

渦素子法による波動境界層の数値シミュレーション

灘 岡 和 夫*・八 木 宏**

1. はじめに

波動境界層あるいは振動流境界層に関する研究はこれまで数多く行われてきているが、その多くは底面せん断力の評価に関連した摩擦係数の見積り方などの実用面に主眼を置いたものである。これに対して、境界層内の乱流構造の詳細にまで立ち入って実際の物理過程を明らかにしようとする試みは、振動流境界層に関する Hino ら¹⁾や林ら²⁾等に見られるだけで、沿岸域の漂砂問題等に直接関係してくる波動境界層の物理過程を扱ったものはほとんど見あたらない。これは一つには、計測可能なほど十分発達した波動境界層を室内実験のスケールで作り出すことが難しいという実験上の制約があることと、もう一つには、波動境界層と振動流境界層の違いがこれまであまり意識されることなく振動流境界層の実験や解析結果がそのまま実際の波動場に適用されてきたことが挙げられよう。後者の点に関しては波高が小さく非線形性が無視しうる波動場の場合には問題ないが、碎波点近くの非線形性が強い領域では運動方程式中の移流慣性項（これは振動流ではゼロとなる）の効果が利いてくる可能性があるため、振動流と波動場の境界層の構造の違いを認識しておく必要がある。

そこで本研究では、比較的計算が簡単でしかも境界層の構造を把握する上で適していると考えられる渦素子法を用いた数値シミュレーションを行うことにより、波動境界層の力学構造の本質的な特徴を明らかにすることを試みた。

2. 計算方法（渦素子法）

数値計算法としては、離散渦法の一つである cloud-in-cell method（以下、渦素子法と呼ぶ）を用いている。渦素子法とは、渦度場を離散的な渦素子の分布で置き換えた上で各渦素子の移動を Lagrange 的に追跡し、それによって形成される各時刻の流速場を流関数 Ψ に関する Poisson 方程式（後述の式 (5)）を解いて求めようとする

ものである。この方法は、例えば G. R. Baker³⁾らによって vortex sheet の roll-up をシミュレートする目的で用いられており、最近ではイズマイル・首藤⁴⁾によって砂連上の流れの場を解析するのに用いられ、その有効性が確かめられている。

今回、数値計算法として通常の差分法や有限要素法ではなくこのような渦素子法を用いたのは、単に計算が簡単ということだけでなく、対象とする流れ場が正負の渦度の発生・移流・拡散・打消しを本質とする一つの壁面境界過程であることから、単に流速値のみからよりも渦素子の移流・拡散という形で見た方が流れの構造を理解しやすいという理由からである。

計算のアルゴリズムは、基本的にはイズマイル・首藤⁴⁾のルーチンをベースとしている。ただし、その中の渦度の発生・拡散の取扱いに関しては多少問題があると考えられたので、ここではその修正を行っている。また、振動流境界層及び波動境界層においては、渦度の移流・拡散過程に伴う正負の渦度の打ち消し合いが現象の本質の一つであることから、それに関する新たなモデル化も行った。以下に、具体的な計算方法を説明する。

(1) 計算のプロセス

- i) 初期状態として完全流体を仮定し、流速場を求める。
- ii) 式 (1) によって底面における流体のスリップ速度 u_s を求め、それを打ち消すように底面近傍に渦素子を配置する。スリップによって底面に接する格子中の流体に生じる循環の不足分の大きさ Γ_n は、底面におけるスリップ速度 u_s と水平方向の計算格子幅 Δx を用いて式 (2) のように表される。ここで、各渦素子に一律に単位循環 Γ_0 を与えるものとすれば、 $n = |\Gamma_n/\Gamma_0|$ だけの数の渦素子をその格子内に発生させることにより、このスリップ速度が解消されることになる。

$$u_s = (\Psi_{i,2} - \Psi_{i,1}) / (y_2 - y_1) \dots\dots\dots (1)$$

$\Psi_{i,j}$: 格子点 (i, j) における流関数
(底面は $j=1$)

$$\Gamma_0 = -\Delta x \cdot u_s \dots\dots\dots (2)$$

- iii) 計算格子点上での渦度 $\omega(x_i, y_j)$ を求める。そのた

* 正会員 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科

めに、まず各渦素子に対してそれが存在する計算格子をもとめ、その格子内での渦素子の相対的な位置によって図-1に示す面積比を考える。次に、この面積比を用いて式(3)により隣接4格子点に1つの渦素子の持つ循環 Γ_0 の値を分割して配分する。最終的に、各格子点について配分された循環を合計し、その値を集積対象となった格子面積 A で割ることにより、その点での渦度を式(4)のように定義する。

$$\Gamma_k = \Gamma_0 \cdot A_k / A \quad (k=1, \dots, 4) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\omega_k = \Gamma_k / A \quad (k=1, \dots, 4) \quad \dots\dots\dots (4)$$

Γ_k, ω_k : 格子点 k に配分された循環, 渦度。

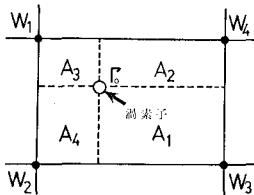


図-1 面積比による循環の配分

- iv) 求めた渦度を用いて次の流関数 Ψ に関する Poisson 方程式を S.O.R. 法を用いて解く。

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega \quad \dots\dots\dots (5)$$

- v) 得られた流関数 Ψ の値から、流関数の定義にしたがって流速 u, v を求める。
- vi) 渦素子を、a) 各渦素子の位置の流速による移流、b) 渦素子の拡散、の2つの効果によって移動させる。
- a) の移流については iii) の考え方を逆に適用して、次式で各渦素子上の流速 u_a を求め移動させる。

$$u_a = \sum_{k=1}^4 u_k \cdot \frac{A_k}{A} \quad \dots\dots\dots (6)$$

- b) の拡散についてはランダム・ウォーク理論を適用する。ランダム・ウォーク理論で拡散をモデル化するには、拡散粒子の1回の移動距離（長さスケール） ΔL 、移動時間（時間スケール） ΔT 、と拡散係数 D の間に次式の関係が成立する。

$$\Delta L^2 / \Delta T = 2D \quad \dots\dots\dots (7)$$

いま、拡散係数として水の動粘性係数 ($0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$) を代入し、流速計算の時間ステップ Δt を拡散の時間スケールとすると、長さスケールは式(7)から求まる。そこで、標準偏差が ΔL の2組の正規乱数をランダム・ウォークの1ステップの移動幅 ($\Delta x, \Delta y$) として与えることにより渦素子を移動させる。

- vii) 計算格子の1/2の幅の格子によって、その小格子内に混在する正負の渦素子の打ち消し操作を行う。具体的には、対象とする小格子内に正の渦素子が n^+ 個、負の渦素子が n^- 個あるとすれば、それらの既存の

渦素子を消去した後 $|n^+ - n^-|$ 個の渦素子を新たに小格子内にランダムに配置する。ただし、配置する渦素子の符号は $(n^+ - n^-)$ の正負に対応させるものとする。この打ち消し操作は計算ステップ10回に1回の割合で行う。

このようにして新たな渦度場を決定した後、ii)にもどり計算を繰り返す。なお、今回行った計算条件は、表-1に示す通りであり、計算は計算開始から3周期後まで行った。

表-1 計算条件

Case	流速振幅 u_0 (cm/s)	周期 (s)	u_0 / C	Γ_0 (cm ² /s)
振動流	36.1			1.5
波動 1	6.9	1.2	0.05	0.3
波動 2	34.7		0.25	1.5
波動 3	69.4		0.50	4.0

(2) 境界条件

計算は、振動流に関しては固定座標系、波動に関しては波とともに波速 C で x の負の方向に動く移動座標系を用いて行った。境界条件としては、水平方向には周期境界条件を用いた。また、底面では、

$$\Psi = 0, \quad y = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

という条件を用い、さらに、上端に関しては式(9)あるいは式(10)の条件を与えている。

- i) 振動流

$$\Psi = u_0 \cdot \sin(\sigma t) \cdot d, \quad y = d \quad \dots\dots\dots (9)$$

d : 計算領域の高さ

u_0 : $y = d$ でのポテンシャル流の流速振幅

- ii) 波動場

$$\Psi_{i,J} = \Psi_{i,J-1} + \{C - u_0 \cdot \cos(kx_i) \cdot (y_J - y_{J-1})\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

k : 波数

J : $y = d$ の格子点番号

このように上端での境界条件を、振動流に対しては Dirichlet 型、波動に関しては Neumann 型と区別したのは、通常の Neumann 型の境界条件だと振動流の場合に iv) の S.O.R. 法による反復計算の収束性がかなり悪くなるためである。

3. 計算結果

(1) 振動流流速場における計算法の検討

はじめに、解析解の得られている振動流境界層（層流）に対して本計算法を適用し、計算方法の妥当性を検討した。今回、渦素子の発生・拡散ならびに正負の渦の打ち消しのモデル化について改良を行っているの、これらの要素を基本とする振動流境界層を再現できれば、本モデルの妥当性が確かめられることになる。図-2は、振

動流境界層の各位相ごとの流速分布について、計算結果と解析解を比較したものである。これを見ると計算結果と解析解の一致は良好で、底面近くでのいわゆる先走り現象も再現されており、本計算法の妥当性が確認できる。なお、境界層外縁のポテンシャル流速そのものが今の場合解析解と若干の違いを見せているが、これは式(9)の境界条件の与え方によるものである。(解析解は、Neumann型の境界条件 $u_0=36.1$ cm/s によるもの。)

(2) 波動場における底面境界層の構造

はじめに述べたとおり、波動場と振動流流速場の本質的な違いは運動方程式中の移流慣性項の有無にある。よって、波動境界層を理解するためには、移流慣性項の相対的な大きさの変化に伴って底面境界層の構造がどのように変化するのかを詳細に調べればよい。そこでここでは、この移流慣性項の相対的な大きさを示すと考えられるパラメーター u_0/C の値を3通りに変えて計算を行った。

i) 移流項が小さい場合 ($u_0/C=0.05$)

図-3に示したものが移流項の効果が小さい場合の計算結果で、順に (a) 渦素子の分布 (上段: 負の渦素子, 下段: 正の渦素子), (b) 流速場, (c) 渦度分布である。(a) の渦素子の分布を見ると、波形の zero-up 点や zero-down 点より左側 (移動座標系なので上流側) で正負の渦がそれぞれ発生し、それが鉛直方向に拡散しながら右方向 (下流側) に移動し、正負の渦度が打ち消しあっている過程がよく分かる。波形の zero-up 点付近と zero-down 点付近の状況を比較すると、この場合渦度の分布バ

ターンにそれほど差は見られない。また、図-3(d)に同じ条件における移流慣性項を省略した線形理論解の渦度分布を比較のために示す。これを見ると計算結果と線形理論解の渦度分布はほぼ一致したものになっていることがわかる。このことから、 $u_0/C=0.05$ 程度では移流慣性項の効果による流速場の構造の変化はあまり大きくないと考えられる。

ii) 移流項が中程度の場合 ($u_0/C=0.25$)

$u_0/C=0.25$ の場合の計算結果のうち、ここでは紙面の制約上渦素子の分布状況のみを図-4に示す。この図から、波形の zero-up 点と zero-down 点では正負の渦素子の鉛直分布パターンがやや異なっていることがわかる。zero-up 点の方が渦層が上方にまで達していることから、これは弱いながらも移流効果の現われであると考えられ

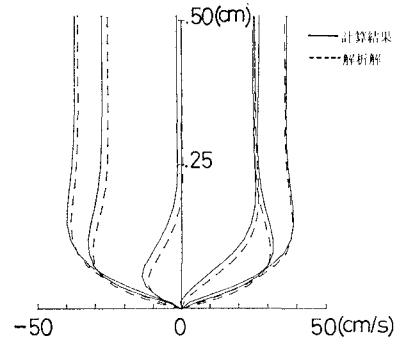
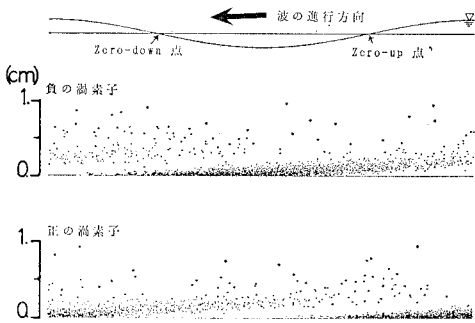
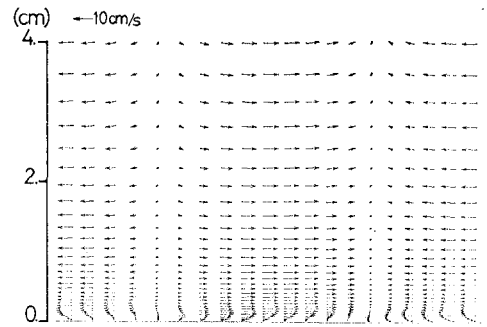


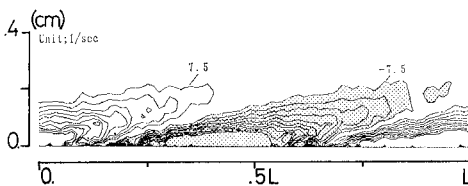
図-2 振動流境界層における流速分布の比較



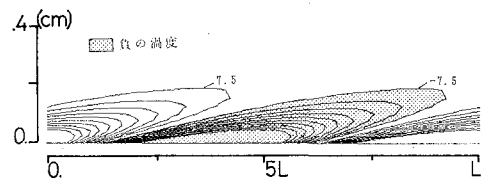
(a) 渦素子の分布



(b) 流速ベクトル



(c) 渦度分布 (等渦度線は 7.5/s 間隔)



(d) 線形理論解の渦度分布 (等渦度線は 7.5/s 間隔)

図-3 $u_0/C=0.05$ の場合の計算結果

る。

iii) 移流項が大きい場合 ($u_0/C=0.5$)

図-5 は、移流項の効果が大きい場合の計算結果であり、(d) にこれに対応する線形理論での解析解を示してある。まず現象を渦素子の分布で見てみると、zero-down 点付近では渦素子が底面付近に留まっているものの、zero-up 点付近では巻き上げられるように激しく上方に移動していることがわかる。次に、渦度分布を計算結果と線形理論解と比較すると、計算結果においては zero-up 点よりやや下流で非常に厚い渦層が形成されており、渦度場が zero-up 点と zero-down 点で明らかに非対称となっていることがわかる。また図-6 に示したのが、流速を〔非回転成分〕と〔回転成分〕に分けたとき

の zero-up 点付近の〔回転成分〕を拡大したものである。これを見ると明らかに図-5 の渦素子の分布に対応した渦が zero-up 点よりも下流上方に形成されていることがわかる。

(3) 移流効果が大きい場合の境界層形成のメカニズム

ii), iii) で述べた様な現象を引き起こす原因としてまず考えられるのは、移流慣性項による収束効果である。ここでいう渦度の収束効果とは、振動流と異なり波動場ではその zero-up 点付近で波の軌道流速が水平面内で収束し鉛直方向に向かう流れが生じることによる効果を意味している。(図-7 の白矢印)。この効果により、底面付近の渦素子が zero-up 点付近で上方に持ち上げられるため、結果的に渦度場は線形理論解の分布パターンから大きくずれたものとなる。

また、この様にして zero-up 点上方に形成された負の渦塊は、図-6 で示した様な渦流速を持ち、渦塊の直下底面上に大きなスリップ速度が引き起こされる。底面近傍ではそれを打ち消すためにそれとは逆向きの(すなわち正の)渦度が発生することから、結果的に底面近くに逆向きの強い渦層が形成される。そのため上方の渦塊と底面付近の強められた逆向きの渦層は相互作用により新たに上流向きの流速(図-7 の黒矢印)を励起し、上述のポテンシャル流速による収束効果をさらに強めることになる。

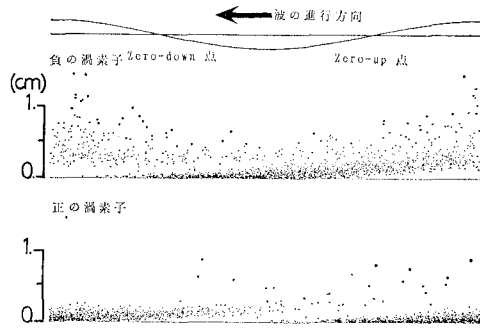
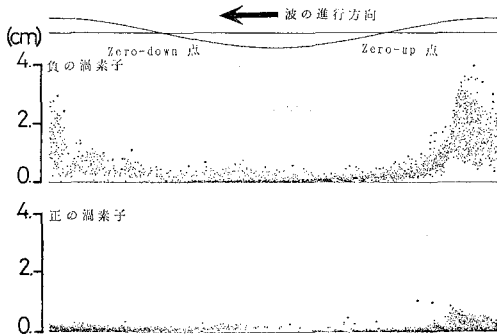
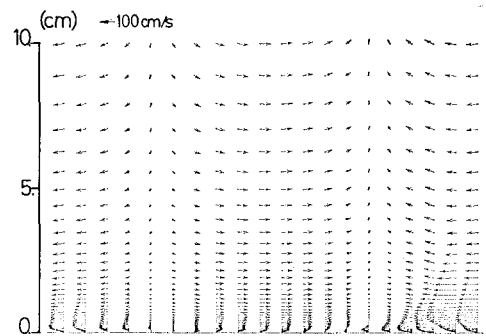


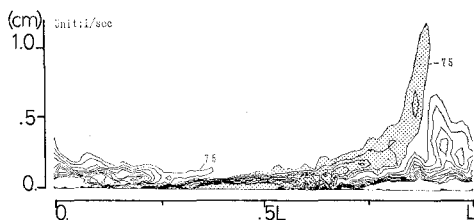
図-4 $u_0/C=0.25$ の場合の渦素子の挙動



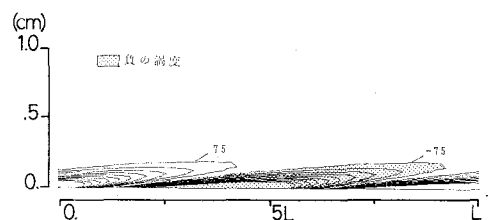
(a) 渦素子の分布



(b) 流速ベクトル



(c) 渦度分布 (等渦度線は 75/s 間隔)



(d) 線形解の渦度分布 (等渦度線は 75/s 間隔)

図-5 $u_0/C=0.5$ の場合の計算結果

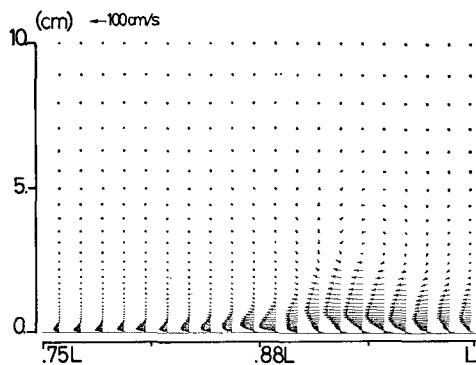


図-6 回転速度成分

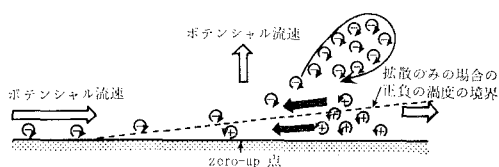


図-7 zero-up 点付近の境界層の構造

この様に、本計算で見いだされた u_0/C の大きい場合における zero-up 点付近での境界層の急激な発達とそれに伴う渦塊の形成は、軌道流速場のもつ『収束効果』と正負の渦度の『相互干渉効果』の両方の作用によるものと考えられる。これに対して、渦素子の拡散効果はこれら二つの効果をともに打ち消す方向に働く。従って、拡散効果に比べてこれら二つの効果が十分卓越する場合に、ここで見いだされたような現象が現われるものと考えられる。

4. おわりに

移流効果の大きい波動場における境界層の挙動を、比

較的簡単な数値計算法である渦素子法を用いて調べてみた。その結果、移流項の効果の大きい場合には渦度の収束効果ならびに正負の渦の相互干渉効果により波形の zero-up 点付近で渦度の激しい巻き上がりが起こり、それが上方で渦塊を形成するというプロセスをとることにより、結果的にたとえ対称な波動場においてもかなり非対称な流速場が形成されることが分かった。

本モデルは、あくまでも層流を対象としたものであり、振動流境界層において報告されているような減速域での激しい乱れの存在や、三次元的な渦度の挙動特に渦度の stretching などは表現することが出来ない。しかし、移流慣性項の存在による渦度の発散集積など基本的な渦度の挙動は正しく表現していると考えられる。

今後、軌道流速波形そのものの非対称性の強い砕波直前の波動場を対象とした計算を行い、そのような場における境界層の挙動を上述の乱れや渦度場の三次元性の効果とともに調べてみるつもりである。

最後に、本研究は文部省科学研究費一般研究(B)「砕波帯内外の波・乱れ共存場の力学構造と海底地形との相互作用に関する研究」(代表者: 日野幹雄)の補助を受けて行ったものであることを記し、ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) Hino, M., M. Kashiwayanagi, A. Nakayama and T. Hara: Experiment on the turbulence statistics and the structure of a reciprocating oscillatory flow, J. Fluid Mech., Vol. 131, pp. 363~400, 1983.
- 2) 林泰造・大橋正和: 往復流境界層の乱流構造, ながれ 1, pp. 197~207, 1982.
- 3) Baker, G. R.: The "cloud in cell" technique applied to the roll up of vortex sheet, J. Comp. Phys., Vol. 31, pp. 76~95, 1979.
- 4) イズマイル・アイディン・首藤伸夫: 波と流れによる砂灘上の流況, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 278~282, 1979.