

静止から一様加速された円柱の渦励振動について

林 建二郎^{*}・J. R. Chaplin^{**}・重村 利 幸^{***}

1. 緒 言

柱状海洋構造物の作用波力に対する動的応答問題に関する基礎的な研究の1つとして、波動場に弾性的に設置された円柱の作用揚力に対する振動応答（渦励振動）特性を明らかにする実験的研究が行われてきた（例えば^{1)~3)}）。その結果、波動場の場合においても、円柱後流渦の非対称性により生ずる揚力と円柱振動の相互作用により、定常流中に弾性的に設置された円柱の渦励振動において見られる Locking-On 現象と類似な振動応答現象が生じることが把握されている。

この Locking-On 現象に代表される定常流中での渦励振動現象に対する有効な解析手法としては、強制振動方程式と Van-der-Pol 型の自励振動方程式を組み合わせた Wake-Oscillator モデルが提案されている^{4),5)}。しかし、波動場における渦励振動現象に対する十分な解析法はまだ提案されていない。その一因としては、波動流れ場には加速度成分が存在するため、主流速度は時間的に変化し、その結果作用揚力の周波数も時間的に変動することが挙げられる。

本研究は、波動場における柱状海洋構造物の渦励振動に対する有効な解析法を得ることを目的として、まず、一様加速度流中における円柱渦励振動現象の実験的把握と、この渦励振動に対する上記 Wake-Oscillator モデル式の適用法ならびに、その有効性について検討したものである。

2. 実験装置および方法

2.1 実験装置

実験はリバプール大学土木工学教室に設置されている直径 7 m、高さ 1.2 m の曳航装置付き円形水槽を用いて行なった。実験に使用した供試円柱体の概略を 図-1 に示す。円柱は外径 $D=1.905$ cm、内径 $=1.798$ cm、長さ 113.3 cm、曲げ剛性 $EI=2.8 \times 10^8$ g cm² のステン

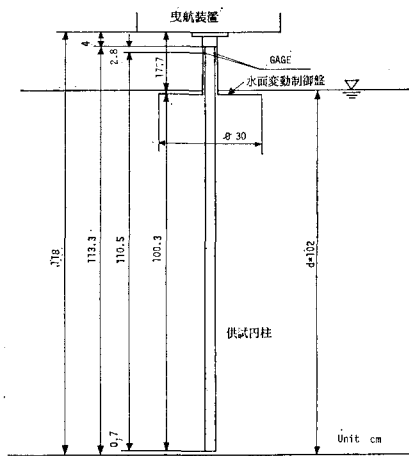


図-1 供試円柱体の概略

レス管製である。円柱は水深 $d=102$ cm を有する静水面上に設置されている曳航装置に片持梁型式で静水面上に対して垂直に設置され、一様加速度 a で曳航される。円柱の運動に伴ない発生する水面変動の影響を少なくするために、静水面近傍には水面変動制御盤（外径 $=30$ cm、内径 $=3.2$ cm、厚さ $=0.3$ cm、アクリル製）が取り付けられている。円柱の曳航方向と直角な方向に作用する力（揚力）による曲げモーメントを測定するために、円柱固定端近傍の円柱表面には、防水ひずみゲージが貼付されている。

曳航距離の測定には、ポテンシオメーターを使用した。ポテンシオメーターからの出力信号は、曲げモーメントに対応する出力信号と共に、サンプリング周波数 100 Hz で AD 変換しミニコンピュータ内のディスクに記録した。曳航距離の数値データより曳航速度 u の時間変化を算定した。曲げモーメントの数値データより、円柱の揚力方向振動量と振動周波数の時間変化を算定した。

2.2 実験方法

実験に先立ち、供試円柱体の自由振動実験を空中、静水中（水深 $d=102$ cm）で行ない、空中、静水中における円柱体の固有振動数 f_{na} , f_{nw} , および減衰定数 ζ_{ia} ,

^{*} 正会員 Ph.D. 防衛大学校講師 土木工学教室

^{**} Ph.D. Professor, Dept. of Civil Engineering, The City University, London

^{***} 正会員 Dr.Eng. 防衛大学校教授 土木工学教室

表-1 実験条件

CASE	α (cm/s ²)	T_m (sec)	S_m (cm)	U_m (cm/s)	$U_m/f_{nw}D$	Y_m/D	f_m/f_{nw}	
1	5	7.40	137	37	2.6	0.015	0.51	
2	10	5.10	130	51	3.6	0.042	0.60	換算単位長 質量 $m_e=0.008489$ g/cm
3	15	4.13	128	62	4.3	0.280	0.81	
4	20	3.50	123	70	4.9	0.480	0.86	Mass Ratio $m_e/\rho D^2=2.29$
5	25	3.12	122	78	5.4	0.900	0.89	
6	30	2.80	118	84	5.9	1.440	0.84	Reduced Damping
7	35	2.57	116	90	6.3	1.650	0.84	$2m_e(2\pi\zeta_{ta})/\rho D^2=0.115$
8	40	2.38	113	95	6.6	1.510	0.87	$2m_e(2\pi\zeta_{tw})/\rho D^2=0.432$
9	50	2.04	104	102	7.1	1.890	0.89	
10	60	1.83	101	110	7.7	1.820	1.00	曲げ剛性 $EI=2.8\times 10^8$ gcm ²
11	70	1.67	98	117	8.2	1.740	0.93	
12	80	1.53	93	122	8.5	1.790	1.02	固有振動数 (空中) $f_{na}=12.05$ Hz
13	90	1.41	90	127	8.9	1.840	1.01	(空中) $f_{nw}=7.52$ Hz
14	100	1.32	87	132	9.2	1.880	0.99	
15	110	1.23	83	135	9.4	1.760	0.99	減衰定数 (空中) $\zeta_{ta}=0.004$
16	120	1.17	82	140	9.8	1.780	1.04	(水中) $\zeta_{tw}=0.015$
17	130	1.11	80	144	10.1	1.100	1.18	
18	150	1.00	75	150	10.5	1.090	1.23	

ζ_{tw} をそれぞれ求めた。減衰定数の算定には、対数減衰法を用いた。表-1 にこれらの結果を示す。

実験では、円柱を静止の状態から一様加速度で、距離 S_m の間曳航し、その間の円柱体の渦励振動特性量を測定した。曳航距離が S_m 以上になると、曳航装置はゆるやかに速度 0 まで減速される。本実験で行なった各測定ケースにおける、一様加速度 α 、曳航距離 S_m 、および S_m 点での曳航速度 U_m を表-1 に示す。

3. 渦励振動方程式

3.1 振動方程式

実験に用いた円柱の固定端近傍(ひずみゲージ貼付点)点 K における復元曲げモーメントを M_B とし、 K 点におけるモーメント釣り合いを考慮すると、円柱体の運動方程式は (1) 式で与えられる。図-2 に、座標系を示す。

$$M_I + M_G + M_B = MFL \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、

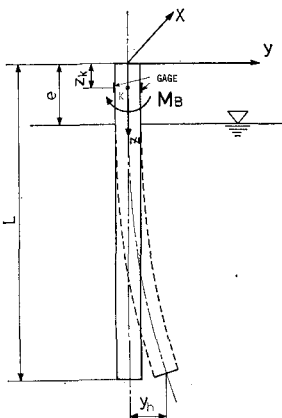


図-2 座 標 系

M_I : 円柱体の慣性力によるモーメント

M_G : 円柱体に作用する減衰力によるモーメント

MFL : 円柱体に作用する揚力によるモーメント

固定端から z の距離における円柱の振動量 $y(z)$ を、振動形関数 $\phi(z/L)$ と自由端における振動量 y_h を用いた (2) 式で表現し、

$$y(z) = y_h \cdot \phi(z/L) \quad \dots\dots\dots (2)$$

円柱体の換算単位長質量 m_e を (3) 式で表現すると

$$m_e = \int_{z_k}^L m(z) \cdot \phi(z/L) \cdot (z - z_k) dz$$

$$\left/ \int_{z_k}^L \phi(z/L) \cdot (z - z_k) dz \right. \quad \dots\dots\dots (3)$$

慣性力による K 点でのモーメント M_I 、および復元曲げモーメント M_B は、(4) 式、(5) 式で与えられる。

$$M_I = \ddot{y}_h \cdot m_e \int_{z_k}^L \phi(z/L) \cdot (z - z_k) dz \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$M_B = EI \cdot (d^2 y(z)/dz^2)_{z=z_k}$$

$$= EI \cdot y_h \cdot (d^2 \phi(z/L)/dz^2)_{z=z_k} \quad \dots\dots\dots (5)$$

これら式中、

L : 円柱固定端から自由点までの距離

$m(z)$: 円柱体の水中付加質量をも考慮した z 点における円柱体の単位長質量

通常用いられている揚力式表現を用い、式中の揚力係数 CL は水深方向に一定であると仮定すると、作用揚力による K 点でのモーメント MFL は (6) 式で与えられる。

$$MFL = \frac{1}{2} \rho \cdot CL(t) \cdot u^2(t) \cdot D \int_{z_k}^L (z - z_k) dz \quad \dots\dots (6)$$

式中 ρ : 水の密度

e : 固定端から自由水面までの距離

$u(t)$: 曳航速度 ($u(t) = at$)

(2)~(6) 式を (1) 式に代入し、振動形関数 $\phi(z/L)$ は時間的に変化しないと仮定すると、次式の振動方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \ddot{y}_h + 2\zeta_i \omega_n \dot{y}_h + \omega_n^2 y_h \\ &= \frac{1}{2} \rho C L(t) \cdot u^2(t) \cdot D \int_e^L (z - z_k) dz \\ & \quad \left| m_e \int_{z_k}^L \phi(z/L) z dz \right. \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここに、

$$\ddot{y}_h = d^2 y_h / dt^2, \quad \dot{y}_h = d y_h / dt \dots\dots\dots (8)$$

ζ_i : 全減衰定数

ω_n : 次式で与えられる円固有振動数 ($= 2\pi f_{nw}$)

$$\begin{aligned} & \omega_n^2 = EI (d^2 \phi(z/L) / dz^2)_{z=z_k} \\ & \quad \left| m_e \int_{z_k}^L \phi(z/L) z dz \right. \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

3.2 Wake Oscillator モデル

(10)式に示す無次元化数を用いると、円柱体の振動方程式(7)式は(11)式のように表現できる。

$$y_0 = y_h / D, \quad \tau = 2\pi f_{nw} t = \omega_n t \dots\dots\dots (10)$$

$$y_0'' + 2\zeta_i y_0' + y_0 = A \omega_n^2 C L \dots\dots\dots (11)$$

ここに、

$$y_0'' = d^2 y_0 / d\tau^2, \quad y_0' = d y_0 / d\tau \dots\dots\dots (12)$$

$$\omega_n = f_{st} / f_{nw} \dots\dots\dots (13)$$

$$f_{st} = S_t u(t) / D, \quad S_t: \text{Strouhal 数} \dots\dots\dots (14)$$

$$\begin{aligned} & A = \rho D^2 \int_e^L (z - z_k) dz \\ & \quad \left| 8\pi^2 S_t^2 m_e \int_{z_k}^L \phi(z/L) (z - z_k) dz \right. \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

一樣加速度中で円柱が渦励振動している場合にも、定常流中における渦励振動と同様に、揚力係数は時間的に変動し、その振幅および変動周波数は主流速と円柱振動量の関数と考えられる。したがって、一樣加速度流中で渦励振動している円柱に対する揚力係数の評価式として、定常流中で渦励振動している円柱に対する揚力係数の評価式として、Hartlen and Currie⁴⁾によって提案された(16)式で与えられる Van-der-Pol 型の振動方程式を導入する。ただし、(16)式中の ω_0 は、定常流中では定数であるが、1 様加速度中では(13)式、(14)式で示されるように t の関数である。

$$CL'' - \alpha \omega_0 CL' + \frac{\gamma}{\omega_0} (CL')^2 + \omega_0^2 CL = b y_0' \dots\dots (16)$$

ここに、 α, γ, b は任意定数である。

$$CL'' = d^2 CL / d\tau^2, \quad CL' = dCL / d\tau$$

上式中の左辺第2項、第3項は減衰項であり、 CL の変動速度 CL' が小さい時は、第2項が働いて CL は増幅される。一方、 CL' が大きい時は第3項が働いて CL は減衰される。左辺は、円柱体の振動速度 y_0' に比例する強制項であり、円柱の振動と揚力の相互作用効果を考慮するために導入されたものである。

(11)式と(16)式を連立して解くと、一樣加速度流中における渦励振動方程式 (Wake-Oscillator モデル) を形成できる。

4. 結果および考察

4.1 一樣加速された円柱の渦励振動特性

実験においては、円柱の振動に伴ない生じる固定端近傍点 K での曲げモーメント M_B は測定されているが、自由端での振動変位 y_h の直接測定は行なわれていない。

今、振動形関数 $\phi(z/L)$ は(17)式で近似できると仮定し³⁾、(17)式を(5)式に代入すると、

$$\phi(z/L) = \{3(z/L)^2 - (z/L)^3\} / 2 \dots\dots\dots (17)$$

y_h と M_{BB} の関係式(18)式が得られる。

$$y_h = M_B \cdot L^2 \{3EI(1 - z_k/L)\} \dots\dots\dots (18)$$

式中、 z_k : 固定点から K 点までの距離

(17)式を(3)式に代入して算定した、円柱体の換算単位長質量 m_e , $\text{Mass Ratio} = m_e / \rho D^2$, $\text{Reduced-Damping 値} = 2m_e \cdot (2\pi\zeta_i / \rho D^2)$ を表-1 中に示す。

これら Mass Ratio 値 , Reduced-Damping 値 は円柱渦励振動特性を支配する重要なパラメータである²⁾。

一樣加速度 $a = 50 \text{ cm/s}^2$ (CASE-9) で曳航した場合の、自由端振動変位量 y_h (測定値 M_B を(18)式へ代入して得られた計算値) と、曳航速度 u の時間変化例を図-3 に示す。円柱は、 $0 < t < 2.04$ 秒の間、 $a = 50 \text{ cm/s}^2$ で加速され、 $t = 2.7$ 秒で $u = 0$ となっている。一樣加速終了時の時間を t_m とすると、その時の曳航速度 u_m , および曳航距離 S_m は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_m &= at_m \\ S_m &= at_m^2 / 2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

図より、 y_h は速度 u の増加に伴ない著しく増大していること、並びに、 y_h の振動周波数も u の増加に伴ない大きくなっていることが分かる。

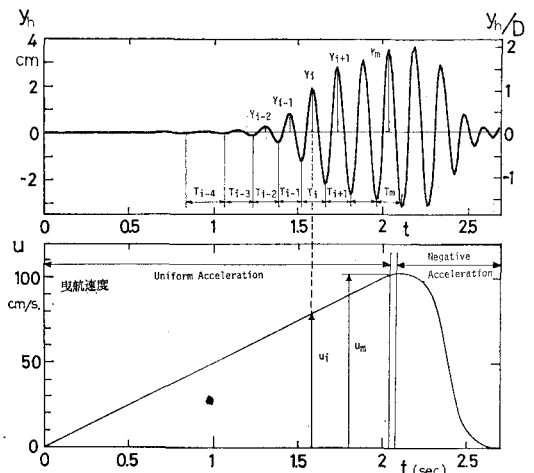


図-3 記録例 (CASE-9, $a = 50 \text{ cm/s}^2$)

このような一様加速された円柱の渦励振動特性を定量的に評価するために、周期 T_i を有する一周期間で y_h の正のピーク値が生じる時間 $t_i (i=1, 2, \dots)$ における振動量 Y_i 、振動周波数 $f_i (f_i=1/T_i)$ 、および曳航速度 u_i を図中に示すようにそれぞれ定義する。また、一様加速終了時近傍での Y_i, f_i を、それぞれ Y_m, f_m とする。これら数値の無次元数 $u_m/f_{nw}D, Y_m/D, f_m/f_{nw}$ を表-1に示す。

各実験ケースにおける一様加速度区間内での、 u_i の変化に対する Y_i と f_i の変化をそれぞれ図-4, (a) (b)に示す。図中、横軸には u_i の無次元値 $u_i/f_{nw}D$ 、縦軸には、 Y_i, f_i の無次元値 $Y_i/D, f_i/f_{nw}$ をそれぞれ取っている。また図中の直線は、(20)式で与えられる Strouhal 周波数((14)式参照) f_{si} の無次元値 f_{si}/f_{nw} と $u_i/f_{nw}D$ の関係を示す。但し、式中の Strouhal 数 S_i は 0.2 である。

$$\frac{f_{si}}{f_{nw}} = \frac{S_i u_i}{f_{nw} D} \quad \dots\dots\dots (20)$$

今回の実験においては、一様加速度曳航距離 S_m は、加速度 a が変化する各測定ケースで異なっている (表-1 参照)。従って、 S_m の違いによる影響を考慮する必要があるが、図-4 (a), (b) より以下のことが明らかである、

- 1) f_i/f_{nw} と $u_i/f_{nw}D$ の関係は、
 $u_i/f_{nw}D < \text{約} 5$ では、 $f_i/f_{nw} \div S_i u_i/f_{nw}D$
 $\text{約} 5 < u_i/f_{nw}D < \text{約} 9.5$ では、 $f_i/f_{nw} \div 1$
 $u_i/f_{nw}D > \text{約} 9.5$ では、 $f_i/f_{nw} > 1$
 である。
- 2) 上記の現象において、曳航加速度 a の影響は明確に認められない。
- 3) $u_i/f_{nw}D$ が約 5 以上になると、 Y_i/D は大きな値を示す。これは、上記 (1) に記したように、 $\text{約} 5 < u_i/f_{nw}D < \text{約} 9.5$ では $f_i/f_{nw} \div 1$ であり、 f_i は円柱体の水中固有振動数 f_{nw} に Locking-On されている結果、共振現象が生じていることによる。
- 4) $u_i/f_{nw}D$ に対する Y_i/D の増加割合は、曳航加速度 a が小さい程大きい。したがって、Locking-On 領域内にある同一の $u_i/f_{nw}D$ 値に対する Y_i/D の値は、曳航加速度 a が小さい程大きい。

上記 1), 2) の現象は、一様加速度流中の場合においても、定常流中の場合と類似な渦励振動特性 (Locking-On 領域の存在) を有することを示している。

定常流中での渦励振動の場合、Locking-On 領域ならびに渦励振動量は、Reduced-Damping 値によって変化することが確かめられている。King and Johns⁶⁾ の実験結果は、本実験における Reduced-Damping 値に比較的近い Reduced-Damping 値=0.32 値の場合、 $\text{約} 5 < u/f_{nw}D < \text{約} 10$ (u : 主流速度) の範囲で Locking-On 現象が生じていること、および無次元振動振動量 Y/D (Y :

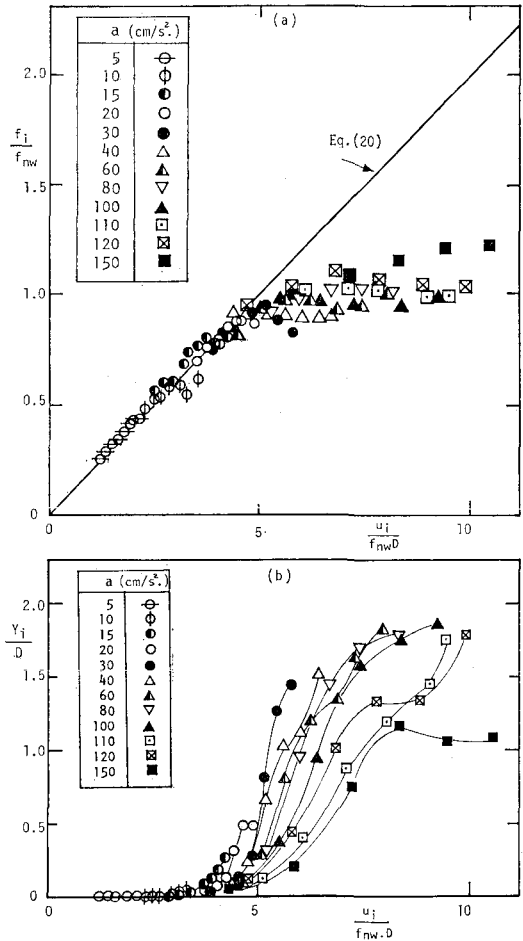


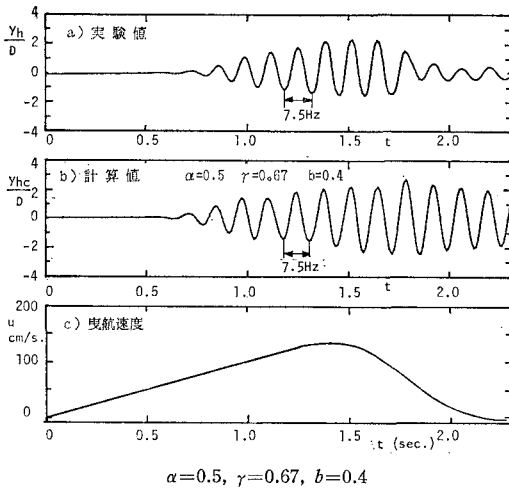
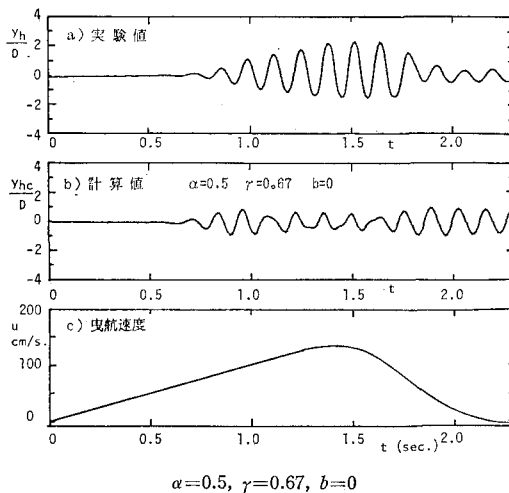
図-4 渦励振動特性

振動振幅)の最大値は2近くであることを報告している。

4.2 Wake-Oscillator モデル式の適用結果

(11) 式と(16) 式から構成される Wake-Oscillator モデルを、一様加速度 $a=110 \text{ cm/s}^2$ である CASE-15 の場合に適用し、その実験結果と比較したものを図-5、図-6 にそれぞれ示す。これら図中、(a) は円柱自由端変位の実測値の無次元値 y_h/D 、(b) は本モデルによるその計算値 y_{hc}/D 、(c) は実測曳航速度 u の時間変化をそれぞれ示す。計算に際し、(11) 式中の減衰定数 ζ_i には、静水中における減衰定数 $\zeta_{tw}=0.015$ を用いた。(11) 式右辺の定数 A には、(3) 式、(17) 式で定義される me 値、 $\phi(z/L)$ を(15) 式に代入して得られた $A=0.248$ を用いた。数値計算には、ニューマーク β 法を使用した。

図-5 (b) は、(16) 式中の任意定数を $\alpha=0.5$ 、 $\gamma=0.67$ 、 $b=0.4$ とし、同図中 (c) に示されている曳航速度 u の時間変化に対応する自由端での振動量 y_{hc} の時間変化を示したものである。今回対象としている一様加

図-5 実験値と計算値の比較 (CASE-15, $a=110 \text{ cm/s}^2$)図-6 実験値と計算値の比較 (CASE-15, $a=110 \text{ cm/s}^2$)

速度区間における、実験値 y_h と計算値 y_{hc} の一致は良好である。曳航速度 u の増加に伴ない円柱振動量が発達する過程、ならびに、振動周波数も増加し円柱体の水中固有振動数 ($f_{nw}=7.52 \text{ Hz}$) 近傍値で共振している現象がうまく評価されている。

一方、減速区間における実験値 y_h と計算値 y_{hc} の一致は不十分であり、曳航速度 u の減少に伴ない振動量が減少する過程がうまく評価されていない。波動場や振動流場では、加速領域と減速領域が交互に繰り返されている。したがって、この減衰領域に対する検討は今後の重要な課題としたい。

図-6 (b) は、(16)式中の任意定数 $\alpha=0.5, \gamma=0.67,$

$b=0$ とし、上記図-5 の場合と同様な計算を行なった結果である。計算結果 y_{hc} は、 u の増加と共に発達する渦励振動量の初期段階における時間変化特性を良く評価しているが、その後の渦励振動発達過程を評価し得てない。これは、 $b=0$ と置いたことにより、円柱振動量と作用揚力の相互作用効果が、本モデル式中で考慮されないため、Locking-On 現象を評価できないことによるものと考えられる。

5. 結 語

以上は、一様加速度流中における円柱の渦励振動現象の実験的把握と、この渦励振動現象に対する解析法として、定常流中における円柱の渦励振動現象に対する解析法として用いられている Wake-Oscillator モデル式の適用法およびその有効性について検討したものである。その結果、以下のことが明らかとなった。

(1) 主流速度が、時間的に一様に変化する一様加速度流中における円柱の渦励振動においても、定常流中の場合と類似な渦励振動現象 (Locking-On 現象) が生じている。

(2) 今回提案された Wake-Oscillator モデル式の適用法は、一様加速度領域における円柱の渦励振動現象解析法として有効である。

今後は、実験条件、実験数の拡大を図り、モデル式中に用いられている任意定数 ((16) 式中、 α, γ, b) に対する検討ならびに、減速領域における渦励振動現象に対する検討も行ない、波動場や振動流場における円柱の渦励振動現象解析法としての Wake-Oscillator モデル式の適用法を検討したい。

参 考 文 献

- 1) Sawaragi, T., Nakamura, T. and Miki, H.: Dynamic Behavior of a Circular Pile due to Eddy Shearding in Waves, Coastal Engineering in Japan, Vol. 20, pp. 109~121, 1977.
- 2) 林建二郎・Chaplin, J.R.: 波動場における直円柱の渦励振動について、第32回海岸工学論文集, pp. 633~637, 1985.
- 3) Zedan, M. F. and Rajabi, F.: Lift Forces on Cylinders Undergoing Hydroelastic Oscillations in Waves and Two-Dimensional Flow, Hydrodynamics in Ocean Engineering, pp. 239~262, 1981.
- 4) Hartlen, R.T. and Currie, I.G.: Lift-Oscillator Model of Vortex-Induced Vibration, Pro. of ASCE, EM5, pp. 577~591, 1970.
- 5) 荻原国宏: 新体系土木工学 25, 流体力, 技報堂, p. 202, 1986.
- 6) King, R., Prosser, M.J. and Johns, D.C.: On Vortex Excitation of Model Piles in Water, Journal of Sound and Vibration, Vol. 29, pp. 169~188 1973.