

波高、周期及び波向の結合確率分布について

権 正 坤*・石本晴義**・榎 木 亨***・出口 一郎****

1. はじめに

海岸変形を引き起こす漂砂移動の大部分は碎波帯内で生じる。このような漂砂移動に対して、従来から数多くの研究が行なわれており、種々の漂砂輸送モデルに基づいた定量化が行なわれている。そうした漂砂量公式を現地海岸に適用する場合は、来襲波の方向分散性も含めた不規則性が漂砂量にいかなる影響を及ぼすかということをも明らかにしておく必要がある。本研究においては浅海域の漂砂移動量と来襲波浪の不規則性及び方向分散性を関係づける研究の第一歩として、浅海域における不規則波の碎波を含む浅水変形を波別解析法によって解析するにあたり必要となる波高、周期、波向の結合確率分布を導き、現地実測結果と比較することによってその妥当性を検討する。このとき、圧力式波高計によって浅海域波高を推定する2,3の方法に対しても検討を加える。

2. 理論式の誘導

(1) 各時系列の包絡波形

波高、周期及び波高・波向の結合確率分布に関してはすべていくつかの理論的研究が行なわれている。本研究においてはそれらの研究成果^{(1),(2)}を参考にし、狭帯域スペクトルを持つ不規則波の包絡波形を考えることにより、波高、周期、波向の結合確率分布を導く。図-1に示す座標系で考えると、多方向から周期及び波高が異なる多数の線形波が来襲し、重合している波動場における

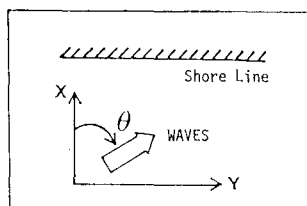


図-1 座 標 系

η (水位変動) は次のように表わされる。

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} C_{ij} \cos \phi_{ij} \dots\dots\dots (1)$$

$$\phi_{ij} = k_i (x \cos \theta_j + y \sin \theta_j) - 2\pi f_i t - \varepsilon_{ij} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 k_i は i 番目の周波数 f_i に対応する波数、 θ_j は j 番目の波向、 C_{ij} 、 ε_{ij} は f_i 、 θ_j に対応する線形波の振幅及び初期位相であり、 t は時間を表わす。ここでも磯部¹⁾と同様、水位変動及び水平方向2成分流速を測定する計測システムを考え、波向の情報は x および y 方向の水粒子速度 u 、 v によって取り込む。

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} B_i \cos \theta_j C_{ij} \cos \phi_{ij} \\ v(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} B_i \sin \theta_j C_{ij} \cos \phi_{ij} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$B_i = 2\pi f_i \frac{\cosh k_i z}{\sinh k_i h}$$

ここに、 z は流速測定点の海底面からの高さ、 h は水深である。また、波の周期性を考慮するためには $\partial\eta/\partial t$ の時系列が必要になる。

$$\dot{\eta}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} 2\pi f_i C_{ij} \sin \phi_{ij} \dots\dots\dots (4)$$

式(1)、(3)、(4)で与えられた各時系列の包絡波形を考えるため、式(2)の位相関数を平均周波数 $\bar{f}$ を用いて次のように表現する。

$$\phi'_{ij} = k_i (x \cos \theta_j + y \sin \theta_j) - 2\pi (f_i - \bar{f}) t - \varepsilon_{ij} \dots\dots\dots (5)$$

式(5)を各時系列に代入すると、それぞれの時系列に対する包絡線関数が得られる。 η 及び $\dot{\eta}$ に対する包絡線関数は次式のようにになる。

$$\left. \begin{aligned} \eta(t) &= \eta_o(t) \cos 2\pi \bar{f} t + \eta_s(t) \sin 2\pi \bar{f} t \\ \dot{\eta}(t) &= \dot{\eta}_o(t) \cos 2\pi \bar{f} t + \dot{\eta}_s(t) \sin 2\pi \bar{f} t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_o(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} C_{ij} \cos \phi'_{ij} \\ \eta_s(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} C_{ij} \sin \phi'_{ij} \\ \dot{\eta}_o(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} 2\pi (f_i - \bar{f}) C_{ij} \sin \phi'_{ij} \\ \dot{\eta}_s(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} 2\pi (f_i - \bar{f}) C_{ij} \cos \phi'_{ij} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

* 学生員 工修 大阪大学大学院工学研究科

** 正会員 工修 清水建設

*** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

**** 正会員 工博 大阪大学助教授 工学部土木工学科

また、 u, v に対する包絡線関数 (u_c, u_s, v_c, v_s) も同様に求められる。したがって、これら 8 個の包絡線関数より、 η, u, v, η の伝達波の振幅及び位相関数が決定されることから、これら 8 個の結合出現率を求めることにより、波高 (η に関係)、周期 (η に関係)、波向 (u, v に関係) の結合確率分布を推定することができる。

(2) 包絡波形の結合確率分布

これら 8 個の変数は、大数の法則により正規分布する。したがって、これら変数の結合確率密度関数は 2 次以下のモーメントを用いて、次式のように表される。

$$p(\eta_c, u_c, v_c, \eta_s, u_s, v_s, \eta_s) = \frac{1}{(2\pi)^4 |M|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2|M|} \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 |M_{ij}| \xi_i \xi_j \right] \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 M 及び M_{ij} は ξ_i, ξ_j の共分散マトリックスの行列式及び余因子である。 $\langle \xi_i \xi_j \rangle$ は共分散を表し、

$$\left. \begin{aligned} \langle \eta_c \eta_c \rangle &= \langle \eta_s \eta_s \rangle = \langle \eta^2 \rangle = m_{00} \\ \langle u_c u_c \rangle &= \langle u_s u_s \rangle = \langle u^2 \rangle = m_{20} \\ \langle v_c v_c \rangle &= \langle v_s v_s \rangle = \langle v^2 \rangle = m_{02} \\ \langle \eta_c u_c \rangle &= \langle \eta_s u_s \rangle = \langle \eta u \rangle = m_{10} \\ \langle \eta_c v_c \rangle &= \langle \eta_s v_s \rangle = \langle \eta v \rangle = m_{01} \\ \langle u_c v_c \rangle &= \langle u_s v_s \rangle = \langle uv \rangle = m_{11} \\ \langle \eta_c \eta_s \rangle &= \langle \eta_s \eta_s \rangle = \langle \eta^2 \rangle = m_{22} \\ \langle u_c \eta_s \rangle &= -\langle u_s \eta_c \rangle = m_{12} \\ \langle v_c \eta_s \rangle &= -\langle v_s \eta_c \rangle = m_{21} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

とすると M は、

$$M = \begin{bmatrix} M_0 & 0 \\ 0 & M'_0 \end{bmatrix}, \quad M_0 = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{11} & m_{01} & 0 \\ m_{10} & m_{20} & m_{11} & m_{12} \\ m_{01} & m_{11} & m_{02} & m_{21} \\ 0 & m_{12} & m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}$$

になる。ここで、 M'_0 は共分散マトリックスの行列式の m_{12}, m_{21} に (−) を付けたものである。以上の 9 個の共分散のうち、 m_{12}, m_{21} を除く、7 個の共分散は測定された水位変動及び 2 成分水粒子速度 u, v の時系列から直接求めることができる。 m_{12} 及び m_{21} は方向スペクトル $S(f, \theta)$ が与えられた場合には次式で計算できる。

$$\left. \begin{aligned} m_{12} &= - \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi 2\pi B(f)(f - \bar{f}) \cos \theta S(f, \theta) d\theta df \\ m_{21} &= - \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi 2\pi B(f)(f - \bar{f}) \sin \theta S(f, \theta) d\theta df \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

また、 m_{12}, m_{21} 以外の共分散の値も方向スペクトルが与えられれば、同様に計算できる。ここで、 x 軸を主方向に取ることににより、 $m_{11} = 0$ となる。以上で式(8)の入力条件はすべて得られることになる。ここで、磯部になり、

$$\eta_0 = R \cos \delta, \quad \eta_s = R \sin \delta \quad \dots\dots\dots (11)$$

すなわち、

$$R^2 = \eta_0^2 + \eta_s^2, \quad \delta = \tan^{-1}(\eta_s/\eta_0) \quad \dots\dots\dots (12)$$

で定義される振幅及び位相角を導入し、水位変動が基準となるような変数変換 (座標系の回転)

$$\left. \begin{aligned} u_c &= U_p \cos \delta - U_q \sin \delta \\ u_s &= U_p \sin \delta + U_q \cos \delta \\ v_c &= V_p \cos \delta - V_q \sin \delta \\ v_s &= V_p \sin \delta + V_q \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

を行ない、水位変動が最大となる位相の流速の方向で波向を定義する。このとき波向 α は $\alpha = \tan^{-1}(V_p/U_p)$ で与えられる。その後、波高、周期、波向に無関係な独立変数に対して積分を行なうと次式のようにになる。

$$\begin{aligned} P(R, \alpha, \delta) &= |M_0|^2 / (2\pi)^{1.5} \times (a_{22} a_{33} a_{44} - a_{22} a_{34}^2 \\ &\quad - a_{33} a_{24}^2 - a_{44} a_{23}^2 + 2a_{23} a_{24} a_{34})^{-0.5} \\ &\quad \times R^2 \exp \{ -1/(2|M_0|^2) \times R^2 (a_{11} + a_{44} \delta^2 \\ &\quad + 2a_{14} \delta) \} \times [1/(2A) + B \sqrt{\pi}/(2A^{1.5})] \\ &\quad \times \exp \{ B^2/(4A) \} \times [1 - P_r(-B/(2A)^{0.5})] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} P_r(\xi) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^\xi \exp \left(-\frac{t^2}{2} \right) dt \\ A &= 1/(2|M_0|^2) \times (a_{22} \cos^2 \alpha + a_{33} \sin^2 \alpha \\ &\quad + 2a_{23} \cos \alpha \sin \alpha) \\ B &= -R/|M_0|^2 \times (a_{12} \cos \alpha + a_{13} \sin \alpha \\ &\quad + a_{24} \delta \cos \alpha + a_{34} \delta \sin \alpha) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= (m_{20} m_{02} m_{22} - m_{02} m_{12}^2 - m_{20} m_{21}^2) \cdot |M_0| \\ a_{12} &= (m_{10} m_{21}^2 - m_{10} m_{02} m_{22} - m_{01} m_{12} m_{21}) \cdot |M_0| \\ a_{13} &= (m_{01} m_{12}^2 - m_{10} m_{12} m_{21} - m_{01} m_{20} m_{22}) \cdot |M_0| \\ a_{14} &= (m_{10} m_{02} m_{12} + m_{01} m_{20} m_{21}) \cdot |M_0| \\ a_{22} &= (m_{00} m_{02} m_{22} - m_{00} m_{21}^2 - m_{01}^2 m_{22}) \cdot |M_0| \\ a_{23} &= (m_{00} m_{12} m_{21} + m_{10} m_{01} m_{22}) \cdot |M_0| \\ a_{24} &= (m_{01}^2 m_{12} - m_{00} m_{02} m_{12} - m_{10} m_{01} m_{21}) \cdot |M_0| \\ a_{33} &= (m_{00} m_{20} m_{22} - m_{00} m_{12}^2 - m_{10}^2 m_{22}) \cdot |M_0| \\ a_{34} &= (m_{10}^2 m_{21} - m_{00} m_{20} m_{21} - m_{10} m_{01} m_{12}) \cdot |M_0| \\ a_{44} &= (m_{00} m_{20} m_{02} - m_{01}^2 m_{20} - m_{10}^2 m_{02}) \cdot |M_0| \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

(3) 波高、周期、波向の結合確率分布

式(11)で定義されている R 及び $\delta (= \partial \delta / \partial t)$ はそれぞれ次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} R &= H/2 \\ \delta &= 2\pi(\bar{f} - f) = 2\pi(1/\bar{T} - 1/T) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

これらを

$$\left. \begin{aligned} \bar{T} &= m_0/m_1 \\ \bar{H} &= (2\pi m_0)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

で与えられる平均周期及び平均波高²⁾で無次元化した変数、すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{T}{\bar{T}} = \frac{2\pi}{(2\pi\bar{f} - \delta)} \times \frac{m_1}{m_0} \\ x &= \frac{H}{\bar{H}} = \frac{2R}{(2\pi m_0)^{1/2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

(ここで, m_i は周波数スペクトルの i 次モーメント) を用いると式(14)は最終的に x, τ 及び α に関して次のように表現される.

$$\begin{aligned} P(x, \tau, \alpha) &= |M_0|^{2/3} \cdot \bar{\sigma} \cdot m_0^{1.5} \times (a_{22}a_{33}a_{44} - a_{22}a_{34}^2 \\ &\quad - a_{33}a_{24}^2 - a_{44}a_{23}^2 + 2a_{23}a_{24}a_{34})^{-0.5} \\ &\quad \times x^2/\tau^2 \exp[-\pi m_0/(4|M_0|^2) \cdot x^2] \\ &\quad \cdot \{a_{11} + a_{44}\bar{\sigma}^2(1-1/\tau)^2 + 2a_{14}\bar{\sigma}(1-1/\tau)\} \\ &\quad \times [1/(2A) + B' \sqrt{\pi}/(2A^{1.5}) \exp\{B'^2/(4A)\}] \\ &\quad \cdot [1 - P_r(-B'/\sqrt{2A})] \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} B' &= -(2\pi m_0)^{0.5}/(2|M_0|^2) \cdot x \cdot \{a_{12} \cos \alpha \\ &\quad + a_{13} \sin \alpha + a_{24}\bar{\sigma}(1-1/\tau) \cos \alpha \\ &\quad + a_{34}\bar{\sigma}(1-1/\tau) \sin \alpha\} \\ \bar{\sigma} &= 2\pi \cdot m_1/m_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

3. 現地観測結果との比較

先導びいた波高, 周期, 波向の結合確率を検証するために淡路島慶野松原海岸において1987年12月18日に浅海域波浪の現地観測を実施した. 波高の測定は容量式及び圧力式波高計を用いて行ない, 方向スペクトルは波高計及び水平方向2成分電磁流速計を用いて行なった. これらの測定水深 h は70 cm~120 cmの範囲で, 観測波数が1100~1200波の測定を4回行なった. 測定された波浪の有義波高 $H_{1/3}$ は21.0 cm~24.3 cm, 有義周期 $T_{1/3}$ は2.69 sec~2.94 sec, 周波数スペクトルのピーク周波数 f_p は0.315 Hz~0.363 Hzであった. また波別解析を行なう際には f_p の4倍以上の周波数をもつ水位変動は微小な波とみなし波別解析の対象から除外した. なお, 解析時の Sampling 時間間隔 Δt は0.1 secである.

図-2(a)~(c)は解析の対象とした容量式波高計で測定された1000波のうち, 無次元周期 $T/\bar{T}$ が $0.25 \leq T/\bar{T} < 0.75$, $0.75 \leq T/\bar{T} < 1.25$, 及び $1.25 \leq T/\bar{T} < 1.75$ の範囲にはいる波に対する波向 θ と波高 $H/\bar{H}$ の結合出現頻度(波数)と(20)式から推定される結合出現頻度の比較を示したものである. なお, 推定値は等出現波数をつらねた実線で示してあり, 図中 $\theta=0$ は主方向 θ_p に一致する.

図-3及び図-4の(a)~(c)は図-2に示す結果と同じ時系列データに対してそれぞれ無次元波高 $H/\bar{H}$ 及び波向 θ を図中に示す値に固定した場合の波向・周期及び波高・周期の結合出現頻度(波数)の実測値と推定値の比較を示してある. なお, (20)式の計算を行なうにあたっては, (9)式中の m_{12} 及び m_{21} 以外の共分散は測定さ

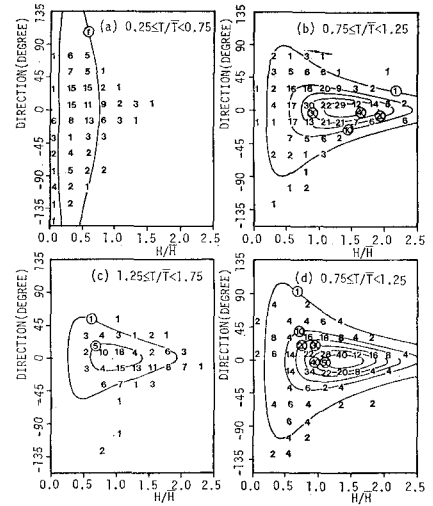


図-2 周期別波高・波向の結合確率分布

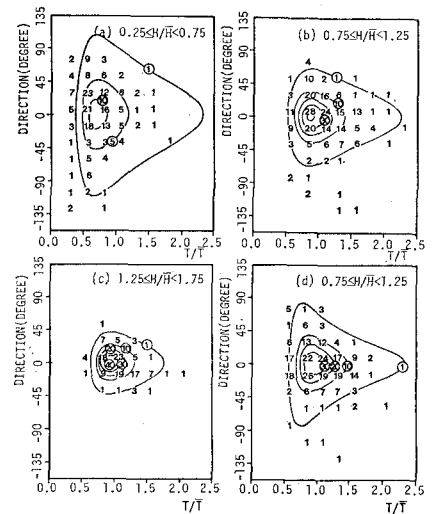


図-3 波高別周期・波向の結合確率分布

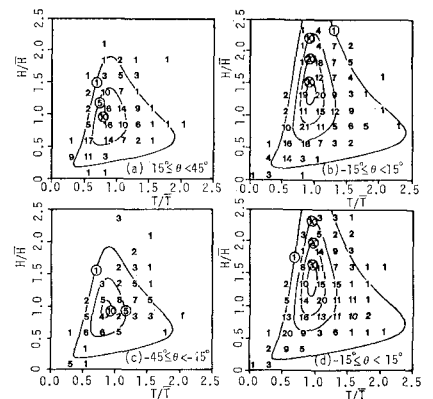


図-4 波向別波高・周期の結合確率分布

れた時系列データから直接計算し、これら2つの量については MEP 法³⁾で計算された方向スペクトルから(10)式に基づいて計算を行なった。

これらの図より、図—2及び3(a)に示す $T/\bar{T}$ あるいは $H/\bar{H}$ が小さい波浪に対する波向、波高及び波向・周期の結合分布以外は実測された結合分布は(20)式によって比較的よく再現されている。図—2及び3(a)において(20)式に基づいてその存在が予測されない波は $H/\bar{H} \leq 0.25$ 及び $T/\bar{T} \leq 0.25$ の波浪である。解析の対象とした波浪の $\bar{H}=15.4$ cm, $\bar{T}=2.26$ sec を考慮すると、これらの波の波高及び周期は、 $H < 3.9$ cm, $T < 0.57$ sec となり、そのエネルギーは全来襲波のエネルギーにはほとんど寄与しないものと考えてよい。また、特に図—2(a)に顕著に現われているように、実測結果には平均周期より短い周期の波が多数含まれており、(20)式から予測される結果とは一致しない。今後さらに現地実測を継続して行ない、その原因及び波別解析された波に対する波向の定義、方法等に対して検討を加えていくつもりである。

4. 浅海域波浪の計測に対する圧力式波高計の適用性について

最後に、先に述べた浅海域における波浪現地観測結果及び別途行なった不規則波の浅水変形に対する実験結果に基づいて、圧力式波高計の浅海域での波浪計測に対する適用性について検討を加えておく。ここでは測定された圧力波形から水位変動を推定する方法としてFFT法、local curvature 法⁴⁾(L.C.法と略記する)及び波別解析法について検討する。このうち、FFT法は最も一般的な方法である。しかし、線形波動論から求まる圧力応答関数は双曲線関数を含むため周波数の増加に伴って指数的に増大する。したがって、圧力波形からFFT法によって水位変動を推定する場合には線形応答関数をどの周波数まで適用するか(cut-off 周波数の決定)ということ、及び cut-off 周波数以上の周波数成分の応答関数をどのように与えるかという問題がある。

L.C.法は、Wang らによって提案されたものであり、圧力波形における局所的な曲率を計算し、その曲率に対応する正弦波の線形応答関数を用いて水位変動の時系列を推定する方法である。しかし、圧力波形に含まれる微小な水位変動によって波形の曲率が急激に変化し不自然な水位変動が予測されてしまう場合がある。

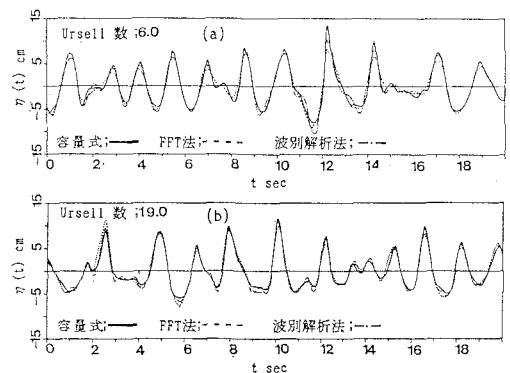
波別解析法も L.C.法同様、圧力波形の時系列から直接線形応答関数の値を求める方法であるが、L.C.法とは異なり圧力波形を波別解析し、その個々の波に対して応答関数の値を求める方法である。波別解析された個々の波の物理的意味はともかく、非線形性の強い波浪に対

する適用性を考えると波別解析法が有効な解析手法となる可能性を持つものと判断してよい。

著者らはこれらの3つの方法に対して水理実験を行ない実験的な検討を加えた結果以下の結論を得た。

- FFT法の cut-off 周波数は測定点の水深の影響も考慮して、 $kh=3.0$ (k は水深 h における波数)に対応する周波数とし、それより高周波数側では一定値をとるような応答関数を用いれば比較的再現性が高い。
- L.C.法及び波別解析法の応答関数はFFT法とは異なり時間領域で決定されるため、時系列に含まれる微小な短周期の変動により大きな影響をうけ、特に前者の場合その傾向が顕著である。L.C.法の場合は、 $kh=1.5$ に対応する周波数で cut-off する必要がある。波別解析法では、圧力波形スペクトルのピーク周波数 f_p の4倍程度以上の変動を無視した場合に高い再現性が得られる。

以上の結果を考慮して、まず水理実験で得られた水位変動の時系列がどの程度再現されるかということを示したのが図—5(a)(b)である。図(a)は、アーセル数($=\sqrt{m_0} \cdot L_p^2/h^3$, L_p : ピーク周波数に対する波長)が6.0、(b)は、19.0の場合であり、実線で容量式波高計によって測定された水位変動、点線及び一点鎖線でFFT法及び波別解析法によって圧力波形から推定された水位変動を示す。



図—5 圧力波形から推定された水位変動

これらの図から明らかなように、アーセル数が6.0～19.0程度の範囲においてはいずれの方法によってもほぼ水位変動は再現されており、それぞれの方法の優劣はつけられない。なお、図中にはL.C.法による再現結果は示していないが、FFT法及び波別解析法と同程度の再現性が得られている。

そこで、不規則波の統計量が各手法でどの程度再現されるかということについて検討する。図—6は、統計量の代表値として平均波高 $\bar{H}$ (図(a)) 及び平均周期 $\bar{T}$ (図(b)) の再現性を示したものであり、縦軸は圧力波形から推定された水位変動から求められた統計量を容量式波

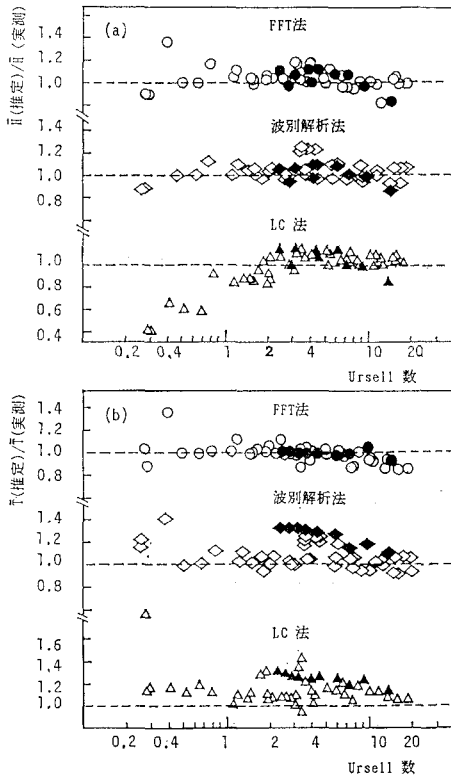


図-6 $\bar{H}$ 及び $\bar{T}$ の再現性

高計によって測定された水位変動から求められた統計量で無次元化した値、横軸はアーセル数をとって示してある。

それぞれの図中○印、□印及び△印はFFT法、波別解析法及びL.C.法による推定結果を示し、黒ぬきは先に述べた現地観測結果を含む著者らがかって行なった波浪に関する現地観測結果である。

まず、平均波高の再現性については、アーセル数20以下の領域においては波別解析法がFFT法よりもむしろ高い再現性を示しているのに対し、L.C.法はアーセル数2以下の領域における再現性が悪くなっている。この原因は、 $kh=1.5$ に対応する周波数より高周波数の変動をcut-offしているためである。また、平均周期の再現性は当然FFT法が最も再現性が高く、波別解析法も

L.C.法も平均的にみると実際の周期よりも若干長い周期を推定することになり、今後これらの方法を用いて圧力波形から水位変動を推定する場合には特に周期の再現性に対する改良が必要となる。

最後に、圧力式波高計と水平方向2成分電磁流速計の組み合わせによって測定された結果に基づく波高・周期・波向の結合出現波数と(20)式に基づく予測結果の比較を図2~4の(d)に示しておく。これらはすべて圧力波形からFFT法によって水位変動を推定した結果に基づいて求められたものであり、それぞれの図は、図2~4の(b)に示す容量式波高計によって推定された水位変動に基づく結果と対応している。図2~4の(b)と(d)を比較しても明らかのように、圧力式波高計を用いても、容量式波高計による測定と同程度の理論値との対応を示し、浅海域波浪の測定に対して十分圧力式波高計が適用できることが結論づけられる。

5. 結 論

波高、周期の情報として、 η , $\bar{\eta}$, 波向の情報として u , v という4組の時系列を考え、これから得られるそれぞれ2個、合計8個の包絡線関数の結合出現確率に基づき、波高・周期・波向の結合分布を計算し、現地観測結果と比較、検討を行なった。また、圧力式波高計からFFT法によって再現された時系列を用いて推定された結合確率分布との比較も加えた。今後更に、現地観測結果を集積するとともに、波浪の不規則性及び方向分散性がどのように漂砂移動に影響を及ぼすかについて検討を加えていくつもりである。

参 考 文 献

- 磯部雅彦: 多方向不規則波浪の波別解析法に関する理論的考察, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 111~115, 1987.
- 合田良実: 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版社, pp. 166~184, 1984.
- 小舟浩治・橋本典明: 最大エントロピー原理(MEP)を用いた方向スペクトルの推定, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 159~163, 1985.
- Wang, H., D. Y. Lee and A. Garoia: Time series surface-wave recovery from pressure gage, Coastal Engineering, Vol. 10, pp. 379~393, 1986.