

振動流の乱れによる底質の浮遊に関する数値解析

浅野敏之*・森 泰宏**・岩垣雄一***

1. はじめに

浮遊漂砂の機構を解明することは、海浜変形を理解する上での基礎的課題であり、数多くの研究がなされている。従来の浮遊漂砂の解析のほとんどは、拡散方程式に基づくものであり、波動によって形成される底面近傍の乱れの特徴は、拡散係数の形で評価されることになる。本間・堀川¹⁾は混合距離が水粒子橈円軌道の鉛直偏位に比例するとして拡散係数を与えた。また拡散係数の位相変化をも考慮した解析は、Fredsoe ら²⁾によって行われている。しかしながら、こうした拡散係数の設定の力学的な根拠は十分とは言えない。波動によって形成される乱れの時空間構造は複雑であって、これを拡散係数で表現することには本来的に限界があると言えよう。

著者らは昨年、一方向流に対して提案された乱流モデルの振動流場への適用について検討した結果、乱れの時空間変化特性を正確に計算できることを明らかにした³⁾。他方、乱れの場合を与えて、砂粒子の運動を追跡し、その粒子の存在高さの確率分布から、浮遊砂濃度を算定するモデルが Yalin ら^{4),5)}によって提案されている。この方法は単純なモンテカルロ法等とは異なり、濃度分布が直接計算される点で優れており、さらには浮上率がわかれば、基準面の高さや基準面濃度を推定することなく、濃度を直接算定することも可能である。

本研究は流砂に対して提案された確率過程モデルを、振動流に対して拡張することを検討したものである。すなわち、まず乱流モデルによって振動流における乱れの場合を正確に求め、乱れによる砂粒子の浮遊過程を振動流に拡張した確率過程モデルによって解析しようとするもので、従来の拡散方程式に基づく解析では得られない浮遊漂砂の特性を考察するものである。

2. 振動流場での浮遊砂の確率過程モデル

2.1 解析の概要

確率過程モデルは、浮遊粒子の鉛直方向の挙動をラグ

ランジュの追跡し、粒子の存在高さの確率分布が浮遊砂濃度分布と相似であると考ええるものである。

まず解析領域を鉛直方向の薄い層 Δz に分割する。粒子が微小時間 Δt の間に z_n を中心とする層から z_{n+1} を中心とする層へ遷移する確率密度関数 $G(z_{n+1}; z_n)$ を、次式のような正規分布で与える。

$$G(z_{n+1}; z_n) = \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{\{z_{n+1} - (z_n - w_0 \Delta t)\}^2}{2\sigma_z^2} \right] \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで w_0 は沈降速度、 σ_z は標準偏差であり、その物理的意味から鉛直方向の乱れ強度 $\sqrt{w'^2}$ に比例すると考えられる。すなわち、

$$\sigma_z = k_0 \sqrt{w'^2} \Delta t \quad \dots\dots\dots (2)$$

上式の k_0 は乱れに対する粒子の追随性を考慮した定数でほぼ 1 に近いものと考えられる。振動流においては、 $\sqrt{w'^2}$ は鉛直方向に変化すると同時に位相の関数でもある。この $\sqrt{w'^2}$ の値を乱流輸送モデルから計算される乱れエネルギー k ($k = (u'^2 + v'^2 + \overline{w'^2})/2$) に一定の配分率を乗じて求めることにする。この配分率は、Nakagawa et al.⁶⁾ による定常流の実験結果を準用する。以上より、

$$\overline{w'^2}(z, \theta) = 0.17k(z, \theta) \quad \dots\dots\dots (3)$$

で $\overline{w'^2}$ が計算され、この値を通じて振動流の乱れの時空間変化が結果に反映されることになる。

ただし、ここでは流れに砂粒子が含まれることによる乱れの特徴の変化は生じないことを前提とする。浅野ら⁷⁾は振動流に対する乱流モデルに底質浮遊による補正項を導入し、拡散方程式と連立した方程式系を数値解析した。方程式中の諸定数の設定など検討すべき問題点が残されているため、現時点でははっきりしたことは言えないが、底質浮遊による平均流及び乱れの特徴の変化は顕著でないという結果が得られた。

さて、 $z = z_a$ を掃流砂層から浮遊砂として流れ内部に取り込まれる出発点の高さとする。位相 θ_m ($\theta_m = \omega t_m = 2\pi m/M$; $m = 0, 1, 2, \dots, m, \dots, M$; ω は角周波数) に $z = z_a$ を離脱した粒子が、 n ステップ後 $t_m + n\Delta t$ に z_n に存在する条件付き確率分布を $F_n(z_n; z_a, \theta_m)$ とすると、 $n+1$ ステップにおける存在高さ z_{n+1} の条件付き確率分布 $F_{n+1}(z_n; z_a, \theta_m)$ は、 d_0 を計算領域とすると次

* 正会員 工博 京大助手 工学部土木工学科

** 正会員 工修 鹿島建設

*** 正会員 工博 名城大学教授 理工学部土木工学科

の漸化式で求められる。

$$F_{n+1}(z_{n+1}; z_a, \theta_m) = \int_0^{a_c} F_n(z_n; z_a, \theta_m) G(z_{n+1}; z_n) dz \quad \dots\dots\dots(4)$$

初期濃度 ($n=0$) の確率分布は、振動流では位相によって変化するわけであるが、これを $S(\theta)$ なる重み関数を乗じて表現する。

$$F_0(z_0; z_a, \theta_m) = \delta(z_0 - z_a) S(\theta) \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここに δ はデルタ関数である。式 (4), (5) より F_n は逐次求められる。結局、存在高さの確率分布に相似な濃度分布は次式で与えられる。

$$\frac{C(z, \theta_m)}{C_a} = \frac{\sum^* F_n(z; z_a, \theta_m)}{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M F_n(z; z_a, \theta_m) / M} \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここに M は位相の分割数、 k , N は総和の収束が得られるのに必要な十分に大きい整数である。右辺分子にある $\sum^*$ は $\omega(t_m + n\Delta t)$ が同じ位相となるものについて平均をとることを意味する。

2.2 掃流砂層からの浮上率

式 (5) の $S(\theta)$ の設定は結果として得られる濃度分布を大きく支配するものであるが、振動流下における基準点濃度の検討は、Kalkanis⁹⁾ などの研究が挙げられるのみで、十分な知見が得られていない。流砂の分野における基準点濃度の算定法には、(1) 掃流砂濃度との接続、(2) 乱れによる砂粒の巻き上げ、(3) Saltation による鉛直方向運動との関連、に着目してモデル化がなされているが⁹⁾、本研究で展開する浮遊砂の確率モデルとの整合性から考えると (2) の算定法がもっとも適当であると考えられる。

芦田・道上¹⁰⁾は乱れによって浮上する浮遊砂フラックスを確率論的に求め、これと沈降による下向きのフラックスを等置することにより、次式のような基準点濃度 C_b

の算定式を導いた。

$$C_b = 0.025 [g(\xi_0) / \xi_0 - G(\xi_0)] \quad \dots\dots\dots(7)$$

ただし、

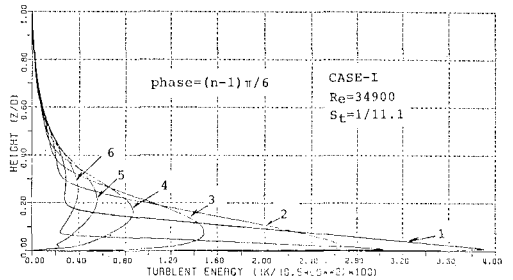
$$g(\xi_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\xi_0^2\right)$$

$$G(\xi_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\xi_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}\xi^2\right) d\xi \quad \dots\dots\dots(8)$$

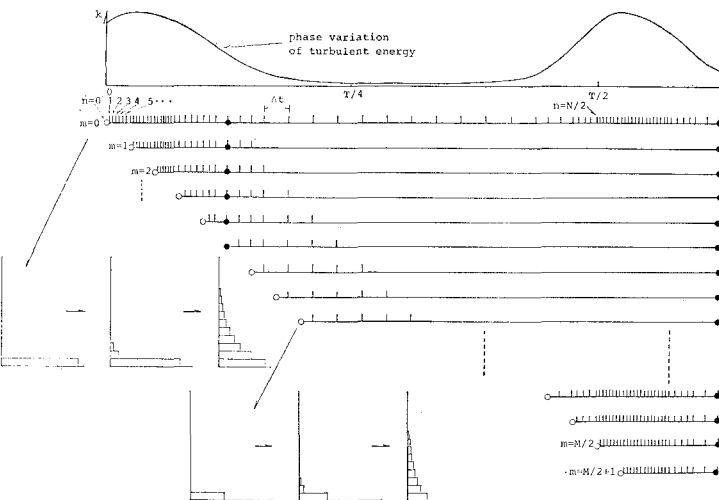
ここで ξ_0 は沈降速度 w_0 と砂粒の速度変動の標準偏差の比を意味し、 w_0 と水底付近の乱れ強度 k から ξ_0 は計算できる。式 (7), (8) から C_b は ξ_0 のみを与えれば計算できる。振動流においては、位相に応じて変化する k の値を与えることによって C_b の位相変化が計算できることになる。もちろん式 (7), (8) は定常・平衡状態を前提として得られたものであり、ここで評価される C_b はこうした疑いが許容されるような範囲で妥当なものとなる。

2.3 時間刻み Δt の設定

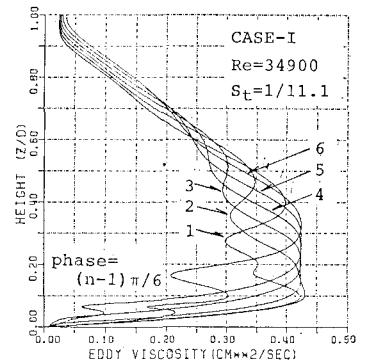
確率過程モデルの問題点の一つとして、時間刻み Δt によって粒子の拡散効果が異なることが指摘されている。辻本¹¹⁾は、粒子の運動領域を $(-\infty, \infty)$ とし、拡散源の高さを限定しない単純化された状態での解析から、確率過程モデルにおける拡散性が、



図—2 乱れエネルギー k の鉛直分布



図—1 計算方法の模式図



図—3 渦動粘性係数 ν_t

$$\varepsilon_s = \frac{Dt}{2} (k_0^2 \overline{w^2} + w_0^2) \dots\dots\dots (9)$$

で表されることを示した。ここに ε_s は拡散方程式における拡散係数に相当するものである。Yalin-Krishnappan⁴⁾ は Dt を摩擦速度 u_* を用いて次式で定めている。

$$Dt = 0.0875h/u_* \dots\dots\dots (10)$$

ここに h は水深である。式 (9), (10) からわかるように、 Dt は流れの乱れ速度の大きさに反比例するものとなる。振動流においては、乱れエネルギーは位相によって大きく変化するため、 Dt を1周期を通じて一定とすると位相によって拡散性が異なってしまうことになる。そこで本計算においては Dt を $\sqrt{k}$ に反比例する形で与えることにしたが、 Dt を連続的に変化させることは、解析上多少の困難を伴うことから、ここでは $\sqrt{k}$ の大きさを5段階に区分し、それぞれの段階で異なる Dt を設定した。 k は鉛直方向にもいくらか変化するわけであるが、これについては考慮しなかった。図-1 は 2.2 および 2.3 で述べた計算方法を模式的に示したものである。

3. 結果ならびに考察

3.1 計算条件

計算条件は表-1 に示すとおりである。CASE-II は Staub ら¹²⁾ が、大型振動流水槽で浮遊砂濃度を測定したときの実験条件と同じである。なお、本計算は底面が平坦となるような掃流力が大きい状態を対象としており、砂澱の存在は考えていない。すなわち、現地の高波高時のような底質輸送の激しい場合を想定しており、工学的な重要度の高い状態である。CASE-I の計算条件の下での乱れエネルギー k の鉛直分布を図-2 に示す。また、 k とその逸散率 ε から計算される渦動粘性係数 ν_t の鉛直分布を図-3 に示す。試算の結果、底質粒子の運動は底面近くに限られることがわかったので、計算時間の制約から、計算領域 d_0 を基準面高さ z_a から $D/6$ 上方までを取った。さらにその領域を 20 の要素に分割し、そ

こでの粒子の存在高さの確率密度を求めた。基準面高さ z_a は、 $D/40$ とした。以下では、次式で示す相対高さ z_r^* で計算結果を表示する。

$$z_r^* = \frac{z - z_a}{d_0 - z_a} \dots\dots\dots (11)$$

図-4 はこの計算領域における乱れエネルギー k の位相変化を示したものである。この領域における k の位相平均値 $\bar{k}$ は $22.6 \text{ cm}^2/\text{sec}^2$ 程度となる。Nakagawa et al.⁶⁾ の定常流に対する実験結果を準用して、 $\bar{k}$ から摩擦速度 u_* を推算すると 1.51 cm/sec が得られる。

時間ステップ Δt は 2.3 で述べたようにその時点での乱れエネルギー k の大きさによって1周期の $1/1080 \sim 1/216$ の範囲で値を変化させて与えた。

表-1 計算条件

		CASE-I	CASE-II
velocity amplitude	$\bar{u}_p$ (cm/sec)	49.9	128.4
period of oscillation	T (sec)	9.8	9.1
height where shear stress is attenuated	D (cm)	7.0	10.5
fall velocity	w_0 (cm/sec)	0.2 0.5 1.0	2.18

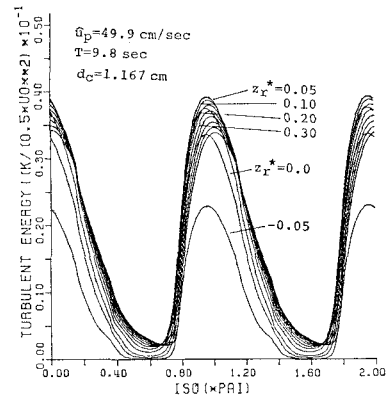


図-4 乱れエネルギー k の位相変化

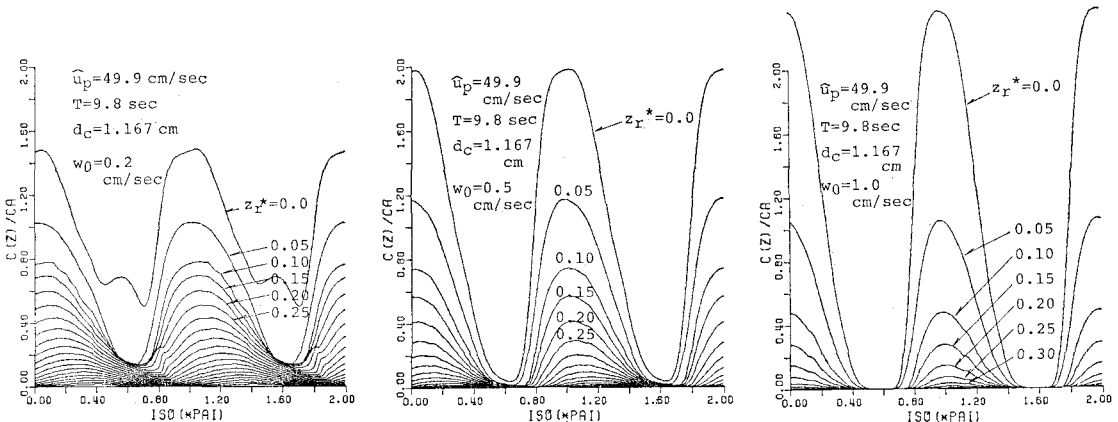


図-5 浮遊砂濃度の位相変化

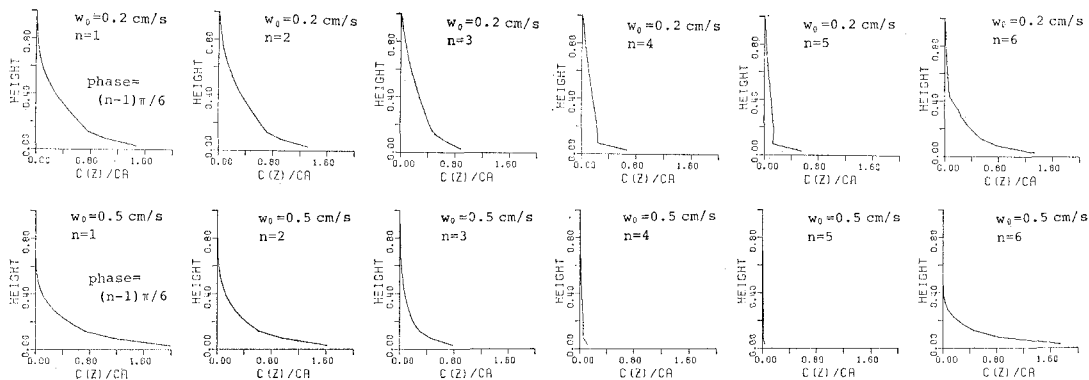


図-6 浮遊砂濃度の鉛直分布

3.2 結果ならびに考察

図-5 は浮遊砂濃度の位相変化を示したものである。図から浮遊砂濃度は立ち上がり比較的急で、ピークを過ぎた後なだらかに減少することがわかる。この性質は後述する Staub⁽¹²⁾の実験結果や伊福⁽¹³⁾の現地観測結果にも認められる。こうした結果は、一つには図-4に示したように、乱れエネルギーの位相変化の波形が前かがみとなることに起因すると考えられる。また、浮遊砂濃度のピークが生じる位相は、底面から離れるとともに遅れることがわかる。さらに w_0 が 1.0 cm/s の結果では、沈降速度が乱れ速度に比較して大きいために、乱れエネルギーが小さい位相区間で、濃度がほぼ 0 となることが読み取れる。図-6 は浮遊砂濃度の鉛直分布の位相変化を示したものである。さらに 1 周期平均した浮遊砂濃度を Yalin らによる定常流に対する計算結果と比較して示したものが図-7 である。本計算結果は、 $u_* / w_0 = 7.54$ の場合には少し大きめの値となっているが、定常流の計算結果とはほぼ一致することがわかる。

3.3 拡散方程式に基づく計算結果との比較

波動場・振動流場における浮遊砂濃度の拡散方程式による解析には、Fredsoe ら、Vongvisessomjai⁽¹⁴⁾、Smith⁽¹⁵⁾などの研究がある。このうちでは、Smith の解析がもっとも数学的に正しいものであると考えられる。ここでは前節までで示した確率モデルの結果との比較のために、Smith の理論に基づく結果を示すことにする。

基礎式となる拡散方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(w_0 C + K(z) \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (12)$$

Smith は拡散係数 $K(z)$ を混合距離理論に基づき、次式のように仮定した。

$$K(z) = \kappa u_* z \quad (13)$$

ここに、 κ はカルマン定数である。濃度 C が

$$C = \hat{C} \text{Real}[Z(z)e^{i\omega t}] \quad (14)$$

のように正弦的に変化すると仮定すると、式(12)は多少の変形の後、次式のようなベッセルの方程式に帰着さ

れる。

$$-\frac{i\omega}{\kappa u_* Z} + \left(\frac{w_0}{\kappa u_*} + 1 \right) Z' + zZ'' = 0 \quad (15)$$

ここで、 $'$ は z に関する微分を意味する。上式は線形であるから、基準面での濃度変化をフーリエ級数の形で与えると、複素ベッセル関数を含んだ解の重ね合わせで表現できる。

図-8 は基準面の濃度変動を正弦波形で与えたときの

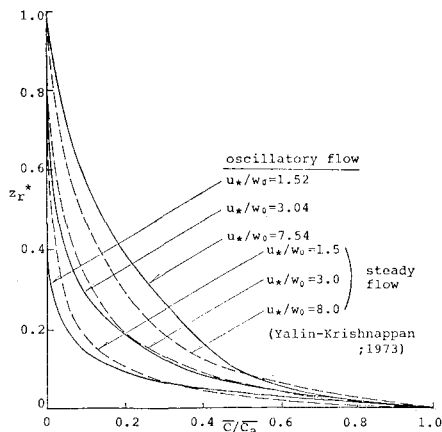
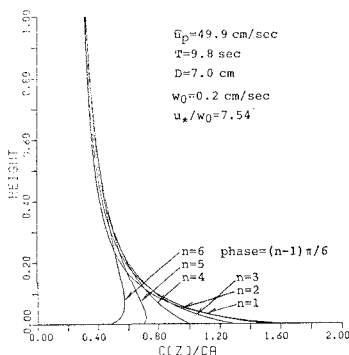
図-7 浮遊砂濃度の位相平均値 $\bar{C}$ 

図-8 拡散方程式に基づく浮遊砂濃度の計算結果

濃度変動を示したものである。計算条件は、3.1 で示したものと同じで、摩擦速度も同様に 1.51 cm/sec として計算した。確率過程モデルによる結果である 図-6 と比較すると、底面からかなり離れた地点でも、かなり大きな濃度が得られている。これは、拡散係数を式 (13) のように z に比例する形で与えたために、上方では相当の過大評価となることに起因するものと考えられる。

3.4 Staub らの実験結果との比較

Staub らの実験条件 (表-1, CASE-II) を与え、本研究で展開した確率モデルと 3.3 で示した拡散方程式に基づいて浮遊砂濃度を計算した。これらの計算結果と Staub らの実験結果とを比較して示したものが 図-9 である。結果はそれぞれの位相平均濃度 $\bar{C}$ で無次元化して示した。

図から、濃度の位相変化については確率過程モデルによる計算結果は、Staub らの実験結果とよく似た波形を示すが、濃度の大きさについては $\bar{C}$ の比較からわかるように実測値より 1 オーダー小さい値となった。両者の相違の原因はいくつか考えられるが、1 つには (7), (8) 式によって算出される基準面濃度自体が小さいためと考えられる。一方、拡散方程式による結果は 図-8 でみたように底面からの距離とともに濃度があまり減少しないために、図-9 に示した $z=1.7$ cm の実測結果とはたまたま $\bar{C}$ の値がほぼ一致する結果となったが、Staub らの論文に示された他の実測結果である z が 0.8 cm 及び 1.0 cm の場合に対しては、実測値より 1 オーダー小さい結果となり、全体的な浮遊砂の濃度分布の特性を説明しないものであることがわかった。

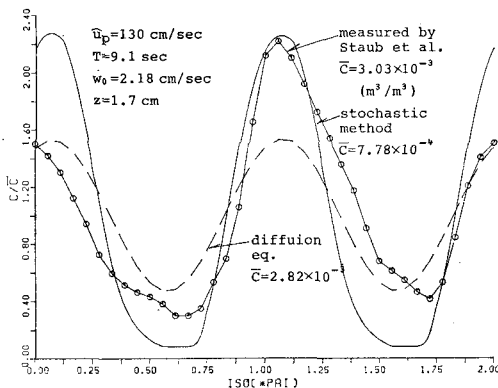


図-9 Staub らの実験結果と本計算結果との比較

4. むすびに

本研究は、従来の拡散係数の時空間分布を設定して浮遊砂濃度を解析するという方法ではなく、より力学的な根拠をもつ方法でこれを解析しようとしたものである。現段階では、問題点がいくつか残されているが、今後力学的な考察とともに、実測結果をよく説明するようモデルの改良を検討する予定である。最後に本研究は文部省科学研究費 (一般研究 (B) および奨励研究) による研究の一部であることを付記し、謝意を表する。

参考文献

- 1) Honma, M. and K. Horikawa: Suspended sediment due to wave action, Proc. of 8th Conf. on Coastal Engineering, pp. 168~193, 1962.
- 2) Fredsøe, J., O. H. Andersen and S. Silberg: Distribution of suspended sediment in large waves, Proc. of ASCE, WW6, Vol. 111, 1985.
- 3) 浅野敏之・五道仁実・岩垣雄一: 低 Reynolds 数乱流モデルの底面振動流境界層への適用, 第 33 回海岸工学講演会論文集, pp. 51~55, 1986.
- 4) Yalin, M. S. and B. M. Krishnappan: A probabilistic method for determining the distribution of suspended solids in open channels, Proc. 1st Symp. on River Mechanics, Bangkok, pp. 603~614, 1973.
- 5) Yalin, M. S.: Mechanics of Sediment Transport, Pergamon Press, Second Edition, pp. 192~200, 1977.
- 6) Nakagawa, H., I. Nezu and H. Ueda: Turbulence of open channel flow over smooth and rough beds, Proc. of JSCE, No. 241, pp. 155~168, 1975.
- 7) 浅野敏之・岩垣雄一: 浮遊砂を含む振動流れに対する乱流モデルの適用, 土木学会第 42 回年次学術講演会講演集, Vol. 2, 1987.
- 8) Kalkanis, G.: Transportation of bed material due to wave action, Coastal Res. Center, Tech. Memo. Vol. 2, pp. 1~114, 1965.
- 9) 吉川秀夫 編: 流砂の水理学, 第 4 章 流砂量の算定, 丸善, pp. 113~153, 1985.
- 10) 芦田和男・道上正規: 浮遊砂に関する研究 (1), 河床付近の濃度, 京都大学防災研究所年報, 第 13 号 B, pp. 233~242, 1970.
- 11) 辻本哲郎: 乱流による土砂輸送——浮遊砂の拡散係数に対する検討——, 第 30 回水理講演会論文集, pp. 637~642, 1986.
- 12) Staub, C., I. G. Jonsson and I. A. Svendsen: Variation of sediment suspension in oscillatory flow, Proc. of 19th I.C.C.E., pp. 2310~2321, 1984.
- 13) 伊福 誠: 碎波帯における浮遊砂の濃度分布, ながれ, Vol. 5, pp. 326~339, 1986.
- 14) Vongvisessomjai, S. M.: Profile of suspended sediment due to wave action, Proc. of ASCE, WW 1, Vol. 112, pp. 35~53, 1986.
- 15) Smith, J. D.: Modeling of sediment transport on continental shelves, The Sea, Vol. 6, pp. 539~577, 1977.