、推定精度の点でもやや問題があるほか、観測データの種類や数、性質によっては、異常な方向スペクトルが推定される場合がある。これは、MMLM は最尤法 (MLM)²⁾を修正したものであり、MLM や拡張最尤法 (EMLM)³⁾に見られる共通の問題点を内包しているためである。

著者らは、既に、位相干渉を受けない波浪場を対象として、少ない観測データから精度の良い方向スペクトルを推定することのみならず、観測誤差やクロススペクトルの推定誤差の影響を受けにくく、安定した方向スペクトルを推定可能な方法として、ベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定法 (BDM)⁴⁾を提案している。本論文では、著者らの提案した BDM に位相干渉の影響を考慮した修正を追加することにより、MMLM に見られる問題点を解消し、BDM と同様の性質を持つ入・反射波共存場を対象とした新しい方向スペクトルの推定法を提案する。

なお、入・反射波共存場を対象としたベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定法としては、反射率を方向スペクトルを推定するためのモデルを規定するパラメータと見なし、幾つかの反射率を用いて方向スペクトルの分離計算を実施し、それらの計算結果の中で、より妥当な結果を選択する方法 (MBM)⁵⁾、および方向スペクトルのみならず反射率をも未知数として取り扱い、入・反射波の方向スペクトルのみならず、反射率をも周波数

および方向角の関数として同時に推定し得る方法 (EMBM)⁶⁾の二つの方法を開発しているが、本論文では、後者の EMBM についてのみ紹介することとする。

2. 推定理論の定式化

入・反射波共存場を対象とする場合、微小振幅の不規則波の水面変動、水面勾配、水圧変動などの任意の波動量間のクロススペクトル $\Phi_{mn}(f)$ と入射波の方向スペクトル $S(f, \theta)$ の関係は式 (1) で与えられる。ただし、式 (1) では、以下の式の誘導の便宜上、 m 番目の波動量と n 番目の波動量間のクロススペクトル $\Phi_{mn}(f)$ を $\Phi_i(f)$ と表示し、また、 $\Phi_{mn}(f)$ を mn 成分とする行列 $\Phi(f)$ がエルミート行列であることを考慮して、その上三角の部分のみを用いることとする。

$$\begin{aligned} \Phi_i(f) = & \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} H_{0i}(f, \theta) S(f, \theta) d\theta \\ & + \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} H_{1i}(f, \theta) r(f, \theta) S(f, \theta) d\theta \\ & + \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} H_{2i}(f, \theta) r^2(f, \theta) S(f, \theta) d\theta \\ & \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ここに、

$$\Phi_i(f) = \Phi_{mn}(f) / \sqrt{\Phi_{mm}(f)\Phi_{nn}(f)} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} H_{0i}(f, \theta) = & H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta) / \sqrt{\Phi_{mm}(f)\Phi_{nn}(f)} \\ & \times [\cos \{k(x_{mn} \cos \theta + y_{mn} \sin \theta)\} \\ & - i \sin \{k(x_{mn} \cos \theta + y_{mn} \sin \theta)\}] \quad \dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{1i}(f, \theta) = & H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta) / \sqrt{\Phi_{mm}(f)\Phi_{nn}(f)} \\ & \times [\cos \{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\} \\ & - i \sin \{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\} \\ & + \cos \{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\} \\ & - i \sin \{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\}] \quad \dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{2i}(f, \theta) = & H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta) / \sqrt{\Phi_{mm}(f)\Phi_{nn}(f)} \\ & \times [\cos \{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\} \\ & - i \sin \{k(x_{mnr} \cos \theta + y_{mnr} \sin \theta)\}] \\ & \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

* 正会員 工修 運輸省港湾技術研究所海洋水理部 主任研究官

** 正会員 工修 運輸省港湾技術研究所海洋水理部 海象調査研究室長

$$\left. \begin{aligned} x_{mn} &= x_n - x_m, & y_{mn} &= y_n - y_m \\ x_{mnr} &= x_{nr} - x_{mr}, & y_{mnr} &= y_{nr} - y_{mr} \\ x_{mrn} &= x_n - x_{mr}, & y_{mrn} &= y_n - y_{mr} \\ x_{mnr} &= x_{nr} - x_m, & y_{mnr} &= y_{nr} - y_m \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

ただし、 M を観測波動量の数として、方程式(1)の数 N , ($i=1, \dots, N$) は、 $N=M(M+1)/2$ である。また、 θ は波の来襲する方向、 f は周波数、 k は波数、 r は反射率、 i は虚数単位、 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ は入射波の来襲する範囲、 (x_m, y_m) は波動量 m を観測している平面座標であり、 (x_{mr}, y_{mr}) とは反射面に対して面対象な関係にある。また、 $H_m(f, \theta)$ は水面変動から任意の波動量 m への伝達関数であり、* はその共役複素数を示している。なお、伝達関数 $H_m(f, \theta)$ は文献³⁾ に示されている通りである。

入射波の方向スペクトルの値域は $S(f, \theta) \geq 0$ 、反射率の値域は $0 \leq r(f, \theta) \leq 1$ であり、入射波の来襲する範囲 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ で定義される。そこで、入射波の来襲する範囲 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ を十分大きな数 K で等分割する ($K\Delta\theta = \theta_{\max} - \theta_{\min}$)。また、等分割した微小区間内では、入射波の方向スペクトルおよび反射率は区分的一定値関数であるとする。さらに、方向スペクトルおよび反射率の値域を便宜的に、 $S(f, \theta) > 0$, $0 < r(f, \theta) < 1$ と仮定し、それぞれ次式で定義される新しい変数

$$x_k = \ln S(f, \theta_k) \dots (7)$$

$$y_k = \ln \frac{r(f, \theta_k)}{1-r(f, \theta_k)} \dots (8)$$

$$(\theta_k = (2k-1)\Delta\theta/2, \quad k=1, \dots, K)$$

を導入する。式(7)および式(8)を式(1)に代入して整理し、クロススペクトルの誤差 $\varepsilon_i(f)$ をも考慮すると、式(1)は、結局、次式で表される。

$$\begin{aligned} \Phi_i(f) &\doteq \sum_{k=1}^K \alpha_{ik}(f) \exp\{x_k(f)\} \\ &+ \sum_{k=1}^K \beta_{ik}(f) \frac{\exp\{x_k(f) + y_k(f)\}}{1 + \exp\{y_k(f)\}} \\ &+ \sum_{k=1}^K \gamma_{ik}(f) \frac{\exp\{x_k(f) + 2y_k(f)\}}{[1 + \exp\{y_k(f)\}]^2} \\ &+ \varepsilon_i(f) \dots (9) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ik}(f) &= H_{0i}(f, \theta_k) \Delta\theta \\ \beta_{ik}(f) &= H_{1i}(f, \theta_k) \Delta\theta \\ \gamma_{ik}(f) &= H_{2i}(f, \theta_k) \Delta\theta \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

である。いま、 $\Phi_i(f)$, $\alpha_{ik}(f)$, $\beta_{ik}(f)$, $\gamma_{ik}(f)$ および $\varepsilon_i(f)$ は複素数であり、取り扱いが不便である。そこで、式(9)を実数部と虚数部に分離し、以下では式(9)の $i=1, \dots, N$ は実数部を、 $i=N+1, \dots, 2N$ は虚数部を表すものとして取り扱う。また、以下では周波数 f は便宜的に省略して扱うこととする。

ここで、 ε_i , ($i=1, \dots, 2N$) は互いに独立であり、平

均 0、未知の分散 σ^2 の正規分布に従うものとする。このとき、 Φ_i , ($i=1, \dots, 2N$) が与えられれば、 x_k , y_k , ($k=1, \dots, K$) および σ^2 に関する尤度は、

$$\begin{aligned} L(x_1, \dots, x_K, y_1, \dots, y_K; \sigma^2) &= (2\pi\sigma^2)^{-N} \\ &\times \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^{2N} \left\{ \Phi_i - \sum_{k=1}^K \alpha_{ik} \exp(x_k) \right. \right. \\ &- \sum_{k=1}^K \beta_{ik} \frac{\exp(x_k + y_k)}{1 + \exp(y_k)} \\ &- \left. \left. \sum_{k=1}^K \gamma_{ik} \frac{\exp(x_k + 2y_k)}{[1 + \exp(y_k)]^2} \right\}^2 \right] \dots (11) \end{aligned}$$

で与えられる。

以上の展開では方向スペクトル $S(f, \theta)$ は区分的一定値関数として近似した。この際、各微小区間ごとのエネルギーの相関については何ら考慮されていない。波の線形性からは各微小区間ごとのエネルギー分布はそれぞれ独立であると見なされるが、方向角 θ について不連続的なエネルギー分布をしているとは考えにくい。また、一般に方向スペクトルは滑らかな連続関数と見なされている。一方、反射率 $r(f, \theta)$ も同様に滑らかな連続関数であると仮定すると、方向スペクトル $S(f, \theta)$ および反射率 $r(f, \theta)$ が方向角 θ に対して滑らかであるという仮定の表現として、系列 $\{x_k\}$ および $\{y_k\}$ が局所的には k の 1 次式でよく近似されるべきであると考えられる。この場合、 x_k , y_k の 2 次の階差は 0 に近いと想定される。すなわち、

$$\sum_{k=3}^K \{x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2}\}^2 \dots (12)$$

および

$$\sum_{k=3}^K \{y_k - 2y_{k-1} + y_{k-2}\}^2 \dots (13)$$

を考えると、式(12)が小さいほど方向スペクトル $S(f, \theta)$ が、式(13)が小さいほど反射率 $r(f, \theta)$ が滑らかになると考えられる。したがって、方向スペクトルの推定値 $\hat{S}(f, \theta)$ および反射率の推定値 $\hat{r}(f, \theta)$ としては、式(12)および式(13)をあまり大きくしない範囲で、尤度、式(11)の大きいものが望ましい。これを定式化すると、適当なパラメータ (超パラメータ) u^2 および v^2 を用いて、

$$\begin{aligned} \ln L(x_1, \dots, x_K, y_1, \dots, y_K; \sigma^2) &= \\ &- \frac{u^2}{2\sigma^2} \sum_{k=3}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2 \\ &- \frac{v^2}{2\sigma^2} \sum_{k=3}^K (y_k - 2y_{k-1} + y_{k-2})^2 \dots (14) \end{aligned}$$

を最大化する $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_K)^t$ および $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_K)^t$ を求めればよい。式(14)の最大化は式(14)を指数とする指数関数を対象として考えるならば、

$$\begin{aligned} L(x_1, \dots, x_K, y_1, \dots, y_K; \sigma^2) &= \\ &\times \exp \left\{ -\frac{u^2}{2\sigma^2} \sum_{k=3}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2 \right\} \end{aligned}$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{v^2}{2\sigma^2} \sum_{k=3}^K (y_k - 2y_{k-1} + y_{k-2})^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

の最大化にはかならない。これはベイズの推論方法において、事後分布 $p_{\text{post}}(\cdot)$ の

$$p_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{y} | u^2, v^2, \sigma^2) \propto L(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \sigma^2) \times p(\mathbf{x}, \mathbf{y} | u^2, v^2, \sigma^2) \quad \dots\dots\dots (16)$$

の関係式において、 $\mathbf{x}$ および $\mathbf{y}$ の事前分布として、

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}, \mathbf{y} | u^2, v^2, \sigma^2) &= p(\mathbf{x} | u^2, \sigma^2) p(\mathbf{y} | v^2, \sigma^2) \\ &= \left(\frac{u}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^{K-2} \exp \left\{ -\frac{u^2}{2\sigma^2} \right. \\ &\quad \times \sum_{k=3}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2 \Big\} \\ &\quad \times \left(\frac{v}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^{K-2} \exp \left\{ -\frac{v^2}{2\sigma^2} \right. \\ &\quad \times \sum_{k=3}^K (y_k - 2y_{k-1} + y_{k-2})^2 \Big\} \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

を想定したことにかならない。

u^2 および v^2 を与えれば、式(14)を最大化する $\mathbf{x}$ および $\mathbf{y}$ は σ^2 に無関係に決まり、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{2N} \Big[\Phi_i - \sum_{k=1}^K \alpha_{ik} \exp(x_k) - \sum_{k=1}^K \beta_{ik} \frac{\exp(x_k + y_k)}{1 + \exp(y_k)} \\ - \sum_{k=1}^K \gamma_{ik} \frac{\exp(x_k + 2y_k)}{(1 + \exp(y_k))^2} \Big]^2 \\ + u^2 \left\{ \sum_{k=3}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2 \right\} \\ + v^2 \left\{ \sum_{k=3}^K (y_k - 2y_{k-1} + y_{k-2})^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

を最小化することにより得られる。

u^2 および v^2 の決定と σ^2 の推定は次式で表される ABIC (赤池のベイズ型情報量基準)⁶⁾

$$\text{ABIC} = -2 \ln \int L(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \sigma^2) p(\mathbf{x}, \mathbf{y} | u^2, v^2, \sigma^2) d\mathbf{x} d\mathbf{y} \quad \dots\dots\dots (19)$$

の最小化によればよい。

3. 数値計算法

2. で述べた方法を用いて方向スペクトルおよび反射率を推定する場合、式(18)の最小化、および式(19)の積分と最小化を実行しなければならない。しかしながら、いまの場合それらを解析的に行うことは不可能である。そこで、ここでは以下の手順により、近似的に数値計算を実施した。

- ① 適当な u, v および $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ の初期値 $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0$ を与え、以下の式により、最小自乗法によって、与えられた u, v に対応する $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ の推定値 $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}$ を算出する。

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = |\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{C}}|^2 + u^2 |\mathbf{D}\mathbf{x}|^2 + v^2 |\mathbf{D}\mathbf{y}|^2 \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに、

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A}\mathbf{E}_0(\mathbf{x}_0) + \mathbf{B}\mathbf{E}_1^x(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) + \mathbf{C}\mathbf{E}_2^x(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{B}\mathbf{E}_1^y(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) + \mathbf{C}\mathbf{E}_2^y(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{C}} &= \mathbf{Z} - \mathbf{A}\mathbf{F}_0(\mathbf{x}_0) - \mathbf{B}\mathbf{F}_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) - \mathbf{C}\mathbf{F}_2(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) \\ &\quad + \mathbf{A}\mathbf{E}_0(\mathbf{x}_0)\mathbf{x}_0 + \mathbf{B}\mathbf{E}_1^x(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)\mathbf{x}_0 + \mathbf{B}\mathbf{E}_1^y(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)\mathbf{y}_0 \\ &\quad + \mathbf{C}\mathbf{E}_2^x(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)\mathbf{x}_0 + \mathbf{C}\mathbf{E}_2^y(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)\mathbf{y}_0 \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \cdots & \alpha_{1,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{2N,1} & \cdots & \alpha_{2N,K} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \beta_{1,1} & \cdots & \beta_{1,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{2N,1} & \cdots & \beta_{2N,K} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \gamma_{1,1} & \cdots & \gamma_{1,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{2N,1} & \cdots & \gamma_{2N,K} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$\mathbf{Z} = (\Phi_1, \dots, \Phi_{2N})^t \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\mathbf{F}_0(\mathbf{x}) = \{\exp(x_1), \dots, \exp(x_K)\}^t \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\mathbf{F}_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left\{ \frac{\exp(x_1 + y_1)}{1 + \exp(y_1)}, \dots, \frac{\exp(x_K + y_K)}{1 + \exp(y_K)} \right\}^t \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\mathbf{F}_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left[\frac{\exp(x_1 + 2y_1)}{(1 + \exp(y_1))^2}, \dots, \frac{\exp(x_K + 2y_K)}{(1 + \exp(y_K))^2} \right]^t \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \exp(x_1) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \exp(x_K) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$\mathbf{E}_1^x(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{bmatrix} \frac{\exp(x_1 + y_1)}{1 + \exp(y_1)} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{\exp(x_K + y_K)}{1 + \exp(y_K)} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$\mathbf{E}_1^y(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{bmatrix} \frac{\exp(x_1 + y_1)}{(1 + \exp(y_1))^2} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{\exp(x_K + y_K)}{(1 + \exp(y_K))^2} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$E_2^x(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{\exp(x_1 + 2y_1)}{\{1 + \exp(y_1)\}^2} & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \frac{\exp(x_K + 2y_K)}{\{1 + \exp(y_K)\}^2} \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$E_2^y(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{2 \exp(x_1 + 2y_1)}{\{1 + \exp(y_1)\}^3} & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \frac{2 \exp(x_K + 2y_K)}{\{1 + \exp(y_K)\}^3} \end{bmatrix} \quad (36)$$

である。計算手順は、式(21)～(23)で x, y の初期値 x_0, y_0 を与え、式(20)に最小自乗法を適用することにより、 x_1, y_1 を算出する。次に x_1, y_1 を式(21)～(23)の x_0, y_0 に置き換えて、 x_2, y_2 を算出する。この演算を繰り返し、適当な収束条件を満たす解 $\hat{x}, \hat{y}$ を求め、これを与えられた u, v に対する推定値 $\hat{x}, \hat{y}$ とすればよい。

- ② ①で得られた結果を用いて、次式により、与えられた u, v に対応する ABIC を算出する。

$$\begin{aligned} \text{ABIC} = & 2(N-2) \ln(2\pi\hat{\sigma}^2) + 2(N-2) + (K-2) \\ & \times \ln(u^2 v^2) + \ln[\det\{(\hat{A}, \hat{B})^t(\hat{A}, \hat{B}) \\ & + (u^2 + v^2)D^t D\}] \quad (37) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^2 = & \frac{1}{2(N-2)} \{[\hat{A}\hat{x} + \hat{B}\hat{y} - \hat{C}]^2 \\ & + u^2[\hat{D}\hat{x}]^2 + v^2[\hat{D}\hat{y}]^2\} \quad (38) \end{aligned}$$

である。また、 $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ は①で収束解 $\hat{x}, \hat{y}$ を算出する際に用いられた式(21)～(23)の $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$ である。

- ③ u, v の値を種々に変えて①、②の計算を繰り返す。

- ④ ①～③の計算結果の内、最小の ABIC を与える $\hat{x}, \hat{y}, \hat{\sigma}^2, u, v$ を最適な推定値とする。

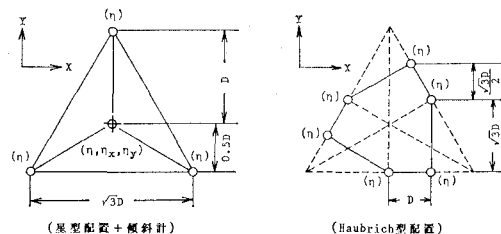
なお、ここでは式(20)の繰り返し計算の初期値 x_0, y_0 としては、MMLM で推定された入射波の方向スペクトルおよび反射率をもとに与えている。また、超パラメータ u, v の設定に際しては、事前に種々の試算を実施し、一般には、

$$\left. \begin{aligned} u &= ab^m \quad (a=0.0125, b=0.5, m=1\sim 10) \\ v &= cd^n \quad (c=0.1, d=0.5, n=1\sim 10) \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

として、格子探索法を実施した。数値計算法の詳細等については文献⁵⁾を参照されたい。

4. 数値シミュレーションによる検討

入・反射波共存場を対象としたベイズ型モデルを用いた方向スペクトル推定法の推定精度や適用性、有効性な



図—1 数値シミュレーションに用いたアレイ配置

どを検討するために、数値シミュレーションを実施した。

図—2 は 図—1 に示す 2 種類のアレイ配置 (「星型配置+傾斜計」および「Haubrich 型配置」) を対象として、それぞれ 2 種類の波浪条件のもとに数値シミュレーションを実施した結果である。シミュレーション条件は 図—2 中に示す通りであり、 α_1/α_2 は二方向波浪のそれぞれのエネルギー・ピーク値の比を、 S は方向集中度パラメータを、 θ は波の来襲する方向を、 r_{TRUE} は数値シミュレーションで用いた反射率を示しており、ここでは反射率を方向角 θ の関数として $\sin$ 型で与えている。また、図—2 中の TRUE はシミュレーション条件として与えた真値を、EMBM はベイズ型モデルにより推定された推定値を、MMLM は修正最尤法で推定された推定値を示している。なお、図—2 では入・反射波の方向スペクトルの値は、それぞれ入射波の真の方向スペクトルのエネルギー・ピーク値で正規化して描いている。

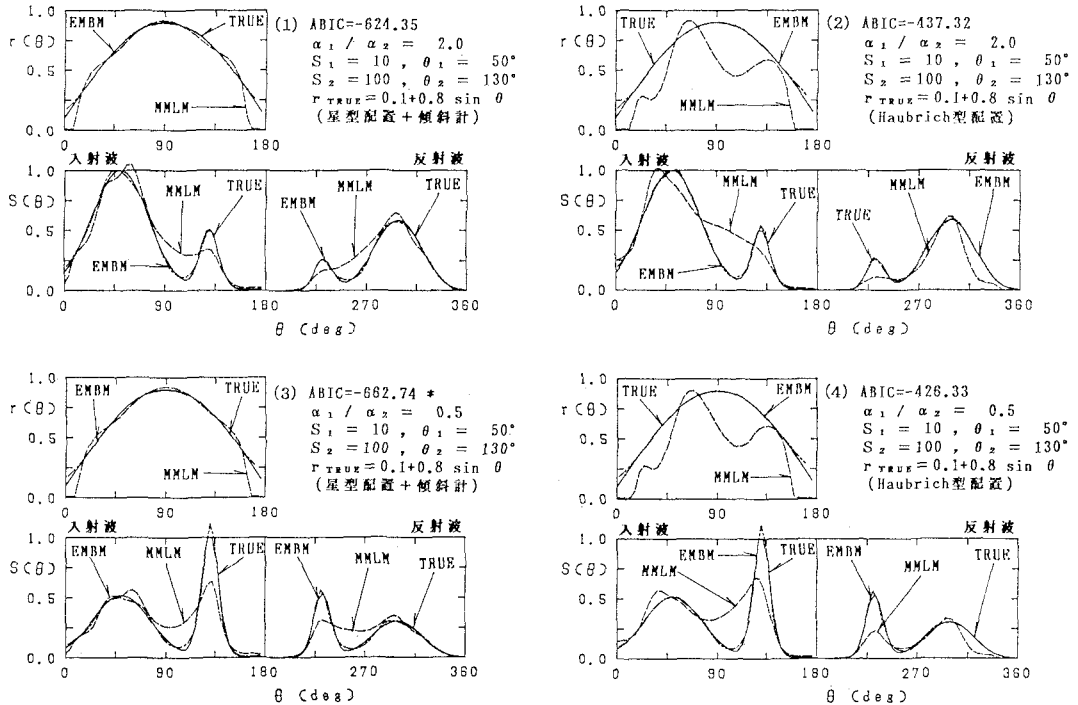
図—2 (1), (2) あるいは (3), (4) に見られるように、EMBM は波浪条件、観測条件の相違によらず、いずれの場合にも、極めて TRUE に近い推定値を推定している。しかしながら、図—2 (1), (3) に示す ABIC 値は、(2), (4) の ABIC 値に比べてかなり小さな値を示しており、ここで用いた波浪条件に対しては「星型配置+傾斜計」の方が「Haubrich 型配置」よりも優れたアレイ配置であることを示しているものと思われる。

一方、MMLM で推定された推定値を見ると、「星型配置+傾斜計」で推定された反射率はかなり良い推定値を示しているものの、それ以外では、方向スペクトルおよび反射率のいずれも、EMBM に比べて推定精度が劣っており、EMBM は MMLM に比べて推定精度のよい推定法であると言える。

なお、ここでは特に示さなかったが、反射率を方向角 θ によらずに一定とした場合にも、EMBM は極めて優れた推定精度で入・反射波の方向スペクトルおよび反射率を推定し得た。

5. あとがき

以上、入・反射波共存場を対象としたベイズ型モデルを用いた方向スペクトル推定法の一方法として、EMBM

図-2 反射率を $r_{TURE}=r(\theta)$ とした場合の EMBM と MMLM の推定精度の比較

について述べた。なお、ここでは特に示さなかったが、EMBM は 4 つの観測波動量を用いる場合には解が発散し、推定精度の良い推定値を得ることができない。これは EMBM では反射率をも未知数としているため、BDM の 2 倍の未知数を持つモデルとなっているためである。文献⁴⁾で示したように、BDM では 4 つ以上の観測波動量が必要である。したがって、EMBM の適用に際しては、その 2 倍程度の情報が必要であり、かなり大規模な入・反射波の観測が必要となる。

しかしながら、4 つの観測波動量のみしか観測し得ない場合には、1. で述べた別の方法 (MBM)⁵⁾ が適用可能である。ただしこの場合には、恣意的に幾つかの反射率を与えて複数の計算を実施し、ABIC 値を選択基準として、その中から最適な推定値を選択する必要がある。

ベイズ型モデルを用いた方向スペクトル推定法(BDM)は、もともと、その高い推定精度のみならず、観測波動量の観測誤差やクロススペクトルの推定誤差の影響を受けにくく、安定した方向スペクトルの推定値を推定し得る方法として提案⁴⁾したものである。ここで示した

EMBM あるいは MBM のいずれの方法もこれと同様の性質を持っており、この点においても、従来の推定法にない大きな利点がある。

参考文献

- 磯部雅彦・近藤浩右：入・反射波の共存場における方向スペクトルの推定法，第 30 回海岸工学講演会論文集，pp. 44～48，1980.
- Capon, J.: High-resolution frequency-wave-number spectrum analysis, Proc. IEEE, vol. 57, pp. 1408～1418, 1969.
- 磯部雅彦・近藤浩右・堀川清司：方向スペクトルの推定における MLM の拡張，第 31 回海岸工学講演会論文集，pp. 173～177，1984.
- 橋本典明：ベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定，港湾技術研究所報告，第 26 巻，第 2 号，pp. 97～125，1987.
- 橋本典明・小舟浩治：ベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定 一入・反射波共存場を対象として，港湾技術研究所報告，第 26 巻，第 4 号，pp. 3～33，1987.
- Akaike, H.: Likelihood and Bayes procedure, Bayesian Statistics (Bernardo, J. M., De Groot, M. H., Lindley, D. U. and Smith, A. F. M. eds.) University Press, Valencia, pp. 143～166, 1980.