

風波の標準スペクトルに対する一般式の提案

山 口 正 隆*

1. 緒 言

風波の周波数スペクトル特性を検討した研究例は過去30年以上にわたる活動から膨大な数に達している。その結果、定常様な風場で発達した風波の周波数スペクトルは強い相似性を有し、高周波側は $f^{-4} \sim f^{-5}$ (f : 周波数) に比例して低減することや低周波側の減衰がより急激であることなどの特性が明らかにされている。そして高周波側では、Phillips¹⁾ の f^{-5} 則を前提とする Pierson-Moskowitz (P-M) スペクトル、Bretschneider-Mitsuyasu (B-M) スペクトル、JONSWAP スペクトル²⁾ などの標準スペクトルが提案され、種々の工学的利用がはかられてきた。しかし、近年従来の f^{-5} 則にかわり、観測結果の解析や理論解析から、Toba³⁾ の f^{-4} 則が支持されつつあり、 f^{-4} 則を前提とする標準スペクトルとして Donelan スペクトル⁴⁾ や Mitsuyasu スペクトルが提案されている。また高周波側の勾配が波形勾配パラメータとともに変化する Wallop スペクトルの提案やスペクトルの高周波側は f^{-4} 則領域と f^{-5} 則領域より成りたち、前者から後者への遷移が急であるという観測結果や半理論解析もある。このように、現段階でもスペクトル構造の細部においては必ずしも統一的知見は確立されているとはいえない。

一方、浅海での波浪のスペクトル特性についても多くの観測研究が実施されてきた。しかし、研究の主眼は波浪の代表波やスペクトルの変形の解析に向けられ、スペクトルの相似構造に関する研究は Kitaigorodskii ら⁵⁾、Thornton⁶⁾、Bouws ら⁷⁾ など少数の例を除いて積極的に推進されてこなかったように思われる。

そこで、本研究では従来の標準スペクトルを包含する一般化された標準スペクトルの表示式を深海および浅海の場合に提案するとともに、琵琶湖での高精度多点波浪観測資料の解析からスペクトルの相似構造やスペクトルパラメータの特性を検討し、標準スペクトル式の適合性を検討する。

2. 標準スペクトルの一般式

(1) 深海波浪の場合

本研究で提案する深海波浪に対する標準スペクトルの一般式は次式で表される。

$$E_{\infty}(f) = \alpha g^{m-3} u_*^{5-m} (2\pi)^{-m+1} f^{-m} \times \exp \left\{ - \left(\frac{m}{n} \right) \left(\frac{f}{f_m} \right)^{-n} \right\} \gamma^{\exp[-(1-f/f_m)^{2/2} \sigma_{ab}^2]} \quad (1)$$

ここに、 $E_{\infty}(f)$: 深海平衡周波数スペクトル、 g : 重力加速度、 u_* : 摩擦速度、 f_m : ピーク周波数、 γ, σ_{ab} : ピーク増幅係数、である。式 (1) は $f=f_m$ で最大値を取り、JONSWAP スペクトル²⁾ ($m=5, n=4$)、P-M スペクトルあるいは B-M スペクトルあるいは Liu スペクトル ($m=5, n=4, \gamma=1$)、Donelan スペクトル⁴⁾ ($m=4, n=4$)、Wallop スペクトル ($n=4, \gamma=1$) を包含する。本研究では、式 (1) で $m=5, n=4$ とする JONSWAP 型スペクトル、 $m=4.5, n=5$ とする Yamaguchi 型スペクトル、および $m=4, n=5$ とする Donelan 型スペクトルを使用し、スペクトルパラメータ $\alpha, \gamma, \sigma_{ab}$ ($=\sigma_a(f \leq f_m); =\sigma_b(f > f_m)$) に添字 “J”, “Y”, “D” を付けて区別する。

(2) 浅海波浪の場合

Kitaigorodskii ら⁵⁾ に従い、高波数側の波数スペクトルは水深にかかわらず同一の形を取ることやスペクトルの全体的形状は JONSWAP 流スペクトル表示式で表わされることを仮定すれば、浅海平衡周波数スペクトル $E_{\infty}(f; h)$ は次式で表される。

$$E_{\infty}(f; h) = E_{\infty}(f) \Phi(kh, m) \\ \Phi(kh, m) = \{ \tanh kh \}^{(m-1)/2} \cdot \{ 1 + 2kh / \sinh 2kh \}^{-1} \quad (2)$$

ここに、 k : 波数、 h : 水深、である。式 (2) で $m=5, n=4$ とすれば、JONSWAP 型スペクトルを基礎とした TMA スペクトル⁷⁾ が得られる。

一方、スペクトルの高周波側は運動学的不安定 (自由表面での水粒子速度が波速を越える) に伴う碎波により限定されるという考えから導かれた Thornton⁶⁾ の平衡

* 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部海洋工学科

スペクトルは次式のように一般化される。

$$E_{\infty}(f;h) = \alpha(2\pi)^{-2} u_*^{5-m} c^{m-3} f^{-3} \\ \times \exp \left\{ - \left(\frac{m}{n} \right) \left(\frac{f}{f_m} \right)^{-n} \right\} \gamma \exp \left[- (1-f/f_m)^2 / 2 \sigma_{ab}^2 \right] \\ \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 c は成分波の波速である。式 (3) で $m=5$, $n=4$ とすれば、TMA 型スペクトルが得られるが、その場合、 $\Phi(kh, m) = \tanh^2 kh$ であり、長波領域 ($kh \rightarrow 0$) では TMA スペクトルより 2 倍大きい。また、式 (2) は長波領域で m の減少 ($5 \rightarrow 4$) とともに、 ∞f^{-3} から $\infty f^{-2.5}$ に変化するが、式 (3) は m の値によらず ∞f^{-3} である。式 (2) および (3) で $kh \rightarrow \infty$ とすれば、それぞれ式 (1) に帰着するのはいうまでもない。

3. 波浪観測結果および解析法

(1) 波浪観測結果

本研究で取り扱う資料は岩垣⁸⁾により得られた琵琶湖彦根愛西湖岸の水深 4 m (No. 9), 2.2 m (No. 2) および 1 m (No. 1) 地点における波浪観測資料のうち、記録長が 1200~4400 秒の長時間記録 23 ケース (4 m 地点) であり、これらは、サンプリング間隔 $\Delta t = 0.16 \sim 0.2$ s でスペクトルの本数を 72 ($\Delta f = 0.03472$ Hz), 自由度 166~611 として矩形フィルタを使用した FFT 法によりスペクトル解析された。同時にこれらの記録から zero-up cross 法に基づき有義波も算出された。

(2) スペクトルパラメータの推定法

式 (2) で m および n の値を固定した場合の 3 つのスペクトルのパラメータ推定法は、以下のように示される。

(i) SMB 法において無次元吹送距離が小さい場合に成立する有義波高 $H_{1/3}$ と有義波周期 $T_{1/3}$ 間の関係、

$$U_{10} = 0.723 \times 10^3 H_{1/3}^2 T_{1/3}^{-3} \dots\dots\dots (4)$$

より等価風速 U_{10} を推定し、さらに $u_* = 0.04 U_{10}$ により等価摩擦速度 u_* に変換する。これは、観測された湖上風が時空間変動するので、代表風速を決めにくいことおよび式 (4) が安定した比較的精度のよい関係式であることを考慮したためである。ただし、同一時刻の資料に

対する風速の評価は、設置水深が最も大きい No. 9 の波浪資料による。

(ii) 観測スペクトルの最大値およびその両側の値に 2 次式をあてはめ、ピーク周波数 f_m および f_m に対応するスペクトルの最大値 $E(f_m)$ を求める。

(iii) $E(f) = \alpha f^{-5}$ の対数変換式を $f/f_m = 1.35 \sim 3$ 間の観測スペクトルにあてはめ、最小 2 乗法により高周波側の平均勾配を算定する。また、 $f/f_m = 1.5 \sim 2.5$ などの範囲についても同様の方法により α を求める。

(iv) $E(f) \cdot g^{-2} (2\pi)^4 f^5 \exp \{ 1.25 (f/f_m)^{-4} \} \Phi(kh, 5)^{-1}$ の平均値を $f/f_m = 1.5 \sim 3$ の範囲において求め、 α_J とする。これは JONSWAP 型スペクトルのピーク増幅率が $f/f_m > 1.35$ ではほぼ 1 であることを利用している。つぎに、 γ_J は $E(f_m)$ と平衡定数を α_J とした P-M スペクトルの最大値 $E_{PM}(f_m)$ との比として求められる。

また、Donelan 型スペクトル ($m=4$, $n=5$) の α_D , γ_D および Yamaguchi 型スペクトル ($m=4.5$, $n=5$) の α_Y , γ_Y も同様に求められる。ただし、高周波側のスペクトルの低減特性を考慮し、 α の算定に用いる周波数を $f/f_m \approx 2 \sim 3$ とする。

(v) $f/f_m = 0.65 \sim 1$ および $1 \sim 2$ の範囲の観測スペクトルにそれぞれの標準スペクトルをあてはめ、準最小 2 乗法の適用により、 σ_{aJ} , σ_{aD} , σ_{aY} と σ_{bJ} , σ_{bD} , σ_{bY} を推定する。

以上の計算から明らかなように、スペクトルパラメータは相互に密接に関連しており、使用するスペクトル形、とくに高周波側の勾配によってスペクトルパラメータの大きさも変化し、通常 $m=5$, 4.5, 4 の順 (たとえば α_J , α_Y , α_D) に大きくなる。

4. 深海風波のスペクトル特性

(1) スペクトルの高周波領域

図-1 は水深 4 m, 2.2 m, 1 m での観測スペクトルから、 $4(f/f_m) = 0.1$ ごとに求めた $f^m E(f) / [f^m E(f)]_{rJ}$ の周波数帯別平均値・標準偏差と f/f_m の関係を図示したものである。 $[]_{rJ}$ は $f/f_m = 1.5 \sim 3$ の間の平均値を

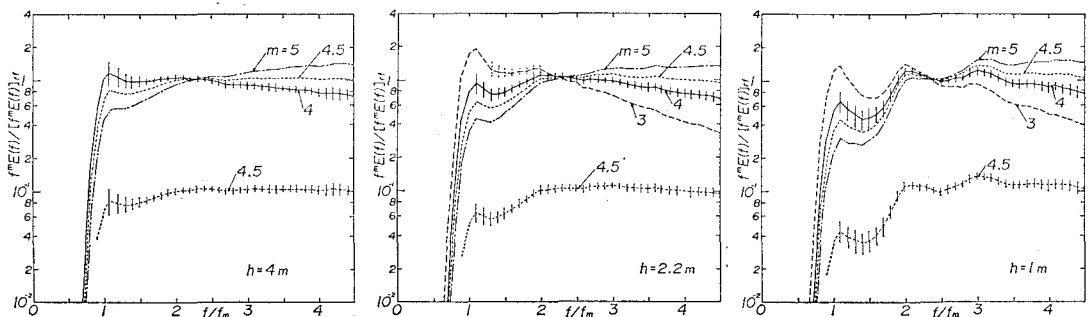


図-1 無次元スペクトルの f/f_m による変化

意味し、また、スペクトルの変化特性をはっきりさせるため、 $m=4.5$ に対する結果を1桁下げて改めて示している。ここでは深海波浪を検討対象とするので、水深4m地点の図をみると、 $f^4 E(f)/[f^4 E(f)]_{rf}$ は $f/f_m=1.35\sim 2.5$ で、 $f^{4.5} E(f)/[f^{4.5} E(f)]_{rf}$ は $f/f_m > 2$ ではほぼ一定値を取る。また、 $f/f_m=1.35\sim 3$ の間の ξ の平均値と標準偏差は 4.15 ± 0.19 であるが、より詳細にはピーク周波数付近($f/f_m\approx 1.1\sim 1.5$)において4より急(4.3)で、そこを離れる($f/f_m\approx 1.5\sim 2$)とやや緩やか(3.7)になり、 $f/f_m > 2$ でしだいに急になって($f/f_m\approx 2\sim 3$ および $3\sim 4$ でそれぞれ4.51、 $f/f_m\approx 4\sim 5$ で4.59)、4.5程度の値を取る。これらのことから、琵琶湖における風波のスペクトルの高周波側は $f/f_m\approx 1.35\sim 2.5$ で f^{-4} 則、 $f/f_m > 2$ で $f^{-4.5}$ 則に従い、 $f/f_m\approx 2\sim 2.5$ は f^{-4} 則から $f^{-4.5}$ 則への遷移領域に相当することになる。なお、 ξ と無次元ピーク周波数 ν ($=f_m U_{10}/g$)の関係および ξ と波形勾配 $\sqrt{\epsilon}/L_m$ (ϵ : 全エネルギー、 L_m : f_m に対応する波長)の関係を調べたところ、 ξ は ν とともに若干増加する傾向にあることが示された。また、風洞水槽、神戸港、浜田および高知沖での観測スペクトルの高周波側は $f^{-4.5}\sim f^{-5}$ に比例することが同様の検討から見いだされた。

(2) スペクトルパラメータの特性

琵琶湖での波浪観測結果は最も沖側の地点でも浅海域におけるものであり、低周波側は水深の影響を受けているので、解析には浅海標準スペクトルを使用する。図-2の左図は観測スペクトルに対して式(3)に基づく3つのKitaigorodskii 流浅海標準スペクトルをあてはめた結果である。これによると、観測スペクトル全体はDonelan型スペクトルと近似的に一致するか、わずかに大きい値を与えるが、高周波側では近似的に $f^{-4.5}$ であることから、Yamaguchi型スペクトルに近い値を取る。従って、図-2の右図に示すように、観測スペクトルはDonelan型スペクトルとYamaguchi型スペクトルを混合した、新たな標準スペクトルにより最も精度よく表示される。

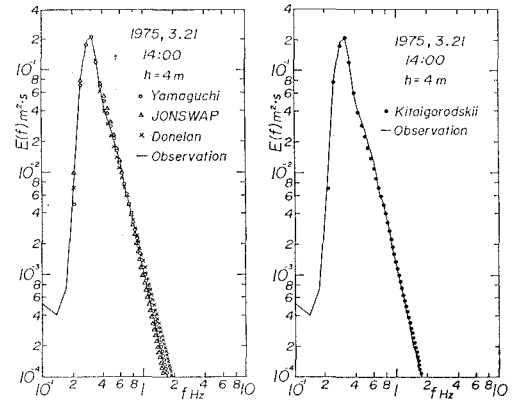


図-2 観測スペクトルに対する標準スペクトルのあてはめ(1)

すなわち、 f^{-4} 比例領域から $f^{-4.5}$ 比例領域の遷移点を $f/f_m=2.5$ とすれば、それは次式で与えられる。

$$E_{\infty}(f;h)=\begin{cases} \alpha_D g u_*^2 (2\pi)^{-3} f^{-4} \exp\{-0.8(f/f_m)^{-5}\} \\ \times \gamma_D^{\exp[-(1-f/f_m)^{2/2} \sigma_{ab}^2]} \Phi(kh, 4); & f/f_m \leq 2.5 \\ \alpha_Y g^{3/2} u_*^{1/2} (2\pi)^{-7/2} f^{-9/2} \exp\{-0.9(f/f_m)^{-5}\} \\ \times \Phi(kh, 4.5); & f/f_m > 2.5 \end{cases} \quad (5)$$

ここに、 $\alpha_Y = \alpha_D (5\pi\nu_*)^{1/2} \kappa^{1/4}_{f=2.5f_m}$ 、 $\kappa = \coth kh$ 、 $\nu_* = u_* f_m/g$ である。

図-3はスペクトルパラメータ α 、 γ 、 σ_a 、 σ_b と ν との関係をプロットしたものであり、図中には単回帰曲線およびDonelanら⁴⁾の経験式も与えられている。また σ_a の計算に用いられるスペクトルのデータ数が非常に少ないために適切な値が得られないことも多いので、適切な値と判断される計算結果のみが示されている。

Toba³⁾によれば、 f^{-4} 則に従うスペクトルの平衡定数 α_T ($\approx \alpha_D$)は一定ということであるが、この図によると、 α_D は ν とともに減少する。この傾向は図に示すDonelanら⁴⁾の経験式やMitsuyasuら⁹⁾の観測結果と符号する。

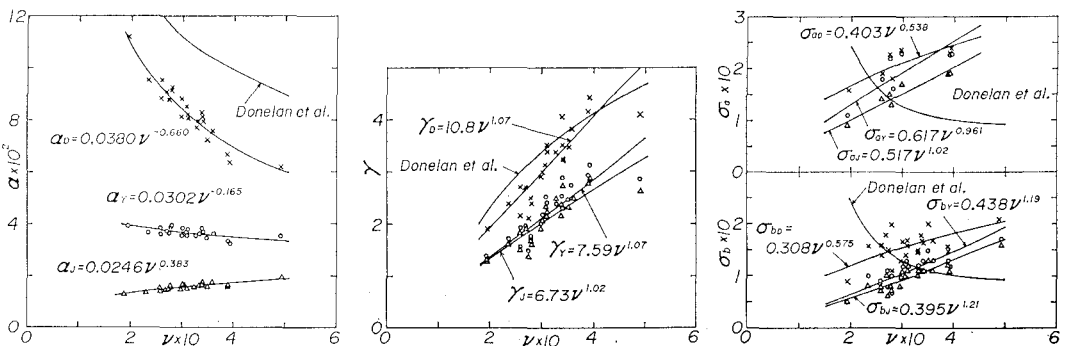


図-3 スペクトルパラメータと ν との関係

ただし, Mitsuyasu らの結果の変化率はかなり小さい. 従来の観測結果における α_T の平均値は 0.062~0.13 の範囲にあって, 2 倍程度の変動幅があるが, 今回の結果の平均値は $\alpha_D=0.083$ であり, Mitsuyasu ら⁹⁾ の結果 ($\alpha_T=0.087$) に近い. この値は Mitsuyasu らが用いた等価風速換算式を使用しても変わらない. また, α_J は ν とともに増加する. これは JONSWAP²⁾ や Mitsuyasu ら⁹⁾ の経験式から予想されることである. これに対し, α_Y は α_D と同様に ν とともに減少するが, 回帰式のベキ数からも明かなように, その変化は緩やかである.

ついで, γ はいずれも ν とともに増加するが, その増加率は高周波側のスペクトル値の低減率 (m の値) が小さいほど大きい. そして γ_D の変化は Donelan ら⁴⁾ の経験式とよく対応する. さらに, ピーク周波数付近のスペクトル幅を表す σ_a および σ_b は ν とともに増加するが, この傾向は Donelan らの結果と逆である.

5. 浅海風波のスペクトル特性

(1) スペクトルの高周波領域

図-1 の水深 2.2 m 地点に対応する図や周波数帯別平均勾配の計算結果をみると, 観測スペクトルは $f/f_m \approx 1.4 \sim 2$ で f^{-3} に, $f/f_m \approx 2 \sim 3$ で $f^{-4.5}$ に, $f/f_m > 3$ で $f^{-4.5} \sim f^{-5}$ にほぼ比例する. すなわち, 風波のスペクトルは水深減少の影響を受けて f^{-3} 則に近い形を取るが, 非線形性の影響が必ずしも顕著でないで, $f/f_m > 2$ での $f^{-4.5}$ という深海平衡スペクトル形を示す. しかし, 水深 1 m の No. 1 では非線形性の増大につれて 2 次および 3 次高調波成分の影響が強くなり, 無次元スペクトルは $f/f_m=1, 2, 3$ にピークをもつような振動を示す. その結果, $f/f_m \approx 1 \sim 3$ の範囲でのスペクトルの平均勾配を議論することは容易でなくなるが, $f/f_m > 3$ では, $f^{-4.5} \sim f^{-5}$ に比例するとみなされよう.

図-4 は $f/f_m \approx 1.35 \sim 3$ の範囲の平均勾配 ξ と合田の非線形パラメータ¹⁰⁾ $\pi_{1/3}$ の関係を, ν をパラメータとしてプロットしたものであり, 図中の実線は重回帰曲線を表す. この場合, $\pi_{1/3}$ は浅海における波の非線形性を表すために導入されたが, これに代えて, たとえば, $H_{1/3}/h$ やアーセル数を用いてもよい. この図によると, ξ は ν の減少とともに減少し, $\pi_{1/3} < 0.07$ では $\pi_{1/3}$ にそれほど

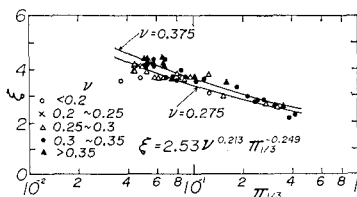


図-4 平均勾配の $\pi_{1/3}$ による変化

依存しないが, $\pi_{1/3} > 0.07$ では $\pi_{1/3}$ の増加とともに減少する.

(2) スペクトルパラメータの特性

式 (5) と同様のスペクトルを Thornton 流標準スペクトルについても示せばつぎのようである.

$$E_{\infty}(f;h)= \begin{cases} \alpha_D u_* (2\pi)^{-2} c f^{-3} \exp\{-0.8(f/f_m)^{-5}\} \\ \quad \times \gamma_D^{\exp[-(1-f/f_m)^2/2\sigma_{ab}^2]} ; f/f_m \leq 2.5 \\ \alpha_Y u_*^{1/2} (2\pi)^{-2} c^{3/2} f^{-3} \exp\{-0.9(f/f_m)^{-5}\} \\ \quad ; f/f_m > 2.5 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに, $\alpha_Y = \alpha_D u_* c_{f=2.5}^{1/2}$ である.

図-5 は Kitaigorodskii 流標準スペクトル, 式 (5) および Thornton 流標準スペクトル, 式 (6) を水深 2.2 m と 1 m での観測スペクトルにあてはめた結果を示したものである. 観測スペクトルは, 水深減少による非線形性の増加につれて, ピーク周波数近傍でのスペクトル幅が狭くなるとともに, 2 次高調波成分もしだいに増加する. この形状変化は式 (5) により良く近似されている. しかし, 2 次高調波成分がさらに増大して明確な第 2 ピークを形成する場合には, 2 ピーク構造を表現できない式 (5) は第 1 ピークと第 2 ピーク間の谷と第 2 ピークとの間を通る形で観測スペクトルの高周波側の平均形状を近似する.

一方, Kitaigorodskii 流標準スペクトルより大きな値を与える Thornton 流標準スペクトルは 2 次高調波成分に伴うピーク近傍を通るような形で観測スペクトルを近似するので, 波の非線形性が増加するほど第 1 ピークと第 2 ピークの間で観測スペクトルよりかなり大きな値を与える.

図-6 は Kitaigorodskii 流 Donelan 型スペクトル ($m=4, n=5$) のあてはめから算定したスペクトルパラメ

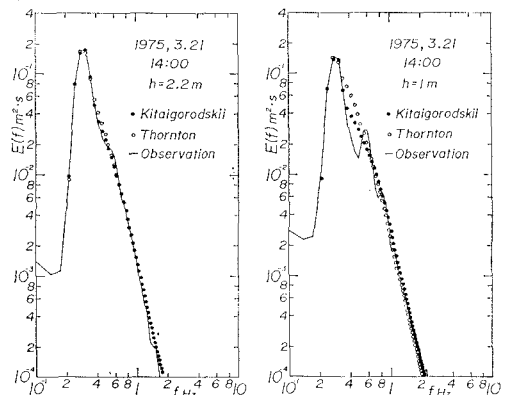
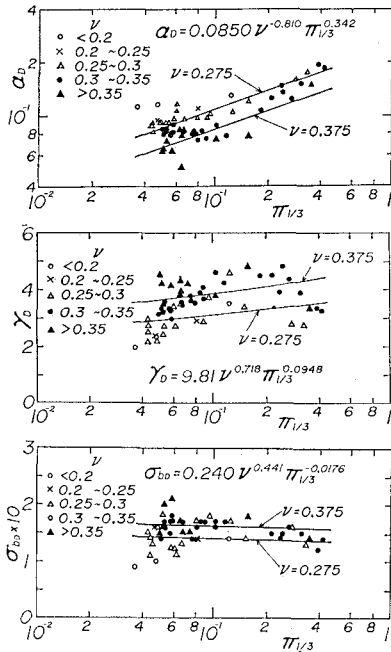


図-5 観測スペクトルに対する標準スペクトルのあてはめ (2)

図-6 スペクトルパラメータ $\pi_{1/3}$ との関係

ータ α_D , γ_D , σ_{bD} と $\pi_{1/3}$ の関係を, ν をパラメータとしてプロットしたものである。ただし, σ_a は前述した理由により必ずしも適切な値が得られない場合が多いので, 省略された。

さて, スペクトルパラメータのうち, α_D は $\pi_{1/3} < 0.1$ では ν とともに減少し, $\pi_{1/3}$ にはほとんど依存しないのに対し, $\pi_{1/3} > 0.1$ では $\pi_{1/3}$ とともに増加する。すなわち, 水深減少とともに非線形干渉や碎波に伴う高周波側へのエネルギー移流が増大し, 高周波側のエネルギーレベルを表す α_D が増加する。この傾向は α_f や α_r についても同様である。

ついで, γ_D と σ_{bD} は $\pi_{1/3}$ の増加とともにそれぞれ増加および減少の傾向にあるが, 資料のばらつきが大きく, その変化率もわずかであるので, これらは $\pi_{1/3}$ にはほとんど依存しないとみなされる。

6. 結 語

以上, 本研究では風波の標準スペクトルに関する従来
の表示式を包含する一般化された標準スペクトル式やこ

れを組み合わせる, より高適合性をもつ標準スペクトル式を深海および浅海の場合に対し提案するとともに, 琵琶湖での観測から得られた高精度周波数スペクトルに対するあてはめから, その適合性を検討した。その結果, 深海・浅海を問わず, 風波のスペクトルが $f^{-4} \sim f^{-4.5}$ 則を前提とする新しい標準スペクトルにより精度良く近似されるというスペクトルの相似構造や波の発達段階 (ν) および非線形性 ($\pi_{1/3}$) へのスペクトルパラメータの依存性, さらに Kitaigorodskii 流および Thornton 流浅海スペクトルはそれぞれスペクトルの平均形状と包絡形状を近似することなどが明らかとなった。

最後に, 本研究にあたり助力戴いた愛媛大学工学部海洋工学科大福 学技官, 同大学院工学研究科早川 淳君ならびに海洋工学科4回生(現立興建設株式会社)遠藤力君に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Phillips, O. M.: The equilibrium range in the spectrum of wind generated waves, J. Fluid Mech., Vol. 4, pp. 426~434, 1958.
- 2) Hasselmann, K. et al.: Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP), Deutsch. Hydrogr. Z., A8, No.12, pp. 1~95, 1973.
- 3) Toba, Y.: Local balance in the air-sea boundary processes III, On the spectrum of wind waves, J. Oceanogr. Soc. Japan, Vol. 29, pp. 209~220, 1973.
- 4) Donelan, M. A. et al.: Directional spectra on wind-generated waves, Phil. Trans. Royal Soc., London, Series A, 315, pp. 509~562, 1985.
- 5) Kitaigorodskii, S. A. et al.: On Phillips' theory of equilibrium range in the spectra of wind-generated gravity waves, J. Phys. Oceanogr., Vol. 5, pp. 410~420, 1975.
- 6) Thornton, E. B.: Rederivation of the saturation range in the frequency spectrum of wind-generated gravity waves, J. Phys. Oceanogr., Vol. 7, pp. 137~140, 1977.
- 7) Bouws, E. et al.: Similarity of the wind wave spectrum in finite depth water, 1. Spectral form, J. Geophys. Res., Vol. 90, No. C1, pp. 975~986, 1985.
- 8) 岩垣雄一ほか: 琵琶湖における波浪観測について, 京大防災研年報, 第19号, B-2, pp. 361~379, 1976.
- 9) Mitsuyasu, H. et al.: Observation of the power spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy, J. Phys. Oceanogr., Vol. 10, pp. 280~296, 1980.
- 10) Goda, Y.: A unified nonlinearity parameter of water waves, Rep. of Port and Harb. Res. Inst., Vol. 22, No. 3, pp. 3~30, 1983.