

碎波段波衝突による波力の一評価方法

松富英夫*. 浅田 宏**. 楠岡善治***

1. まえがき

ドライ・ベッド上のサーリング・フロント衝突による構造物への衝撃波力評価に関する理論的研究としては、陸上週上津波を対象としたゲート急開流れのサーリング・フロントに Cumberbatch 理論¹⁾を適用した Cross²⁾の研究が代表としてあり、その結果の有用性も実験値との比較により確認されている。

一方、下流側水深を有する碎波段波衝突による衝撃波力の理論的推定を試みた研究はほとんどなく、同じく津波を対象としたゲート急開流れの段波に Cumberbatch 理論を適用した Cross の研究が挙げられる程度である。しかし、その研究にても、衝撃波力評価の際に必要とされる段波の水面形（水面勾配と水深）や段波移動速度などに、それらの理論的推定がまだ困難な研究の進捗状況であったため、実験値が用いられており、完全に理論的なわけではない。

そこで、本研究は、著者らの一人により対象段波の水面形や移動速度などの理論的推定が可能にされたので³⁾、その理論を Cross の理論に適用することで碎波段波衝突による衝撃波力の完全に理論的な推定を試み、その結果の妥当性を実験値との比較により検討することを目的とするものである。

2. 理論

本研究は、図-1に示すように、初期下流側水深と流速を有する場合のゲート急開流れの碎波段波が鉛直壁に衝突する時で、静水圧が支配的とならない段波衝突後の比較的短い間での衝撃波力を対象とすることにする。

Cross に従えば、Cumberbatch 理論を用いて、本研究対象段波衝突による全(衝撃)波力は次式で推定される²⁾:

$$F = \frac{1}{2} \rho g h^2 + C_F \rho u^2 h \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

ここで、 ρ : 水の密度、 g : 重力加速度、 h と u : 衝突壁

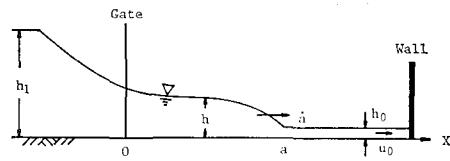


図-1 対象段波と想定壁面

がないとした時の壁の据えられる位置での入射段波の全水深と断面平均水平方向水粒子速度, $\tan \theta$: 水面勾配, C_F : force coefficient と呼ばれるもので¹⁾, 式(2)は Cumberbatch 理論の近似として Cross により導かれたものである。水面勾配にかかっている指數 1.2 はその近似の程度により多少変化し得るものである。また、本来ならば Cumberbatch 理論は下流側水深を有する段波には適用できない。段波内部の流況は Cumberbatch 理論で想定されている（ドライ・ベッド上の流れの）流況と異なるからである。よって、本研究で示される方法は段波下流側水深 h_0 が段波波高に比べてかなり小さい場合にのみ適用可能と思われる。

式(1)と(2)から判断されるように、全波力の経時的変化は衝突壁がないとした時の壁の据えられる位置での入射段波の時々刻々の水深、水面勾配と流速が与えられれば推定可能となる。本研究ではその水深と水面勾配を各々著者らの一人の水深に関する次の理論式³⁾；

$$b = -2 \sqrt{\beta} \cos \frac{\varphi}{2} + \frac{2}{\beta} S_1 (\dot{x} - U)^2 \frac{a - \xi}{x}, \quad \dots, \quad (2)$$

$$\beta = \sqrt{-m^3} \quad \cos \varphi = -\frac{q}{m}$$

$$m = - \left\{ \frac{4}{\gamma^2} S_5^{-2} (\dot{a} - U)^4 \left(\frac{a - \xi}{\gamma} \right)^2 \right\}$$

$$-\frac{4}{3}S_5(\dot{a}-u_0)(\dot{a}-U)h_0\sqrt{\frac{a-\xi}{a}}$$

$$+\frac{2}{\gamma}(\dot{a}-u_0)^2h_0+h_0^2+\frac{2}{\gamma}KU^2(a-x)\Big\}\,,$$

$$q = -\frac{2}{3a}S_5(\dot{a}-U)^2 \frac{a-\xi}{a+\xi} \left(\frac{8}{9c^2}S_5^2(\dot{a}-U)^4 \right.$$

$$\cdot \left(\frac{a-\xi}{a-x} \right)^2 - \frac{4}{a} S_5 (\dot{a} - u_0) (\dot{a} - U) h_0$$

* 正会員 工修 秋田太郎 助手 篠山学部土木工学科

** 正会員 工博 秋田大学教授 鈴山学部土木工学科

*** 正会員 秋田市役所

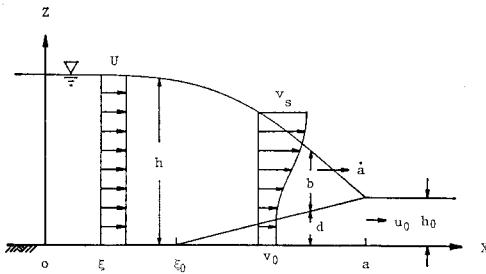


図-2 段波先端モデルと記号

$$\begin{aligned} & \cdot \sqrt{\frac{a-\xi}{a-x}} + \frac{2}{g}(\dot{a}-u_0)^2 h_0 + h_0^2 \\ & + \frac{2}{g} K U^2 (a-x) \Big\} + \frac{2}{g} \frac{S_2}{S_1^2} (\dot{a}-u_0)^2 h_0^2, \\ S_1 &= \frac{1}{12} (4+A), \quad S_2 = \frac{1}{5} + \frac{A}{15} + \frac{A^2}{105}, \\ S_3 &= 1 - \frac{S_2}{S_1^2}, \end{aligned}$$

 $\xi_0 \leq x \leq a$ で

$$\begin{aligned} & h \left(\frac{S_2}{S_1^2} \frac{h}{h-d} - 1 \right) (v_0 - \dot{a})^2 + 2h_0(\dot{a}-u_0) \\ & \cdot \left(\frac{S_2}{S_1^2} \frac{h}{h-d} - 1 \right) (v_0 - \dot{a}) + \frac{S_2}{S_1^2} \frac{(\dot{a}-u_0)^2}{h-d} h_0^2 \\ & + \frac{g}{2} h^2 - (\dot{a}-u_0)^2 h_0 - \frac{g}{2} h_0^2 \\ & - K U^2 \left(1 - \frac{d}{h_0} \right) (a - \xi_0) \\ & = 0 \end{aligned} \quad \dots \quad (4)$$

とそれを空間微分して得られる次式;

 $\xi \leq x \leq \xi_0$ で

$$\begin{aligned} \tan \theta &= -\frac{\partial h}{\partial x} \\ &= -\frac{2}{3} \beta^{-2/3} \frac{\partial \beta}{\partial x} \cos \frac{\varphi}{3} + \frac{2}{3} \beta^{1/3} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \sin \frac{\varphi}{3} \\ & - \frac{2}{3g} S_5 (\dot{a} - U)^2 \frac{a - \xi}{(a - x)^2} \end{aligned} \quad \dots \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta}{\partial x} &= \left(-\frac{m}{12} \right)^{1/2} \left\{ \frac{8}{3g^2} S_5^2 (\dot{a} - U)^4 \frac{(a - \xi)^2}{(a - x)^3} \right. \\ & - \frac{2}{g} S_5 (\dot{a} - u_0) (\dot{a} - U) h_0 \frac{(a - \xi)^{1/2}}{(a - x)^{3/2}} \\ & \left. - \frac{2}{g} K U^2 \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= \frac{1}{2\beta} \left(1 - \frac{q^2}{4\beta^2} \right)^{-1/2} \left[-\frac{2}{3g} S_5 (\dot{a} - U)^2 \right. \\ & \cdot \frac{a - \xi}{(a - x)^2} \left(\frac{24}{9g^2} S_5^2 (\dot{a} - U)^4 \left(\frac{a - \xi}{a - x} \right)^2 \right. \\ & - \frac{6}{g} S_5 (\dot{a} - u_0) (\dot{a} - U) h_0 \left(\frac{a - \xi}{a - x} \right)^{1/2} \\ & \left. \left. + \frac{2}{g} (\dot{a} - u_0)^2 h_0 + h_0^2 \right) - \frac{q}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial x} \right], \end{aligned}$$

 $\xi_0 \leq x \leq a$ で

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \left\{ (\dot{a} - v_0)^2 h_0 h - 2(\dot{a} - v_0)(\dot{a} - u_0) h_0^2 - \frac{g}{2} h_0 h^2 \right. \\ & + (\dot{a} - u_0)^2 h^2 + \frac{g}{2} h_0^3 + K U^2 (h + h_0 - 2d) \\ & \cdot (a - \xi_0) - 2K U^2 (d - S_5 h) \left(\frac{h}{d} - \frac{h_0}{d} \frac{\dot{a} - u_0}{\dot{a} - v_0} \right) \\ & \cdot (a - \xi_0) \Big\} / \left\{ (\dot{a} - v_0)^2 (d - 2S_5 h) \right. \\ & + 2S_5 (\dot{a} - v_0)(\dot{a} - u_0) h_0 + \frac{3}{2} g h^2 - g h d \\ & - (\dot{a} - u_0)^2 h_0 - \frac{g}{2} h_0^2 - K U^2 \left(1 - \frac{d}{h_0} \right) (a - \xi_0) \\ & \left. - 2g(d - S_5 h) \left(h - \frac{\dot{a} - u_0}{\dot{a} - v_0} h_0 \right) \right\} (a - \xi_0) \\ & \dots \dots \dots \quad (6) \end{aligned}$$

で評価することにする。ここで、 x : ゲート位置を原点とする水平距離座標、 a : 段波先端位置、 ξ : 段波後端位置、 ξ_0 : コア領域終端位置、 \dot{a} : 段波先端移動速度、 U : 段波後端での断面平均水平方向水粒子速度、 v_0 : 底面での水粒子速度、 u_0 : 初期のゲート下流側での水粒子速度、 d : コア厚、 K : 抵抗係数、 A : 段波内の水平方向水粒子速度の鉛直分布に関する定数である。ただし、本研究では式(1)の u として近似的に U が、 A として 2.0 が採用される。 a 、 ξ や ξ_0 などの評価方法については文献 3) を参照されたい。また、対象段波の水面形推定における段波のモデル化と式中の諸記号については図-2 を参照されたい。

ところで、式(6)は段波先端 ($x=a$) で 0/0 の不定形となるため、このままでは段波衝突時の全衝撃波力を評価することができない。本理論ではこの時に最大衝撃波圧(図-5 参照)を生じ、その評価は非常に重要である。そこで、不定形の極限値を得る手法でその解を求めるこことし、その結果として次式が得られる。

$$\begin{aligned} (\tan \theta)_{x=a} &= \frac{1}{J_3} (J_1 + \sqrt{J_1^2 - J_2 J_3}) \quad \dots \quad (7) \\ J_1 &= \frac{1}{a - \xi_0} \{ (\dot{a} - u_0)^2 h_0 - g h_0^2 \} - K U^2 \left(2 \frac{S_2}{S_1^2} - 1 \right) \\ & + 2K U^2 \frac{g h_0}{(\dot{a} - u_0)^2} \frac{S_2}{S_1^2}, \\ J_2 &= 2K^2 \frac{U^4}{(\dot{a} - u_0)^2} \frac{S_2}{S_1^2} - 2K U^2 \frac{h_0}{a - \xi_0}, \\ J_3 &= -2S_5 \{ (\dot{a} - u_0)^2 - g h_0 \} \\ & - 2g h_0 \left\{ 1 - \frac{g h_0}{(\dot{a} - u_0)^2} \right\} \frac{S_2}{S_1^2}. \end{aligned}$$

ここで、添字 $x=a$ は段波最先端での値であることを表す。

3. 解の適用性

本理論の実際問題への適用性について既往の実験結果との比較を通して検討することにする。

波力の実験は難しいこともあってか、特に本研究対象段波衝突による波力の実験例は少なく、入射段波条件や波力の経時変化などもはっきりしている実験値としては Cross のものが利用できる程度である。それも一実験値の利用ができるだけで、それは初期ゲート上流側水深 $h_1 \approx 0.366$ m, $h_0 \approx 0.006$ m, $u_0 \approx 0$ m/s, 底面勾配 $i \approx 0.002$ の条件の基で得られたものである。ただし、段波衝突直後に発生する最大衝撃波圧に関しては福井らのものが利用できる⁴⁾。そこで、Cross の実験値と福井らの実験値や実験式との比較により、本研究で示された理論的手法の妥当性を検討することにする。

図-3 は水位の経時的变化（ゲート地点からの距離 $x \approx 4.7$ m で）の比較を示したものである。水位の立ち上がり始めが共に時間 t の原点とされている。ただし、理論値は段波を進行させて、想定壁面位置での水位変化を求めたもので、抵抗係数としては Cross の与えた Chézy の流速係数 $C_h (=98)$ より換算 ($K = g/C_h^2$) されたものが採用されている。 $t=0$ での段波を剛体と考え、想定壁面位置通過後も水面形と先端移動速度 \dot{a} は変わらないものとして水位変化を求めた場合もほぼ同じ結果となつた。この図によると、理論値の方が全般的に実験値よりも大きく、特に $t=0.2$ sまでの水位の立ち上がり過程には大きな違いが認められる。これらの理由として、i) 実験での h_0 の評価の正確性、ii) 気泡を含んだ流れに対する波高計の応答性や iii) 実験値は排水のことを考えて緩い斜面上で得られたものであるが、理論値は水平床として評価されているなどが考えられる。特に、i) の段波下流側水深は段波水深に大きな影響を及ぼすものである。

図-4 は全波力の経時的变化（ゲート地点からの距離 $x \approx 5.1$ m で）の比較を示したものである。この図によると、理論値と実験値は比較的良好く一致している。また、本理論では、コア領域終端（図-2 の $x=\xi_0$ ）点での水面勾配が食い違っているため、波力もその点で食い違いを見せるが、その大きさは最大全波力から見れば無視できる程度であることが判る。図中には、壁面衝突開始時の段波と同一水理条件を有する理想的な定常段波が壁面に衝突して完全反射する場合の Stoker 理論⁵⁾で評価される全静水圧も合わせて示されているが、Stoker 理論で評価される全静水圧は段波衝突直後の短い間に形成される全衝撃波力よりもかなり大きいようである。衝撃的全波力の評価には本研究の方法がより合理的であると判断される。さらに、図中には水面勾配として式(7)を用いて評価した段波衝突時の全衝撃波力が黒丸印で示されて

いる。この値は $t=0$ の時の段波先端 ($x=a$) 近傍での水深と水面勾配を用いて評価された波力から外挿して求められたものとほぼ同じであった。

図-5 は衝撃波圧 p の経時的変化（ゲート地点からの距離 $x \approx 5.1$ m でのもの。ただし、段波水深に関する実験値は 4.7 m でのものが用いられている）の比較を示したものである。ここで、衝撃波圧は、全波力 F と段波水深 h を用いて、 $p/\rho g = F/\rho gh$ で定義されている。この図によると、発生時刻に差が存在しているが、理論と実験の最大衝撃波圧 p_m （理論値は図中の黒丸印）はほぼ同じ値を示している。しかし、ほぼ一定値となる $t=0.1$ s 以後での理論波圧は過少評価傾向にある。これは主に、図-3 からも判断されるように、その領域での両者間の

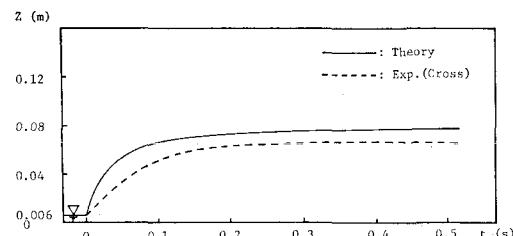


図-3 水位の経時変化の比較

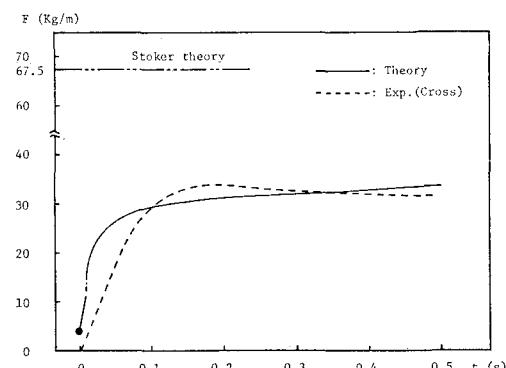


図-4 全波力の経時変化の比較

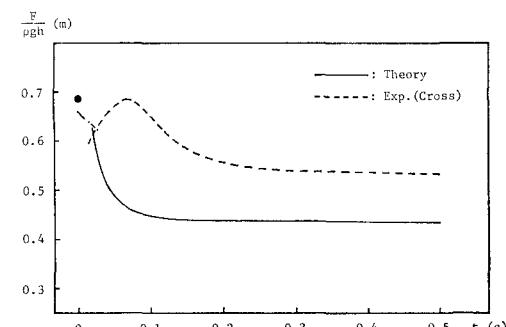


図-5 衝撃波圧の経時変化の比較

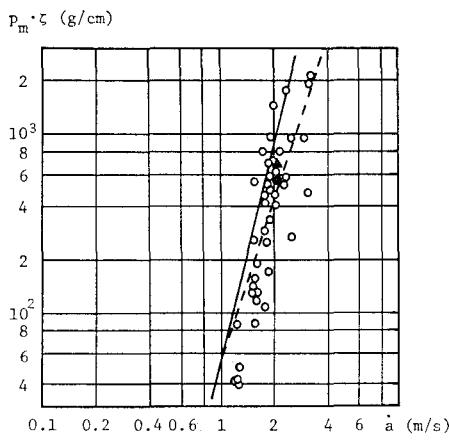


図-6 最大衝撃波圧に関する既往結果との比較

水位差に起因しているものと推定される。

図-6 は図-5 に示された最大衝撃波圧（黒丸印）と最大衝撃波圧に関する福井ら⁴⁾の実験式および実験値との比較を示したものである。図中、白丸が実験値で、黒丸（黒三角）が理論値、すなわち式（9-1）（9-2）で評価されたものである。この場合の理論値は段波下流側水深が非常に小さい（0.006 m）ので断面平均的な衝撃波圧と考える必要はない。また、図中の実線が福井らの実験曲線で、鉛直壁に対する彼らの実験式は次式である。

$$p_m \zeta = 0.51 \frac{\rho}{g} a^4 \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

ここで、 ζ は入射段波波高で、本研究では $H_\xi - h_0$ に相当する。 H_ξ は $x = \xi$ での全水深である。図-6 によると、式（8）は実験値に対して少し大きめの値を与えるようである。実験係数である波圧係数（0.51）がもう少し小さく評価されてもよいように思われる。図中の破線は福井らの論文⁴⁾の図-14中に示されている実験曲線である。こちらの方が式（8）の実線に比べて実験値と的一致がよい。破線は段波伝播速度のほぼ 3 乗に比例している。式（8）に相当する本研究の理論式は次式である。

$$p_m \zeta \doteq F_{x=a} \left(\frac{H_\xi}{h_0} - 1 \right) \\ = \rho [1 + (\tan \theta)^{1.2}] (H_\xi - h_0) U^2 \quad \dots \dots \dots \quad (9-1)$$

$$\doteq \rho [1 + (\tan \theta)^{1.2}] (H_\xi - h_0) \dot{a}^2 \quad \dots \dots \dots \quad (9-2)$$

ただし、福井らの実験での最大衝撃波圧は段波下流側の

静水面位置で生じているので、式（1）での静水圧項は無視されている。ちなみに、本理論計算例でのその静水圧の全衝撃波力に対する割合は 1 % 以下である。図-6 によると、理論値は式（8）の実験式による推定値に比べてかなり小さめ（約 1/2）であるが、実験値と比べるとほぼ妥当なところに位置していることが判る。

碎波段波衝突による最大衝撃波圧や全衝撃波力の評価は工学上非常に重要である。以上の検討結果より、本研究理論の実際への有用性が確認されたと判断してよい。

4. む す び

ゲート急開流れの碎波段波衝突による波力の一理論的推定法を示した。本研究での主な結論は次の通りである。

(i) 本研究対象段波衝突による全衝撃波力は本研究の方法でほぼ推定できる。

(ii) 断面平均的衝撃波圧も最大値に関しては本研究の方法でほぼ推定できる。

(iii) 本理論では、コア領域終端 ($x = \xi_0$) 点での水面勾配が不連続なため、全衝撃波力や衝撃波圧もその点で食い違いを見せるが、その大きさは全体から見れば小さく、本研究の方法の有用性を損なうものではない。

謝 辞：本研究を遂行するに当たり、東北大学工学部首藤伸夫教授より有益なる御討議・御指摘・御助言を賜った。ここに記して深甚なる感謝の意を表する。なお、本研究の一部は昭和 61 年度文部省科学研究費自然災害特別研究（1）（研究代表者：東北大学工学部 首藤伸夫教授）により行われたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) Cumberbatch, E.: The impact of a water wedge on a wall, J.F.M., Vol. 7, pp. 353-374, 1960.
- 2) Cross, R. H.: Tsunami surge forces, Proc. ASCE, Vol. 93, WW4, pp. 201-231, 1967.
- 3) 松富英夫：下流側水深を有するダム破壊流れ先端部の水面形、土木学会論文集、No. 375/II-6, pp. 161-170, 1986.
- 4) Fukui, Y., M. Nakamura, H. Shiraiishi and Y. Sasaki: Hydraulic study on tsunami, Coastal Eng. in Japan, Vol. 6, pp. 67-82, 1963.
- 5) Stoker, J. J.: Water Waves, Interscience Publishers, Inc., New York, pp. 326-333, 1975.