

柱状構造物に作用する非線型回折波力

喜 岡 渉*

1. はじめに

大断面を有する柱状海洋構造物に作用する非線型回折波力、波力を2次のオーダーまで検討した例は円柱に対しては数多くあるものの、矩形断面についてはわずかにグリーン関数法を用いた Garrison¹⁾ の研究と、円柱に対して得られた解析解を断面積により補正することによって波力およびモーメント係数を求めた Rahman²⁾ の研究例があるにすぎない。

本研究では、著者ら³⁾ がすでに円柱に対して用いた解析方法を任意形状の平面を有する柱状構造物に拡張して、その効率の良い計算方法を検討するとともに、矩形断面の構造物について具体的に波力係数とモーメント係数を求め、実験値と比較することによって計算結果の妥当性を調べるものである。また、得られた結果を円柱の計算結果と比較することにより2次のオーダーの波力に及ぼす形状効果についても若干の検討を加えるものである。

2. 解析理論

(1) 2次の波力式

座標軸を図-1 のようにとり、非粘性、非回転の流体運動を仮定する。入射波として2次のストークス波を仮定し、1次と2次の速度ポテンシャルをそれぞれ Φ_1 , Φ_2 とすると、非線型回折波理論に基づく第2次近似の j 方向の波力 F_j は次式で与えられる。

$$F_j = F_{Ij} + F_{Aj} + F_{wj} + F_{qj} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$F_{Ij} = \int_{S_B} -\rho \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} n_j dS \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$F_{Aj} = \int_{S_B} -\rho (F\Phi_1)^2 n_j dS \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$F_{wj} = \oint_W \frac{\rho}{2g} \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \right)^2 n_j dS \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$F_{qj} = \int_{S_B} -\rho \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} n_j dS \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 S_B は物体浸水面、 W は水線についての積分

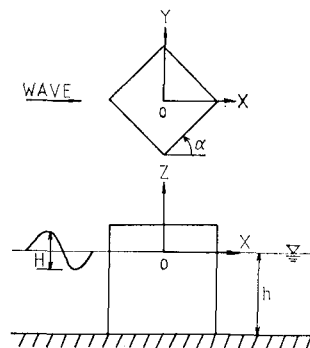


図-1 座標系と記号の定義

を表わし、 n_j は物体外向き法線ベクトル $\mathbf{n}$ の j 方向成分を示す。上式の2次項のうち速度自乗項 F_{Aj} と水線まで積分することによって生じる波力項 F_{wj} は、線型の速度ポテンシャル Φ_1 を求めることによりただちに算定することができる。また、2次の速度ポテンシャルによる波力項 F_{qj} はグリーン公式を適用することにより、物体を j 方向に強制振動させた場合の radiation ポテンシャル ϕ_j と2次の速度ポテンシャル Φ_2 に関する自由表面境界条件式の非線型項 γ についての次の積分式として表わすことができる³⁾。

$$F_{qj} = \int_{S_F} -\rho \gamma \phi_j dS \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 S_F は自由表面境界 ($z=0$) を示し、 ϕ_j は角周波数を ω として radiation 条件の他に次の境界条件式を満たすものである。

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial n} = n_j \quad (\text{on } S_B) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial z} - 4\nu \phi_j = 0, \quad \nu = \omega^2/g \quad (z=0) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ϕ_j の特性により、式 (6) の積分範囲は数値的に有限なものとして取り扱うことができる。

なお、2次のオーダーのモーメント M_j については、物体浸水面の位置ベクトルを $\mathbf{r}$ として式 (2)~(5) と式 (7) の n_j を $\mathbf{n} \times \mathbf{r}$ の各成分に置き換えることによりそのまま成り立つ。

(2) 任意平面形状の柱状構造物

任意平面形状を有する柱状構造物に対しては、二次元

* 正会員 Ph.D. 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科

グリーン関数を用いた線積分方程式法⁴⁾を適用することにより1次の速度ポテンシャル Φ_1 を算定することができる。すなわち、 Φ_1 を式 (9) で表わすことにより、

$$\Phi_1 = -ig \frac{H}{2\omega} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \times (\phi_s + e^{ikx}) e^{-i\omega t} \quad \dots\dots\dots (9)$$

散乱波ポテンシャル ϕ_s を式 (10) のように表わすことができる。

$$\phi_s(x, y) = \frac{k}{4\pi} \int_{S_C} \sigma(\xi, \eta) G(x, y; \xi, \eta) dS \quad \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 k は波数で、 (x, y) , (ξ, η) はそれぞれ計算点とソース点を示し、 S_C は物体の断面曲線を示す。グリーン関数は0次のハンケル関数 $H_0^{(1)}$ により次式で与えられる。

$$G(x, y; \xi, \eta) = i\pi H_0^{(1)}(kr) \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ である。式 (10) の強度関数 σ は断面曲線上での境界条件から次式により与えられる。

$$-\sigma + \frac{1}{2\pi} \int_{S_C} \sigma \frac{\partial G}{\partial n} dS = -2in_x e^{ikx} \quad \dots\dots (12)$$

上式を数值的に解くことにより断面曲線 S_C 上に沿う速度ポテンシャル $\phi_1 = \phi_s + e^{ikx}$ を算定することにより、1次の波力項 F_{ij} とモーメント M_{ij} はそれぞれ式 (13), (14) によって与えられる。

$$\frac{F_{ij}}{\rho g b^2 H} = \left(\frac{h}{b}\right) \left(\frac{1}{kb}\right) \frac{\tanh(kh)}{kh} f_1 e^{-i\omega t} \quad \dots\dots (13)$$

$$\frac{M_{ij}}{\rho g b^2 h H} = \left(\frac{h}{b}\right) \left(\frac{1}{kb}\right) \times \left\{ \frac{kh \sinh(kh) + 1 - \cosh(kh)}{(kh)^2 \cosh(kh)} \right\} \times f_1 e^{-i\omega t} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 b は断面の代表長を示し、 f_1 は次式を示す。

$$f_1 = \frac{1}{2} k \int_{S_C} \phi_1 n_j dS \quad \dots\dots\dots (15)$$

2次の波力項のうち式 (3), (4) の F_{dj} , F_{wj} は周期変動項 F'_{dj} , F'_{wj} および定常項 $\bar{F}_{dj}$, $\bar{F}_{wj}$ により成り立ち、それぞれの項は ϕ_1 の共役複素数を ϕ_1^* とすると次の各式で与えられる。

$$\frac{F'_{dj}}{\rho g b H^2} = \frac{1}{16kb} \frac{1}{\sinh(kh) \cdot \cosh(kh)} \cdot \oint_{S_C} \left\{ D_1 \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial s} \right)^2 + D_2 \phi_1^2 \right\} n_j dS \cdot e^{-2i\omega t} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{F'_{wj}}{\rho g b H^2} = \frac{1}{16} \oint_{S_C} \phi_1^2 n_j dS \cdot e^{-2i\omega t} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{\bar{F}_{dj}}{\rho g b H^2} = \frac{1}{16kb} \frac{1}{\sinh(kh) \cdot \cosh(kh)} \cdot \oint_{S_C} \left\{ D_1 \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial s} \right) \left(\frac{\partial \phi_1^*}{\partial s} \right) + D_2 \phi_1 \phi_1^* \right\}$$

$$\cdot n_i dS \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\frac{\bar{F}_{wj}}{\rho g b H^2} = \frac{1}{16} \oint_{S_C} \phi_1 \phi_1^* n_j dS \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、

$$D_1 = h/(2b) + \sinh(kh) \cdot \cosh(kh)/(2kb)$$

$$D_2 = \sinh(kh) \cdot \cosh(kh)/(2kb) - h/(2b)$$

また、式中の $\partial \phi_1 / \partial S$, $\partial \phi_1^* / \partial S$ は S_C に沿う各点の ϕ_1 と ϕ_1^* から容易に求めることができる。

F_{qj} は周期項のみから成り、算定にあたっては物体外側領域 S_F 各点の速度ポテンシャル ϕ_1 と式 (10) で $H_0^{(1)}/(kr)$ として与えられる ϕ_s' を求めておく必要がある。また、式 (7), (8) を満たす radiation にポテンシャル ϕ_j も S_F 上で別途計算しておく必要がある。 ϕ_j の算定には通常三次元のグリーン関数を用いる必要があるが、物体断面の対称性や n_y が常に0となることなどから三次元問題として取り扱っても比較的効率良く求めることができる。 ϕ_1 , ϕ_s' および ϕ_j が与えられたとすると、 F_{qj} は次式により求めることができる。

$$\frac{F_{qj}}{\rho g b H^2} = \frac{(kb)^2}{16} \int_{S_F} \phi_j \oint_{S_C} \left[2 \left\{ \frac{\phi_s'(x-\xi)}{r} + \frac{ik e^{ikx}}{(kb)^2} \right\}^2 + \left\{ \frac{\phi_s'(y-\eta)}{r} \right\}^2 + (3 \tanh^2(kh) - 1) \phi_1^2 \right] dS dx dy \times e^{-2i\omega t} \quad \dots\dots\dots (20)$$

なお、上記の式において複素表示のものはすべて実数部をとるものとする。また、対応する2次のモーメントの各項 M'_{dj} , M'_{wj} , $\bar{M}_{dj}$, $\bar{M}_{wj}$ および M_{qj} を $(\rho g b h H^2)$ で割って無次元表示したものは、式 (16), (18) については式中の D_1, D_2 を式 (21), (22) と置き換えることにより、式 (17), (19) については n_j を $h n_j$ と置き換えることにより、また式 (20) は ϕ_j の算定にあたって式 (7) の境界条件を $(h+z)n_j$ とすることによってそれぞれ表わすことができる。

$$D_1 = (h/b)^2/4 + (h/b) \sinh(2kh)/(4kb) - \cosh(2kh)/(8k^2 b^2) + 1/(8k^2 b^2) \quad \dots\dots (21)$$

$$D_2 = (k/b) \sinh(2kh)/(4kb) - \cosh(2kh)/(8k^2 b^2) - (h/b)^2/4 + 1/(8k^2 b^2) \quad \dots\dots\dots (22)$$

3. 矩形断面に対する計算結果とその考察

水深 h の水底に置かれた一辺が b の正方形断面を持つ構造物について、上述の解析理論に基づいて2次までの回折波力を計算した。物体断面曲線 S_C の分割線分数は曲線に沿う各点での ϕ_1 と自由表面 S_F 上での ϕ_1 を精度良く求めておくことが必要となることから、1次解 F_{ij} のみを算定する場合に比べて解析精度上多くとらなければならない。ここで用いた分割数は32で、半径が a の円柱に対して $ka=2$ までの範囲について、断面ま

わりの1次の速度ポテンシャルを計算して MacCamy・Fucksの理論解と比較したところ、数値解の誤差は10%以内であった。式(20)の算定にあたっては、自由表面 S_F を800の矩形要素に分割した。式(20)の被積分項は、物体表面から1波長ないし2波長遠方ではほぼ正弦関数とみなせることから、平均操作を行うことにより積分範囲を小さくとることができる。なお、ソース点付傍における式(10)および式(12)の積分項の評価にあたっては、中村・奥⁵⁾による算定法を用いた。

図-2は断面の波向き角 α が 0° と 45° の場合についての1次項の計算結果で、 n_1 すなわち n_x としたときの式(15)の f_1 の実数部と虚数部をそれぞれ実線と破線で示したものである。得られた結果より任意の水深 h/b での1次の x 方向の波力 $F_u/(\rho g b^2 H)$ とモーメント $M_u/(\rho g b^2 h H)$ はそれぞれ式(13)と(14)から求めることができる。2次のオーダーの波力項のうち、式(18)で与えられた $\bar{F}_{aj}/(\rho g b H^2)$ と式(19)の $\bar{F}_{wj}/(\rho g b H^2)$ を加えて全定常力を計算した結果を図-3に示す。水深比が $h/b=2$ と5の計算値についてはグラフ上の差異は見られない。また、ここに示した計算範囲では $\alpha=0^\circ$ と 45° の計算結果は一致しない。式(16)、(17)に示した時間変動項 $F'_{aj}/(\rho g b H^2)$ と $F'_{wj}/(\rho g b H^2)$ に式(20)

の $F_{aj}/(\rho g b H^2)$ を加えたものから $e^{-2i\omega t}$ を除して、その実数部を実線で、虚数部を破線で示したものが図-4である。 $kb<0.5$ および $kb>1.5$ のときすべての h/b に対して α による計算値の差異が大きくなっている。2次のオーダーまでの全水平方向波力 F_T は kb , h/b の関数のみならず H/b にも依存し、得られた結果から次式により求めることができる。

$$F_T/(\rho g b^3) = \text{Real}[(H/b) \cdot F_u/(\rho g b^2 H) + (H/b)^2 \cdot F_s/(\rho g b H^2) + (H/b)^2 \times \{F/(\rho g b H^2)\} \cdot e^{-2i\omega t}] \dots\dots\dots (23)$$

対応する $z=-h$ まわりのモーメントの定常項と時間変動項についての結果はそれぞれ図-5と図-6に示した。波力と同様に、 $M_s/(\rho g b h H^2)$ は $\bar{M}_{aj}/(\rho g b h H^2)$ と $\bar{M}_{wj}/(\rho g b h H^2)$ を加えたもの、 $M/(\rho g b h H^2)$ は $M'_{aj}/(\rho g b h H^2)$, $M'_{wj}/(\rho g b h H^2)$ および $M_{aj}/(\rho g b h H^2)$ の和から $e^{-2i\omega t}$ を除したものを示している。

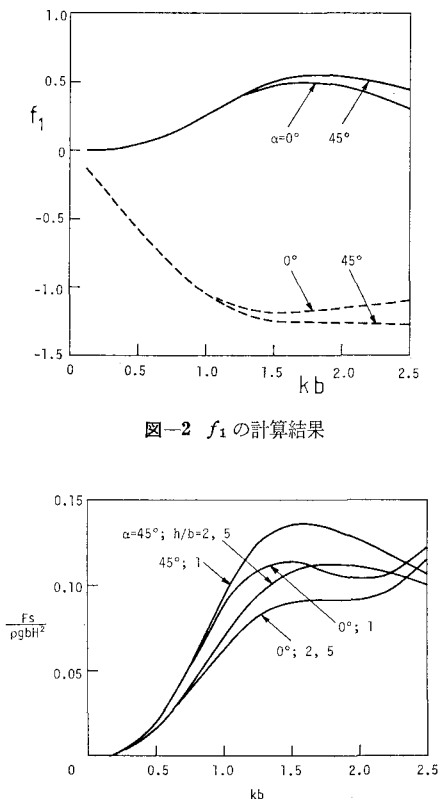


図-2 f_1 の計算結果

図-3 定常波力項の計算結果

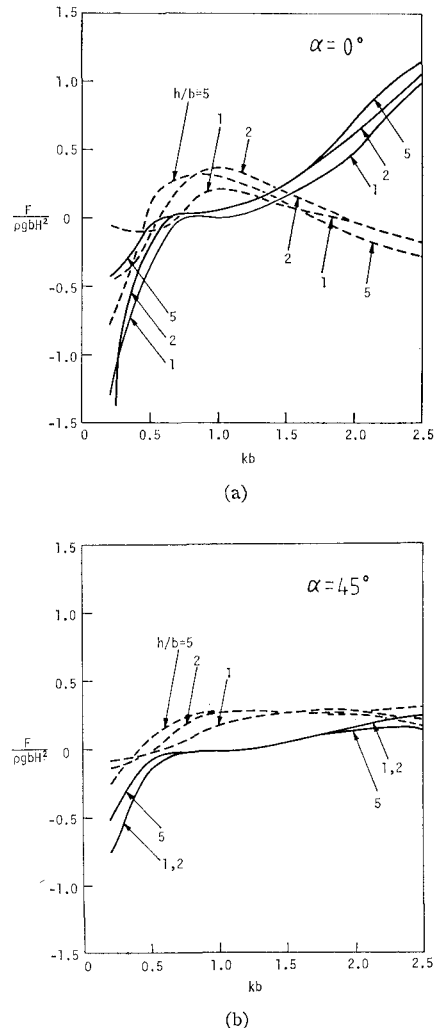


図-4 2次の時間変動波力項の計算結果

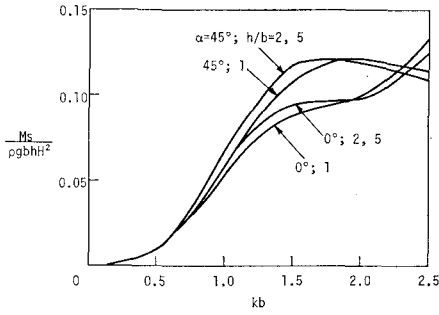
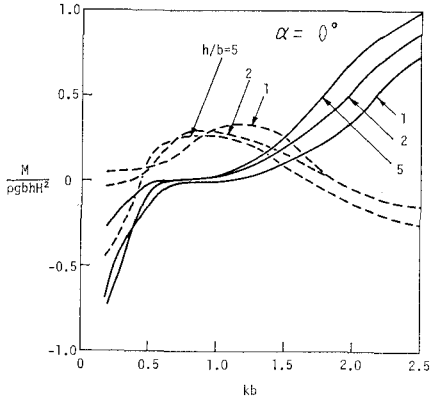
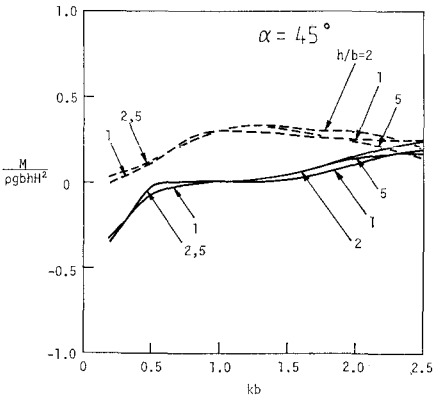


図-5 モーメントの定常項の計算結果



(a)



(b)

図-6 2次のモーメントの時間変動項の計算結果

次に, Mogridge・Jamieson⁶⁾ による正方形断面ケーソンに対する実験結果と理論値を比較することによって, 解析理論の適用性について検討した. ただし, 彼らの実験値は波力, モーメントともに1周期間における二つの極値の絶対値の平均として求められているため, ここで比較した係数は正の最大値より常に小さくなる. 波の非線型性の影響が明らかな二つのケースのうち, $h/b=1.6$, $kb=0.46$ のケースについては波力, モーメント

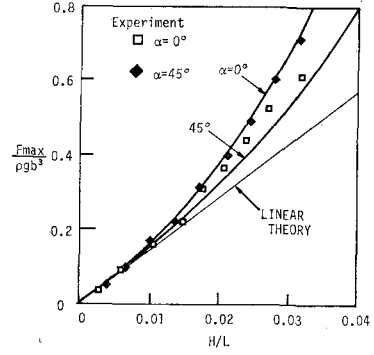


図-7 波力係数の実験値との比較

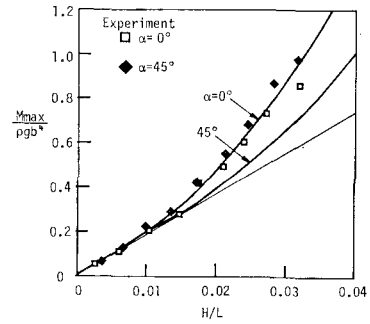
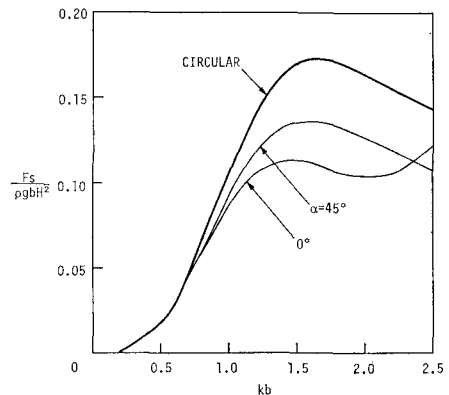
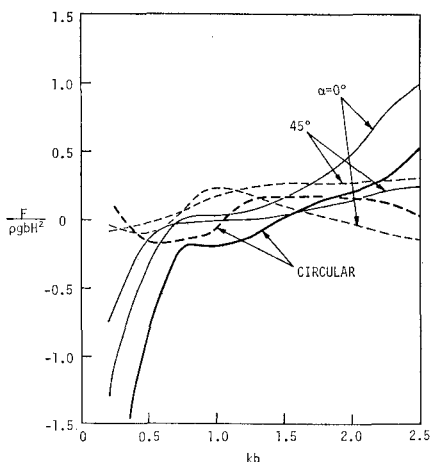


図-8 モーメント係数の実験値との比較

係数ともに理論値は実験値と良く一致し, かつ $\alpha=0^\circ$ と 45° の結果はほぼ一致した. もう一方の $h/b=2.45$, $kb=0.30$ のケースにおける計算結果を実験値とともに図-7, 図-8に示す. 波力, モーメントともに波形勾配 H/L が大きくなると, $\alpha=0^\circ$ では理論値は実験値に対して過大となり, $\alpha=45^\circ$ の場合は過小となる傾向が見られる. 隅角部からの離れによる影響と考えられるが, 実験ケースが少なくかつばらついているためその理由は明らかでない.

図-9 定常波力項の比較 ($h/b=1$)



図—10 2次の時間変動波力項の比較 ($h/b=1$)

図—9と図—10は、非線型波力項に及ぼす構造物の断面形状の効果について調べるため、正方形断面の計算結果を同一の断面積を有する円柱の計算結果と比べたものである。図中の円柱に対する計算値は円柱の半径 a を $b = \sqrt{\pi a}$ と換算することにより示してある。図からわかるように、定常項および時間変動項ともに円柱の結果と矩形断面の結果は $kb=1.0$ 付近を除いて大きく異なっており、円柱に対する理論値を矩形断面構造物にそのまま適用することは2次のオーダーでは適切でないといえよう。

4. 結 語

任意形状の平面を有する柱状構造物に作用する第2次近似回折波力力の算定方法を線積分方程式法に基づき提案した。矩形断面構造物について得られた計算結果を同一の断面積を有する円柱の結果と比較すると2次のオーダーでは著しく異なることから、非線型項の評価にあたっては形状効果を見逃すことがわかった。ここで示した解析方法によれば、任意形状の平面に対して比較的効率良く非線型項を算定することができる。

参 考 文 献

- 1) Garrison, C. J.: Nonlinear wave loads on large structures, Proc. 3rd Int. Offshore Mechanics and Arctic Engineering Symposium, pp. 123~135, 1985.
- 2) Rahman, M.: A practical prediction of second-order wave diffraction caused by large offshore structures, Adv. Water Resources, Vol. 9, pp. 58~69, 1986.
- 3) 喜岡 渉・石田 昭: 円柱に作用する第2次近似回折波力, 第31回海岸工学講演会論文集, pp. 620~624, 1984.
- 4) Isaacson, M.: Vertical cylinders of arbitrary section in waves, Jour. Water Way, Port, Coastal and Ocean Division, Vol. 104, No. WW4, pp. 309~324, 1978.
- 5) 中村孝幸・奥 吉雄: 任意平面形状を有する堤体構造物まわりの波変形の解析方法について, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 594~598, 1985.
- 6) Mogridge, G.R. and Jamieson, W.W.: Wave forces on square caissons, Proc. 15th Int. Cont. on Coastal Engineering, pp. 2271~2289, 1976.