

浮体に吸収される海岸波浪パワーの統計的評価

安田孝志*・西本光伸**

1. 緒言

海岸波浪は浅海域における主要な外力であり、そのエネルギーを効率良く1次変換するには、不規則性と併せて非線形性をも考慮する必要がある。また、その変換効率の評価は吸収された海岸波浪エネルギーの時系列特性を基に巨視的に行われなければならない。このように、浅海域において波浪エネルギーの利用を行う場合、入射波の非線形性の評価と同時にその時系列特性も問題となるため、スペクトル解析法は必ずしも有効ではなく、これに代わる手法が必要となる。著者らのグループは、これまでの一連の研究によって、海岸波浪を無数の単弦波の重ね合わせと視るのではなく、1ケのソリトンが1ケの波峯に対応する不規則ソリトン列として海岸波浪を捉える新しい描像を提示してきた。こうした描像の下での海岸波浪エネルギーの吸収は、波エネルギー吸収装置の可動部と入射波との共振によると言うよりも、むしろソリトンの衝突によって生じる可動部のインパルス応答特性に依っていると考えられる。したがって、吸収パワーの統計的評価は、海岸波浪をソリトン列と扱ったインパルス応答の時系列に基づいて行われることになる。

そこで本研究では、まず、所定の統計的特性を持つ海岸波浪のシミュレーションをソリトンモード法によって行う。ついで、波エネルギー吸収装置として鉛直1自由度のモデル浮体を考え、これにソリトンが作用するときの運動方程式を求め、インパルス応答としてこれを解くことにより、浮体の動揺振幅および吸収パワーの分布関数をソリトンの振幅分布を基に解析的に導く。最後に、その精度を数値計算結果より得られるヒストグラムとの比較により検証し、分布関数に基づく吸収パワーの統計的評価を試みる。

2. 海岸波浪の振幅分布とシミュレーション

海岸波浪を弱い非線形干渉を行う無数のソリトンから成る一種の理想気体と仮定すれば、長い伝播過程を経た

海岸波浪はいわゆる“熱平衡状態”にあると考えられ、海岸波浪を構成するソリトンの振幅分布はエントロピー最大条件により次式のように与えられる¹⁾。

$$p(A) = \frac{A^{1/2} \nu (A+2)}{\sqrt{3} [1 + \Gamma(3/5) \nu^{2/5} (128/75)^{1/5}]} \times \exp\left(-\frac{2\sqrt{3}}{15} \nu A^{3/2}\right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 Γ はガンマ関数であり、 ν はソリトンの平均振幅 A を含む次式より計算される。

$$\bar{A} (2/3)^{2/5} [\nu^{2/5} + \Gamma(3/5) \nu^{4/5} (128/75)^{1/2}] - (15)^{2/5} [\Gamma(7/5) + 2(2\sqrt{3}/15)^{1/2} \nu^{1/2}] = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

図-1は、中南米 コスタリカ のカルデラ 港沖の水深 18.2 m 地点での観測結果 (CR 20) より求めたソリトンの振幅分布と式 (1) による理論分布との比較を示す。分布のピーク位置がずれているなどの相違はあるが、全体に両者の対応は良好と言える。このときの波形のソリトンモード表示の精度が良好なことは既に示されている²⁾ ことから、波形に関する限り、CR 20 の波は式 (1) の分布に従うソリトン列として扱えると考えられる。

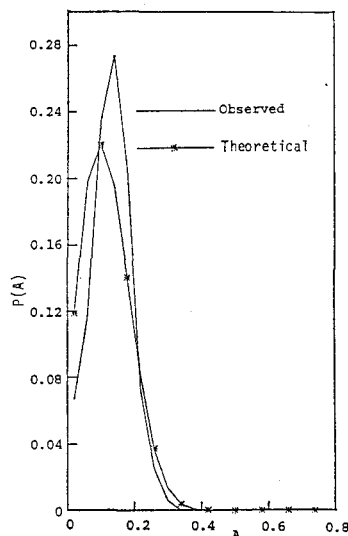


図-1 海岸波浪の振幅の理論分布と観測結果との比較

* 正 会 員 工 博 岐阜大学助教授 工学部土木工学科

** 学生会員 岐阜大学大学院 工学研究科

ソリトンのエネルギーは振幅のみで決まるため、所定のエネルギー分布を持つ海岸波浪のシミュレーションは、式(1)の振幅分布に従うソリトン列を発生させることに帰着される。ただし、波エネルギー吸収装置の応答が問題となる場合、ソリトン列の間隔(いわゆる周期 T)も考慮する必要があるので、振幅と間隔は互いに独立とし、間隔は形状母数を4および平均間隔を $\bar{T}$ とした次式で表されるWeibull分布に従うとする。

$$\left. \begin{aligned} p(T) &= 4B(T/\bar{T})^3 \exp[-B(T/\bar{T})^4] \\ &\times (1/\bar{T}), \quad B=[T/(3/2)]^2 \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

また、振幅の時系列を隣接ソリトン間の振幅の相関係数 κ によって与えるため、乱数列に従う振幅 A を次の漸化式によって相関係数 κ を持つ A_i^* に変換する。

$$A_i^* = \kappa(A_{i-1}^* - \bar{A}) + A_i \dots (4)$$

これより、所定の統計的特性を持つ海岸波浪のシミュレーションは、式(1)、(3)および(4)を基にして容易に実行できる。図-2は、 $\bar{A}=0.2$ および $\kappa=0$ の条件下で発生させた不規則ソリトン列の波形である。また、図-3および図-4は、この波形より求めた振幅および間隔のヒストグラムと式(1)および(3)による理論分布との比較を示す。これらより、所定の統計的特性を持つソリトン列、すなわち海岸波浪がシミュレート出来ていることがわかる。次章では、こうしてシミュレートされた波を変換装置に作用させたときの吸収パワーの統計的特性について考察を行う。

3. モデル浮体の応答と吸収パワー

3.1 運動方程式

波エネルギー吸収装置として図-5に示すような上下揺れのみを行う1自由度系を考える。浮体の形状は y 方

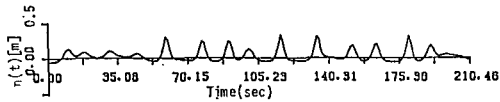


図-2 シミュレーション波形

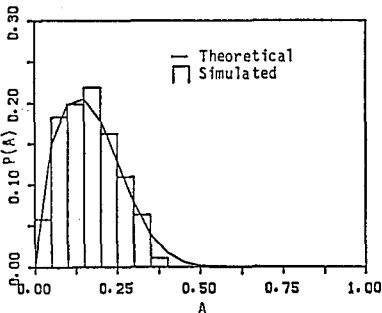


図-3 振幅の理論分布とシミュレーション結果との比較

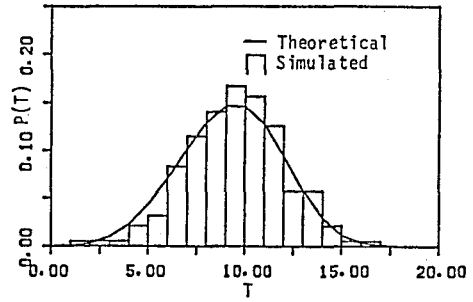


図-4 間隔の理論分布とシミュレーション結果との比較

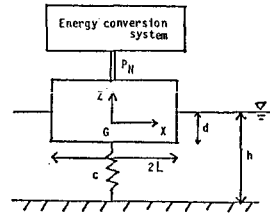


図-5 波エネルギー変換装置の模式図

向には一様であるとすれば、単位長さ当りで考える浮体の運動方程式は次のように表せる。

$$M_0 \ddot{z} = P_F - R_z - C_z \dots (5)$$

ここに、 M_0 ；浮体の単位長さ当りの質量、 P_F ；鉛直流体力、 R_z ；エネルギー変換装置(負荷系)による負荷減衰力および C_z ；係留系による復元力である。浮体を受ける鉛直流体力としては、外力としての波力他に、浮体の動揺に原因して生じる付加質量力、造波減衰力および浮力による復元力がある。ここでは問題を簡単にするため、前者の波力は浮体の運動に無関係に評価され、後者との相互干渉は無視できるものとすれば、伊藤⁹⁾の近似理論を基に波力は次のように表される。すなわち、ソリトンは浮体との衝突によってその一部が反射および透過するが、それによる変形は振幅のみに生じるものと仮定すれば、浮体の単位長さ当りに作用するソリトンの鉛直波力(揚圧力) P_S は次式で表される。

$$P_S = \rho g L [A \operatorname{sech}^2 \theta_a + A_R \operatorname{sech}^2 \theta_R + A_T \operatorname{sech}^2 \theta_T], \dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_a &= [\sqrt{3(A/h)}/2] \\ &\times [x/h - c_a(t-\delta) \sqrt{g/h}], \\ c_a &= 1 + A/2h - 3\gamma_0/2h, \\ \theta_R &= [\sqrt{3(A_R/h)}/2] \\ &\times [x/h + c_R(t-\delta) \sqrt{g/h}], \\ c_R &= 1 + A_R/2h - 3\gamma_0/2h, \\ \theta_T &= [\sqrt{3(A_T/h)}/2] \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} &\times [(x+L)/h - c_T(t-\delta) \sqrt{g/h}] , \\ &c_T = 1 + A_T/2h - 3\gamma_0/2h , \end{aligned} \right\}$$

ここに、 A ；入射ソリトンの振幅、 A_R ；反射ソリトンの振幅、 A_T ；透過ソリトンの振幅である。浮体の振動によって生じる散乱波と反射および透過ソリトンとは別物であり、 A_R および A_T は流体力学的計算あるいは水理実験によって明らかにすべきものである。ここでの目的は、浮体に吸収されるパワーの統計的記述であるから、問題を簡単にするため、 A_R および A_T は共に近似的にゼロと扱えるものとする。

ついで、浮体の振動の結果として生じる流体力 P_U については、浮体の振動が

$$z = s \exp(i\omega t) \dots\dots\dots (8)$$

に従うものとすれば、次式で表される。

$$\begin{aligned} P_U = & -(2/n) \rho g k L^2 f_B^2 \\ & + [2\rho\sigma^2 L/3(L-d)][L^2 + (L-d)^2] \\ & - 2\rho g L \} s \exp(i\omega t) \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} f_B = & \frac{\sinh k(h-d)}{k(h-d) \cosh kh} , \\ n = & \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) , \\ \sigma = & \sqrt{gh \tanh kh} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

であり、 s ；浮体の振動振幅、 σ ；浮体の振動周波数、および k ；浮体の振動によって生じる散乱波の波数（散乱波の周波数は σ に一致すると仮定する。式（9）の右辺第一項は散乱波の発生に起因する造波減衰力、第2項は浮体の加速度運動に伴う付加質量力および第3項は浮体の振動による浮力の変化に起因する復元力を表す。

以上より、式（5）における流体力 P_F は $P_F = P_S + P_V$ で表されるから、式（6）および（9）を式（5）へ代入して整理すると、不規則ソリトン列の作用を受ける浮体の運動方程式が次式のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} &\left\{ M_0 + \frac{2\rho L}{3(h-d)} [L^2 + (h-d)^2] \right\} \ddot{z} \\ &+ \left\{ \frac{2\rho g k L^2 f_B^2}{n\sigma} + R \right\} \dot{z} + (2\rho g L + C) z \\ &= \sum_{i=1}^N \rho g L A_i \operatorname{sech}^2 \theta_i , \\ C = & \sigma^2 \left\{ M_0 + \frac{2\rho L}{3(h-d)} [L^2 + (h-d)^2] \right\} \\ &- 2\rho g L \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

3.2 単一ソリトンによるインパルス応答

海岸波浪が前述のように不規則ソリトン列として扱えるならば、図-5に示したモデル浮体の応答は、各ソリトンによるインパルス応答の時間軸上での重ね合わせとして扱える。振幅 A のソリトンの作用を受けたときのイ

ンパルス応答は、式（11）より次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} z(t) = & \int_0^\infty G(s) F(t-s) ds , \\ F(t-s) = & \rho g L A \operatorname{sech}^2 \left[\frac{\sqrt{3}(A/h)}{2} \right] \\ & \times c_a(t-s-\delta) \sqrt{g/h} \} \dots\dots (12) \end{aligned} \right\}$$

ここに、 $G(s)$ はインパルス応答関数であり、式（11）に支配される系では次式のように表される。

$$\begin{aligned} G(s) = & (1/\sqrt{\gamma_a \gamma_b - \gamma_0^2/4}) \\ & \times \exp(-\gamma_0 s/2\gamma_a) \\ & \times \sin(s\sqrt{\gamma_0/\gamma_a - \gamma_b^2/4\gamma_a^2}) \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ここに、 γ_a 、 γ_b および γ_0 は、それぞれ式（11）の左辺第1、第2および第3項の係数を表す。図-6は、減衰係数 R を種々に変化させた式（13）による浮体のインパルス応答を示す。

一般に $R = \gamma_b/2$ となる場合が最適負荷と呼ばれるが、ここでは $R = 4\gamma_b$ としたときの負荷系に吸収されるパワー W について検討する。パワー W は次式で表される。

$$\begin{aligned} W(t) = & R(dz/dt)^2 \\ = & R \left[\int_0^\infty G(s) \dot{F}(t-s) ds \right]^2 \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ここに、 $\dot{F}$ は次式で表される F の時間微分である。

$$\begin{aligned} \dot{F}(t-s) = & -\sqrt{3} \rho g L A^{3/2} C \sqrt{g/h} (A/h)^{1/2} \\ & \times \operatorname{sech}^2 \theta_a(t-s) \tanh \theta_a(t-s) \dots\dots (15) \end{aligned}$$

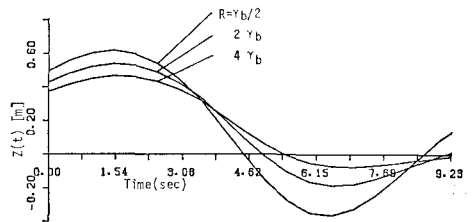


図-6 浮体のインパルス応答

3.3 不規則ソリトン列による応答

前述の図-2に示したシミュレーション波形を入射波としてモデル浮体に作用させたときの浮体の振動と負荷系に吸収されたパワーの時間変化について検討する。

図-7は、式（12）における外力項を式（11）の右辺で書き換えたときの浮体の動揺を示す。また、図-8は、

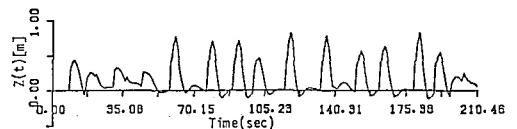


図-7 シミュレートされた浮体の動揺

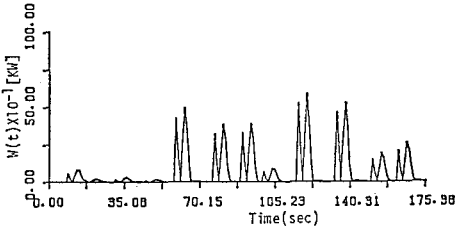


図-8 吸収パワーの時間変化

同様に計算されたパワー W の時間変化を示す。

4. 吸収パワーの統計的評価

4.1 統計的評価

浮体の動揺をソリトンの衝突によって生じるインパルス応答の連なりとし、その時系列を次式で定義される各ソリトンによるインパルス応答の最大値 H_z および H_W によって評価する。

$$\left. \begin{aligned} H_{zi} &= \max [z_i(t)] \\ H_{Wi} &= \max [W_i(t)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 i は i 番目のソリトンによる応答であることを示す。ソリトンの振幅 A と H_z および H_W との関係は式 (14) を数值的に解くことにより求められ、それを回帰式によって評価すれば、それぞれ次式のような簡単な関数で表される。

$$\left. \begin{aligned} H_z &= \alpha_1 + \alpha_2 A \\ H_W &= \beta_1 + \beta_2 \exp (\beta_3 A) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 α_j および β_j は浮体の特性を表す γ_a , γ_b および γ_c の関数である。

式 (1) の分布に従う確率変数を、式 (17) の回帰式により浮体の動揺および吸収パワーに関する確率変数 H_z および H_W に変換すれば、浮体の動揺振幅 H_z および吸収パワーの変動振幅 H_W の分布関数がそれぞれ次式のように導びかれる。

$$\left. \begin{aligned} p(H_z) &= \frac{\nu \xi^{1/2} (\xi + 2)}{\sqrt{3} \alpha_1 U} \exp \left(-\frac{2\sqrt{3}}{15} \nu \xi^{5/2} \right), \\ \xi &= \frac{H_z - \alpha_1}{h \alpha_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} p(H_W) &= \frac{\nu \eta^{1/2} (\zeta + 2)}{\sqrt{3} \beta_2 e^{\beta_3 h A U}} \exp \left(-\frac{2\sqrt{3}}{15} \nu \zeta^{5/2} \right), \\ \zeta &= \frac{1}{h \beta_3} \log \frac{H_W - \beta_1}{\beta_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

ここに、

$$U = 1 + I(3/5) \nu^{2/5} (128/75)^{1/5}$$

図-9 および 図-10 は、これら理論分布と前述の 図-7 および 図-8 に示した浮体の動揺および吸収パワーの時間変化から求めたヒストグラムとの比較を示したも

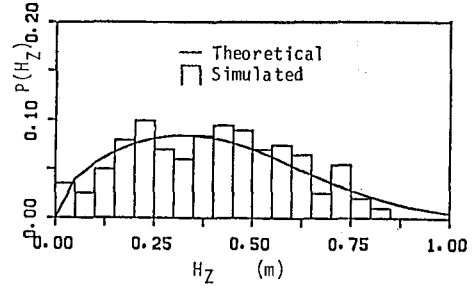


図-9 浮体の動揺振幅の理論分布とシミュレーション結果との比較

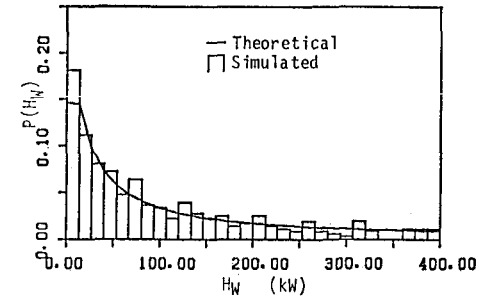


図-10 吸収パワーの理論分布とシミュレーション結果との比較

のであり、両者の対応は良好であることがわかる。これより、浮体および負荷特性の支配パラメタである γ_a , γ_b , γ_c および R と同時に、入射波特性の支配パラメタ A , T および κ を種々に変化させて分布関数の変化を統計的に調べれば、モデル浮体に海岸波浪が作用したときの動揺および吸収パワーの統計的評価が可能となる。

4.2 波浪エネルギー吸収装置の効率

ここでは、前述したパワー $W(t)$ から、系の波浪エネルギー吸収装置の効率 e_f を一波について検討し、また、 e_f と振幅の分布 $p(A)$ より系の平均効率 $\bar{e}_f$ を算出する。1 枚のソリトンの単位幅当りのパワーを W_0 、系に吸収されたパワーを W_I とすれば、系の 1 波に対する効率 e_f を次式のように定義出来る。

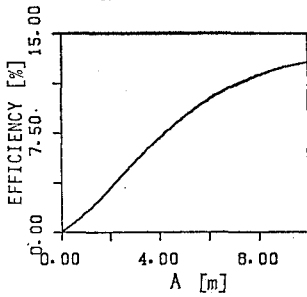
$$e_f = (W_0 / W_I) \times 100 \quad (\%) \dots\dots\dots (20)$$

ここに、

$$W_0 = \beta_1 + \beta_2 \exp [\beta_3 (Ah)] \dots\dots\dots (21)$$

$$W_I = \frac{16\sqrt{3}}{9} \rho g h \nu^{1/2} A^{3/2} \dots\dots\dots (22)$$

図-11 は、このときの効率 e_f の変化を示す。これより、ここで考えたモデル浮体の効率 e_f は、入射波の振幅が大きくなるにつれて上昇し、最終的には 13% 程度に達するが、かなり低い値に留まっている。特に入射波の振幅が 2 m 以下になると、造波抵抗による浮体のエネルギー散逸の方が負荷系の吸収よりも大きくなるた



図—11 ソリトンの振幅と効率の関係

め、効率は数%程度にまで落ち込む。これは、入射波のパワーが浮体の上下揺れを通してのみ吸収されるという仮定に基づいて W_0 が計算されていることによっているものと思われる。

振幅が式 (1) の分布に従う ソリトン列に対する 平均効率 $\bar{e}_f$ は、次式によって容易に計算できる。

$$\bar{e}_f = \int_0^{\infty} e_f p(A) dA \times 100 \quad (\%) \quad \dots\dots\dots (23)$$

図—2 に示した シミュレート波形 に対して $\bar{e}_f$ を計算すると、このときのモデル浮体の平均吸収効率は 7.1% となる。これに対し、系内に吸収されたパワーの総量の入射波パワーの総量に対する比として効率 e_f^* を定義すると、これは次式で与えられる。

$$e_f^* = \frac{\int_0^{\infty} W_0(A) p(A) dA}{\int_0^{\infty} W_I(A) p(A) dA} \quad \dots\dots\dots (24)$$

上述の シミュレート波形 に対してこの値を計算すると 7.4% となり、 $\bar{e}_f$ とほぼ一致している。したがって、不規則波に対する効率を高めるには、式 (23) から明らか

のように、 e_f が $p(A)$ のピーク値を与える振幅 A_P に対してほぼ上限に達するように浮体緒量を定めればよいことになる。

5. 結 語

海岸波浪を不規則ソリトン列とする立場から、所定の統計量の下で、ソリトンの振幅および間隔の分布関数に加えて振幅の相関係数を一致させる海岸波浪の数値シミュレーションを実施し、これを鉛直 1 自由度のモデル浮体に作用させ、その動揺および吸収パワーの時間変化をインパルス応答の連なりとして記述すると同時に、ソリトンの振幅分布関数より浮体の動揺および浮体に吸収されるパワーの振幅分布関数を導いた。これによって、吸収パワーの統計的特性が浮体および入射波の支配パラメタを与えることによって容易に評価出来るようになり、効率の統計的評価も可能になった。さらに、不規則波に対する平均効率を最大にする条件より浮体緒量の最適条件が決定できることを示した。

最後に、本研究は文部省科学研究費(一般 C.) によるものであることを付記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Yasuda, T., Mishima, T. and Tsuchiya, Y.: Amplitude distribution of shallow water swell and its tentative theory (in preparation).
- 2) 土屋義人・安田孝志・篠田成郎: うねりのソリトンモードと波群構造, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 188~192, 1964.
- 3) 伊藤喜行・千葉 繁: 浮防波堤の水理に関する近似理論と応用, 港湾技研報告, Vol. 11, pp. 140~160, 1972.