

相当粘度を用いた波と底泥の相互干渉についての計算

中野 晋*・鶴谷 広一**・鷹濱 潤***

1. ま え が き

シルト質や粘土質の底泥が厚く堆積しているような海域で港湾構造物を設計する場合や環境問題を考える場合には波や流れのもとでの底泥の挙動を知る必要がある。軟らかい底泥床上を波が進行していく場合には、波と底泥の相互干渉のために大きな波高減衰が生じることが知られているが、最近の研究^{1)~8)}では底泥の波動運動にともなって底泥が質量輸送されることが報告されている。このような海域での底泥の挙動を知るためには波と底泥の相互干渉をまず明らかにしなければならない。この問題についての研究は1958年のGade⁴⁾の研究をはじめとして現在に至るまで数多くの論文が発表されている。しかし底泥の変形あるいは流動の特性が複雑であり、底泥の流動特性に基づいた理論モデルの検討はほとんどなされていない。本研究では底泥の流動特性を考慮するため相当粘度の概念を新たに導入して、波と底泥の相互干渉について理論的に検討したものである。

2. 波と底泥の相互干渉についてのモデル

(1) 底泥のレオロジー方程式⁵⁾

底泥は一般に非ニュートン流体であり、変形速度によって、粘性が異なるなどの性質を持つ。回転粘度計を用いた測定⁶⁾によるとずり速度の小さな範囲 ($D < 1s^{-1}$) で、底泥はほぼビンガム流体と同様な性質を示す。したがって底泥の流動や変形の機構を調べるためには、底泥に作用する力と流動および変形の関係 (レオロジー方程式) について検討する必要がある。

ニュートン流体の場合のレオロジー方程式は

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu N e_{ij} \quad \dots\dots\dots (1)$$

で表される。ここで i, j は 1, 2, 3 の値をとり、 x, y, z 軸方向に対応する。また σ_{ij} は $i-j$ 面に働く応力で、 $i=j$ の時は $i-j$ 面に垂直な法線応力、それ以外は $i-j$ 面に平行な接線応力である。また p は圧力、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタ、 μ は粘性係数、添字 N はニュートン流

体であることを示す。さらに e_{ij} は σ_{ij} の方向への変形速度 (x, z の 2 次元の場合には $e_{11} = \partial u / \partial x$, $e_{22} = \partial w / \partial z$, $e_{12} = e_{21} = (\partial u / \partial z + \partial w / \partial x) / 2$) を示している。

これに対し、せん断応力 τ とずり速度 D が

$$\tau = \tau_y + \mu_B D \quad \dots\dots\dots (2)$$

(τ_y : 降伏値, μ_B は塑性粘度) で表されるビンガム流体の場合には、レオロジー方程式は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij} &= -p\delta_{ij} + 2 \left(\mu_B + \frac{\tau_y}{\sqrt{4|II_e|}} \right) e_{ij} \\ &\quad (p^i_j p^j_i / 2 > \tau_y^2) \\ e_{ij} &= 0 \quad (p^i_j p^j_i / 2 \leq \tau_y^2) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

で表される。ここで p^i_j は変形応力テンソルで、式 (3) の中では第 1 式の右辺第 2 項の変形にともなう応力項に対応する。 $|II_e|$ は変形速度テンソルの不変量と呼ばれるもので

$$\begin{aligned} 2|II_e| &= \{(e_{11})^2 + (e_{22})^2 + (e_{33})^2\} \\ &\quad + 2\{(e_{23})^2 + (e_{31})^2 + (e_{12})^2\} \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

で表される。また式 (3) の第 2 式は応力が降伏値以下の時には流体の変形が生じないことを示している。

式 (1) と式 (3) の第 1 式の変形応力項は $\alpha = \mu_N$, または $\alpha = (\mu_B + \tau_y / \sqrt{4|II_e|})$ と置くと、ともに $2\alpha e_{ij}$ で表される。したがってこの α は粘性係数を表示したものとイえる。これはビンガム流体などの非ニュートン流体の場合でもなんらかの方法で α の値の見積りができるならば、ニュートン流体と同様に取り扱えることを示している。ビンガム流体では α は不変量 $|II_e|$ の関数であり、この場合には流れの場に対応した値となる。

流体の運動方程式は、

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad \dots\dots\dots (5)$$

で表されるが、ビンガム流体の場合は慣性項を無視しても、非線形性が強く、数値計算的にも安定した解を得ることは困難である。そこで、この研究では粘性係数の見積りの段階で非ニュートン流体としての特性を考慮することとし、運動方程式はニュートン流体に対するものを用いることとする。

(2) 粘性流体多層モデル

先に述べた考察に基づき、波と底泥の相互干渉につい

* 正会員 工修 徳島大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 工修 運輸省港湾技術研究所海洋水理部水理研究室長

*** 運輸省港湾技術研究所海洋水理部水理研究室

でのモデル化を行う。非ニュートン流体の特性は均質な物質でも運動状態により空間的、時間的に粘性が異なることである。しかし、時間平均量を考え、空間的にも局所的な部分だけ考えるとニュートン流体に対する運動方程式が近似的に適用できるであろう。その場合、水層と底泥層の2層の場合については Dalrymple and Liu⁷⁾ によって理論的検討がなされている。底泥層全体を1層と考えると計算は容易であるが、流体運動の空間的变化にともなう粘性係数の空間的分布などの非ニュートン流体としての特性が考慮できない。したがって底泥層を多層に分割してその各層内でのみ粘性係数が一定であると仮定する。これも含めてこのモデルにおける仮定は次のようなものである。

- 波は正弦波で表される。
- 運動は鉛直方向と波の進行方向への2次元に限られ、波峰線方向の運動は無視できる。
- 水層と底泥層の波の進行方向への長さは無限である。
- 水層と底泥層は水平であり、その層厚は一定である。
- 波の振幅は水深に比べて十分小さい。
- ナビエ・ストークス方程式における慣性項は無視できる。
- 分割された各層内では粘性係数は一定であり、ニュートン流体に対する基礎式が適用できる。また各層の粘性係数はその層内での平均的な流体運動に応じた値となる。
- 底泥層は全層にわたり運動しており、変形が生じない領域は存在しない。

Dalrymple and Liuの理論に基づいた解析は前報⁸⁾でも述べているため、同一の部分はその概略を示すこととする。図-1に示すように水層を含め、全体を n 分割した系を考える。 x, z 軸を図に示すような座標軸とし、 $\hat{u}_i, \hat{w}_i, \hat{p}_i$ をそれぞれ第 i 層における水平流速、鉛直流速、圧力とする。また ρ_i, ν_i, h_i を第 i 層における密度、動粘性係数、層厚とする。慣性項を無視できる場合には運

動方程式及び連続式は

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial \hat{p}_i}{\partial x} + \nu_i \left(\frac{\partial^2 \hat{u}_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{u}_i}{\partial z^2} \right) \quad \cdots \cdots (6)$$

$$\frac{\partial \hat{w}_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial \hat{p}_i}{\partial z} + \nu_i \left(\frac{\partial^2 \hat{w}_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{w}_i}{\partial z^2} \right) \quad \cdots \cdots (7)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x} + \frac{\partial \hat{w}_i}{\partial z} = 0 \quad \cdots \cdots (8)$$

である。また ν_i は

$$\nu_i = \left(\mu_B + \frac{\tau_y}{\sqrt{4|II_{ei}|}} \right) / \rho_i \quad \cdots \cdots (9)$$

で近似される。また、 $4|II_{ei}|$ は

$$4|II_{ei}| = 2 \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \hat{w}_i}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial z} + \frac{\partial \hat{w}_i}{\partial x} \right)^2 \quad \cdots \cdots (10)$$

で表される。水面および界面の変位 η_i を

$$\eta_i = a_i \exp \{i(kx - \sigma t)\} \quad \cdots \cdots (11)$$

で表す。ここで k は波数、 σ は角周波数であり、 k, a_i は複素数である。波数 k は

$$k = k_r + ik_i \quad \cdots \cdots (12)$$

のように表わされる。これを用いると水面変位 η_1 は

$$\eta_1 = a_1 \exp(-k_i x) \exp \{i(k_r x - \sigma t)\} \quad \cdots \cdots (13)$$

と表されるが、これより k_i は波高減衰率に対応していることがわかる。さて、 $\hat{u}_i, \hat{w}_i, \hat{p}_i$ をそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_i &= u_i(z) \exp \{i(kx - \sigma t)\} \\ \hat{w}_i &= w_i(z) \exp \{i(kx - \sigma t)\} \\ \hat{p}_i &= p_i(z) \exp \{i(kx - \sigma t)\} \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (14)$$

のように仮定し、式(6)~(8)の解を求める。このとき水面での運動学的条件と応力の連続条件、界面及び底面での運動学的条件と流速の連続条件及び応力の連続条件の計10個の境界条件式を用いて波高減衰率と多層に分割された底泥内の速度と圧力を求めた。

(3) 相当粘度の導入

波動場においては底泥の変形速度は時間的、空間的に変化している。したがって底泥の流動曲線が回転粘度計などにより求められたとしても、波動場における変形速度が評価できない限り、運動している時の粘度(たとえ平均的な粘度としても)を決めることはできない。そのため測定が可能な範囲でずり速度が最小の点での見かけの粘性係数で代表させる⁹⁾などが行われてきた。しかし粘性流体の運動は粘度に大きく支配されているため、それを合理的に決定することは運動解析の上で第一に重要である。

波と底泥の相互干渉による波高減衰は主として底泥内でのエネルギー逸散によるものである。底泥の単位体積内で単位時間に失うエネルギー Φ は

$$\Phi = p^i j e^i j \quad \cdots \cdots (15)$$

で表される。ニュートン流体、ビンガム流体ではそれぞれ

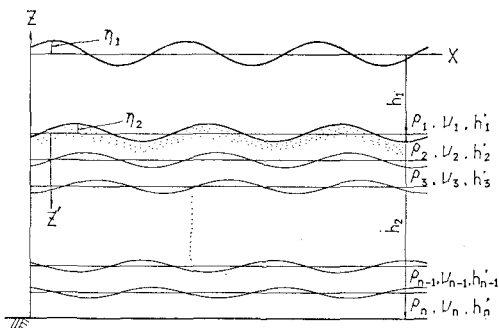


図-1 多層の系の説明図

$$\Phi_N = 4\mu_N |\Pi_e| \dots\dots\dots (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_B &= 4 \{ \mu_B + \tau_y / \sqrt{4|\Pi_e|} \} |\Pi_e| \\ &\quad (1/2 p^i_j p^j_i > \tau_y^2) \\ \Phi_B &= 0 \quad (1/2 p^i_j p^j_i \leq \tau_y^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

のように表される⁹⁾。非ニュートン流体では運動中の粘度は常に変化しているが、ある限られた空間の1周期を代表する粘度 $\bar{\mu}_e$ が存在するとする。ここで $\bar{\mu}_e$ は1周期平均量を表す。この場合には1周期平均のエネルギー逸散量は

$$\bar{\Phi}_B = 4\bar{\mu}_e |\bar{\Pi}_e| \dots\dots\dots (18)$$

で表される。この時 $|\bar{\Pi}_e|$ は粘度が $\bar{\mu}_e$ であるニュートン流体に対して求められる速度場から計算されるもので近似できると考えられる。これより式(16)と式(18)は等しくなるので、ビンガム流体の1周期平均の局所的な粘度(相当粘度) $\bar{\mu}_e$ は近似的に

$$\bar{\mu}_e = \mu_B + \frac{\tau_y}{\sqrt{4|\bar{\Pi}_e|}} \dots\dots\dots (19)$$

で与えられる。なお、ビンガム流体では応力の小さいところで変形が起こらない領域が生ずるが、ここでは底泥の全層で変形が生じているものと仮定する。

各層厚が薄い場合には、第 i 層の1周期平均の不変量 $|\bar{\Pi}_{ei}|$ は式(14)の $\hat{u}_i$, $\hat{w}_i$ の実数部を考え、式(10)に代入して1周期平均すると次のように求められる。

$$\begin{aligned} 4|\bar{\Pi}_{ei}| &= (1/2) \{ |k|^2 (2|u_i|^2 + |w_i|^2) \\ &\quad + (|u_i'|^2 + 2|w_i'|^2) - 2|u_i'| |w_i'| |k| \\ &\quad \times \sin(\beta_i + \theta_k - \alpha_i') \} \exp(-2k_i x) \dots\dots (20) \end{aligned}$$

ここで、 β_i , α_i' , θ_k はそれぞれ w_i , u_i' , k の偏角である。これと式(19)から各層の底泥の相当粘度が求められる。

(4) 計算の手順

このモデルを用いて波高減衰率や底泥の相当粘度などを求めるための計算フローチャートを図-2に示す。海水の密度、粘性係数、水深、底泥の密度と流動特性量の鉛直分布、底泥厚、波浪条件(波高、周期)を与えた後、粘度の鉛直分布を仮定し、式(6)~(8)の解を求める。

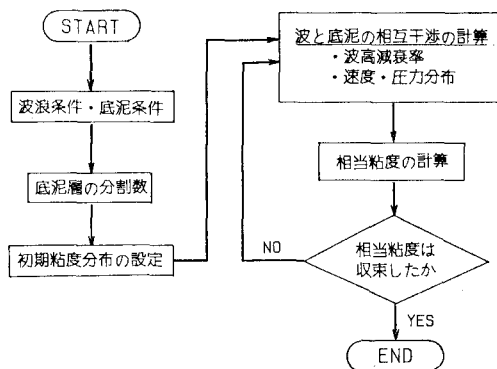


図-2 計算のフローチャート

この結果得られた流速分布から式(19), (20)より相当粘度の分布をもとめ、仮定された粘度分布と一致するまで繰り返し計算を行う。

3. 計算結果の検討

(1) 底泥層の分割数の影響

図-3は底泥層の分割数 N を変化させて、波高減衰率の計算値がどの程度変化するかを調べたものである。図中の白丸の記号で示した k_{it} は実験水路(幅40 cm)に対して側壁の影響を考慮した時の波高減衰率である。側壁近くでの粘性逸散による波高減衰の算定については前報⁹⁾で述べているので省略する。また図-4ではそのときの相当粘度の鉛直分布を示している。なお、この計算で対象とした底泥は含水比が鉛直方向に一定($W=200\%$)のカオリナイト(ASP600)泥である。図から分割数を2以上とすれば波高減衰率はほとんど変化していないことがわかる。また相当粘度は同一含水比でも鉛直方向に変化することがわかる。また、3~5層以上分割して計算すると相当粘度の鉛直分布があまり変わらなくなることがわかる。したがって、波高減衰率を計算する上では、底泥層を3層以上に分割する必要がある。これより次項

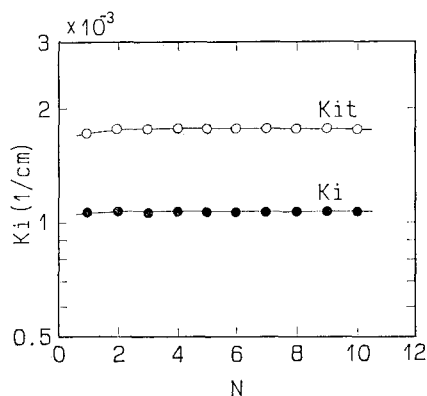


図-3 分割数による波高減衰率の変化

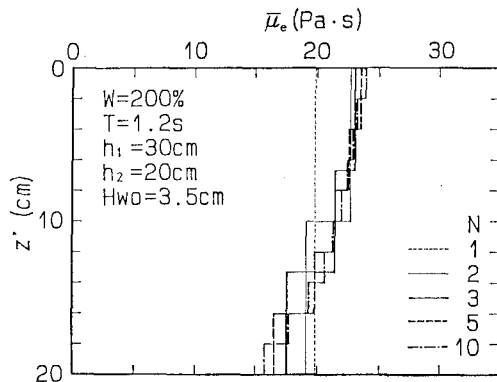


図-4 分割数による相当粘度の変化

下の計算では底泥層を3層に分割して行っている。

(2) 波高減衰率

i) 含水比の影響

図-5 は波高減衰率と底泥の含水比 $W(\%)$ の関係を調べたものである。なお、この計算では降伏値 τ_y 及び塑性粘度 μ_B は回転粘度計による測定から得られた

$$\tau_y = 1.494 \times 10^6 W^{-2.452} \text{ (Pa)}$$

$$\mu_B = 8.465 \times 10^3 W^{-1.344} \text{ (Pa}\cdot\text{s)}$$

の関係をj用いている。含水比が高く粘性が低い場合には波高減衰の程度は小さく、含水比が低く粘性が高いほど、波高減衰は大きくなる。しかしある限界より含水比が低くなると粘性あるいは塑性が高くなりすぎるため、底泥の運動が小さくなり、その結果、波高減衰は急激に小さくなる。なお、このモデルによる計算では底泥層全体が運動すると仮定しているため、含水比が低く、底泥運動が小さくなった場合には、計算される相当粘度が大きくなりすぎて、この仮定条件と合わなくなり、計算は収束しなくなる。図の中で含水比が100%以下になると波高減衰率の計算値が急減しているが、これはその影響であり、ここでは収束計算を8回繰り返したところで打ち切った時の値を示している。しかし白抜きの実験値の傾向とも比較的一致しており、実際の現象の傾向はこの計算でかなり表されていると考えられる。

ii) 波高の影響

ニュートン流体の場合には底泥の含水比や密度が変わらない場合には波高が変化しても粘度は一定である。そのため Dalrymple and Liu⁷⁾ の計算では波高減衰率に波高の影響は現れてこない。しかし非ニュートン流体の場合には変形速度の大きさにより粘度が異なってくるので、波高にともなって波高減衰率も変化する。図-6 は含水比233%のカオリナイト泥の場合の波高減衰率(側壁摩擦の影響を含む)と波長の波高による変化を示している。波高が1.5 cm 以上では波高の増加にともない波高減衰率は減少し、波長は増加している。なお、波高

1.5 cm 以下では相当粘度が急激に大きくなって収束解は得られなかったため、繰り返し計算の8回目の値を示している。このケースの実験値と計算値はほぼ一致しており、含水比や密度が一定で、全層が運動している場合には波高が大きくなると底泥運動及び底泥内の変形速度が大きくなり、そのため底泥の相当粘度が小さくなる。その結果、底泥運動は大きくても波高減衰率は小さくなると考えられる。しかし含水比や密度が深さ方向に変化するときや底泥層全体が運動していない場合には波高の増加が運動している層厚の増加に寄与するなど、さらに複雑になりこの結果をそのまま適用するわけにはいかない。

iii) 現地スケールでの計算例

図-7 は熊本港沖を想定した波高減衰の計算例である。波浪としては1年に1~2回程度生起する沖波の推算値から周期4.2秒、波高1.4 m のものを考え、水深及び泥厚はそれぞれ4 m、0.6 m として計算している。底泥の特性値としては、回転粘度計による流動試験から、含水比と降伏値および塑性粘度の関係を求めて用いてい

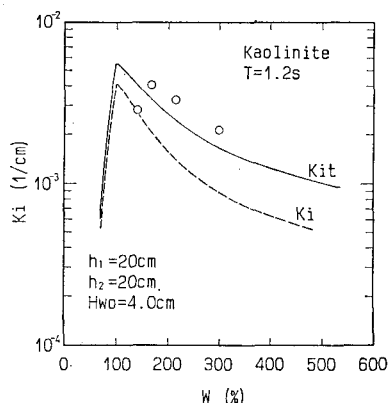


図-5 波高減衰率に及ぼす含水比の影響

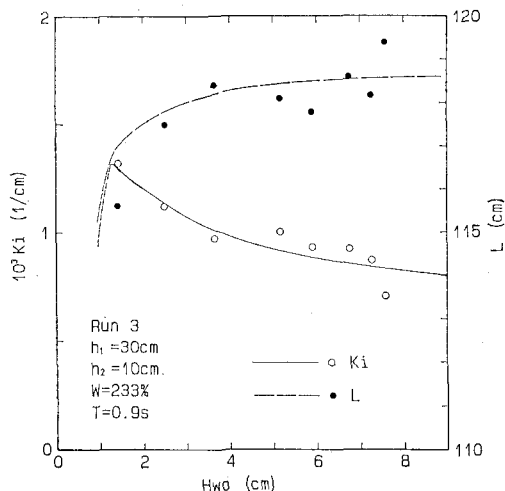


図-6 波高減衰率及び波長に及ぼす波高の影響

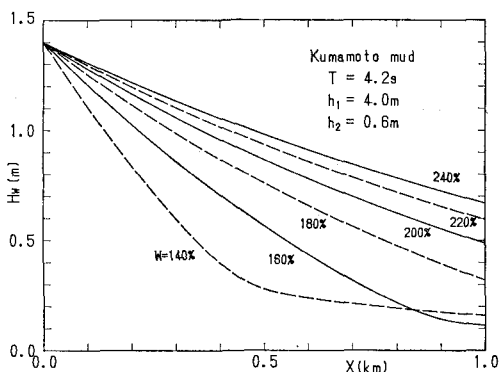
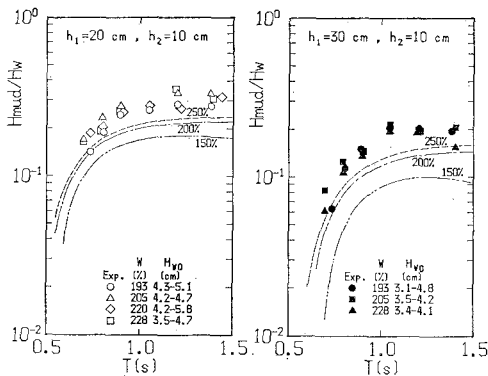


図-7 現地スケールでの波高減衰の計算例



図—8 底泥波高と水面波高の比と周期の関係

る。この計算で相当粘度を求める際には、底泥運動の x 方向への変化も考慮しなくてはならないが、計算がかなり複雑になるため、短区間 ($\Delta x=50$ m) 内ではその区間の沖側端の値で代表できるものとして近似している。なお、底泥層は含水比及び密度は一定と考え、鉛直方向に3分割して計算している。この計算結果では含水比が200% 以下の場合には波が1 km 進行する間に波高が1/4 以下に減衰し、240% 以下では1/2 以下に減衰している。したがって、底泥が厚く堆積している海域では波と底泥の相互干渉によりかなり大きな波高減衰が生じることがわかる。なお、この周期での波長は22~23 m 程度である。

(3) 底泥波高

図—8 は底泥波高と水面波高の比と周期の関係を示したものである。図には含水比が150%, 200%, 250% に対する計算曲線と200% 前後の実験値が示されている。底泥波の測定は水路のほぼ中心線上で超音波測深器を用いて、波高計による水面波の測定と同時にやっている。実験水路では側壁の影響で底泥波が水路の中心線に沿った部分で特に大きくなるため、そこで測られた測定結果も大きめとなっているが、周期に対する底泥波高の変化の傾向は計算曲線とよく一致している。

4. あとがき

本研究では浅海域でのシルテーション現象の機構解明の上で重要と考えられる波と底泥の相互干渉について、

底泥の流動特性を考慮に入れて理論的に検討したものである。ビンガム流体の特性を1周期平均量である相当粘度の概念を用いて表現し、これをニュートン流体についての理論モデルに適用し、波高減衰率や底泥運動などの特性を調べた。その結果、波高減衰に及ぼす含水比や波高の影響などについてこのモデルで表現できること、同一含水比でも深さ方向に相当粘度が変化することなどが明らかとなり、このモデルの有効性が確かめられた。また今後の課題としては底泥層内の静止領域の取扱いや海底勾配、水面勾配の影響などについて検討を加えるつもりである。なお、計算値との比較で用いた実験内容についてこの論文では割愛しているが、詳細については参考文献9)を参照されたい。

謝 辞： 最後に本研究を行うにあたり、港湾技術研究所前海洋水理部長田中則男博士をはじめ、入江 功海洋水理部長及び港湾技術研究所のシルテーション研究メンバーからは終始温かい御援助と御指導を受けたことを付記し、感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 永井紀彦・山本啓夫・L. Figueroa: 波とやわらかい底質粘土との相互干渉に関する実験, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 608~612, 1983.
- 2) 柴山知也・滝川 浩・堀川清司: 波による軟らかい底質粘土の質量輸送, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 258~262, 1985.
- 3) 鶴谷広一・中野 晋・鷹濱 潤: 波と底泥の動的相互作用による波高減衰と底泥運動, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 317~321, 1986.
- 4) Gade, H. G.: Effects of a nonrigid, impermeable bottom on plane surface waves in shallow water, Jour. of Marine Research, Vol. 16, No. 2, pp. 61~82, 1958.
- 5) 富田幸雄: レオロジー——非線形流体の力学——, コロナ社, 444 p., 1975.
- 6) 鶴谷広一・中野 晋・鷹濱 潤: 回転粘度計による底泥の流動特性の検討, 港湾技研資料, No. 566, pp. 1~29, 1986.
- 7) Dalrymple, A. R. and P. L. F. Liu: Waves over soft muds: a two-layer fluid model, Jour. of Physical Oceanography, Vol. 8, pp. 1121~1131, 1978.
- 8) 五明美智男・矢内英二・堺 和彦・大槻 忠・糸刈長敬: と底泥の相互干渉に及ぼす物性の影響について, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 322~326, 1986.
- 9) 中野 晋・鶴谷広一・鷹濱 潤: 波と底泥の相互干渉による波高減衰と底泥の流動について, 港湾技術研究所報告, 第26巻, 第2号, pp. 171~212, 1987.