

津波の伝播に伴う波形とスペクトルの変化

安田孝志*・鵜飼亮行**

1. 緒言

津波の伝播過程における非線形および分散効果の重要性は広く認められており、これらを評価したモデル方程式も種々提案されている^{1),2)}。これは元の3次元 Navier-Stokes 方程式に比べればはるかに簡略化されているが、計算機容量の制約などもあって、実際の津波の計算には用いられていない。一般には、沿岸域における境界条件の影響をより重視した、地形性波動として津波を捉える立場から、分散性を無視した平面2次元モデルによる記述が行われ、実測記録とも対応した計算結果が得られている^{3),4)}。しかしながら、1983年の日本海中部地震津波(以下では日本海津波と略称)によって、津波を線形長波近似の下での地形性波動と捉えるだけでは不十分であり、特に単調な遠浅海岸に來襲する津波の場合、自由波として伝播する津波自体の変形がより重要となり、その記述には非線形性と分散性の評価が必須となることが明らかになった。

本研究では、自由波として波源から沿岸域まで伝播する津波の波形変化を明らかにするため、非線形および分散性を考慮した簡便な計算手法⁵⁾を用いて日本海津波の伝播計算を行い、その時間波形およびスペクトルの空間変化よりこれら高次項の影響が無視出来ないことを示し、併せてここで示す計算手法の有用性について述べる。

2. 基礎方程式

津波を波向線および波峰線に沿った座標 (s, n) 上で扱えば、お互いに交差しない2本の波向線にはさまれた波向線路(ray channel)を進む鉛直2次元波として津波を記述できる。逸散は底面摩擦のみによるものとし、波源域の平均水深 h_0 および重力の加速度 g を基準値として無次元量を定義すれば、このときの津波の無次元運動方程式および境界条件は以下のように書かれる⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned} DU/Dt &= -\partial p/\partial s + \partial \tau_{sz}/\partial z, \\ DV/Dt &= -\partial p/\partial n + \partial \tau_{nz}/\partial z, \\ DW/Dt &= -\partial p/\partial z - 1, \\ \partial U/\partial s + \partial V/\partial n + \partial W/\partial z &= 0, \\ p &= 0, \quad D\eta/Dt = 0, \quad \tau_{sz} = \tau_{nz} = 0 \\ &: z = 1 + \eta(s, n, t) \\ Dh/Dt &= W, \quad \tau_{sz} = fU|U|, \quad \tau_{nz} = fV|V|, \\ h &= h_0 - B &: z = B(s, n) \\ U\partial b/\partial s &= V \text{ and } -V \\ &: n = 0 \text{ and } b(s) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\dots\dots\dots (2)$$

ここに、 D は Lagrange 微分記号、 z は波源での海底を原点とする鉛直座標、 U および V は s および n 方向の水粒子速度、 W は z 方向の水粒子速度、 τ_{sz} および τ_{nz} は s および n 方向のせん断応力、 p は圧力、 η は水面変動、 B は原点からの海底の高さ、 b は波向線路の幅、および f は海底摩擦係数である。

ここでは、非線形性および分散性の評価を第一義的に考えて自由波としての津波の伝播過程を記述するため、上記の式(1)および(2)に変換を施し、首藤⁶⁾が導いたと同様な波動方程式に書き換える⁵⁾。

$$\begin{aligned} \eta_X + (3/2\varepsilon h^{3/2})\eta\eta_\xi + (h^{1/2}/6)\eta_{\xi\xi\xi} \\ + (1/4)(h_X/h)\eta + (1/2)(b_X/b)\eta \\ + fh^{-2}\eta|\eta| = 0 \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここに、 $\xi = \varepsilon^{1/2} \left(\int h^{1/2} ds - t \right)$, $X = \varepsilon^{3/2} s$,

$\varepsilon = (h_0/L)^2$ であり、 $h (= h_0 - B)$ は水深および L は波長である。これによって、式(1)を式(2)とともに解く3次元問題は、各波向線路ごとに式(3)を動座標上で解く1次元問題に帰着されることになる。

3. 数値計算法

伝播過程における波形の変化だけでなく、スペクトルの変化も併せて知る必要があることから、Fornberg・Whitham⁷⁾によって提案されたフーリエ級数法によって式(3)を解く。式(3)を、

$$\begin{aligned} \partial\eta/\partial X &= (A+B+C)\eta, \\ A &= -(3/2\varepsilon h^{3/2}\eta)\partial/\partial\xi, \quad B = -(h^{1/2}/6)\partial^3/\partial\xi^3 \end{aligned}$$

* 正会員 工博 岐阜大学助教授 工学部土木工学科

** 学生会員 岐阜大学大学院 工学研究科

$$C = -h_X/4 - b_X/2b - f|\eta|/\varepsilon h^2 \dots\dots\dots(4)$$

と書けば、 X が増分 Δ だけ変化した後の η は次式となる。

$$\eta(X+\Delta, \xi_m) = e^{i\Delta G} \sum_{j=0}^{N-1} F_j(s) e^{i\Delta B j^3} e^{i2\pi j \theta_m} + O(\Delta^2) \dots\dots\dots(5)$$

$$\theta_m = \xi_m - \Delta A \gamma(s, \xi_m)$$

$$F_j = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \eta(s, \xi_m) e^{-i2\pi m j/N} \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 ξ_m は ξ 軸上の N ケの離散点であり、 $(m/N)(L_1/L)$ で与えられる。ここに L は津波の主要部の波長であり、 L_1 は数値計算上の1波長で $L_1 > L$ である。また、 j/T によって周波数が表われ、そのパワースペクトルは次式で与えられる。

$$S_i = T |e^{i\Delta G} F_j e^{i\Delta B j^3}|^2, \quad T = \sqrt{g h_0}/L_1 \dots\dots(7)$$

$X=0$ における η を初期波として与えて式(6)より F_j を計算し、これを式(5)に代入してそのフーリエ逆変換を行い、これに $e^{i\Delta G}$ を掛けることによって $\eta(X+\Delta)$ を求め、以下これを繰り返す。なお、式(4)における $|\eta|$ は X におけるものを用いている。

4. 日本海津波への適用

4.1 波向線路および初期波形

津波の波向線路を厳密に求めるには、式(1)を直接解かねばならず、これは極めて困難である。そこで、海底地形の変化は緩やかであり、反射や回折の影響は無視出来る程度であり、波向線路は線形長波のものと近似的に一致すると仮定し、これに極力矛盾しないように海底地形の平滑化を2次元 B -スプライン補間によって行った。これによって、細かい海底地形の変動による焦線の発生をある程度抑えることが出来た。

図-1 は、周知の線形長波近似に基づく屈折方程式を上述のように平滑化した海底地形に対して解き、波源から沿岸域まで伸びる波向線を示したものである。隣り合った各2本の波向線の間をこのときの波向線路とし、図中に No. 1 から 15 まで図示してある。なお、波向線路の幅に相違があるのは、交差した波向線をすべて除去したことによっている。なお、波向線の計算には、 $3.2 \text{ km} \times 3.2 \text{ km}$ の正方格子を用い、時間間隔 Δt は 100 秒とした。

日本海津波の初期波形としては、津波を線形長波とした相田の Model-10⁹⁾ によるものが広く用いられており、本研究の目的との整合性に問題はあがるが、他に適当なものが見当たらないため、これをそのまま式(3)の初期波として用いることにした。ところで、式(3)によって津波の伝播を計算するには、係数 ε を初期波形より求める必要がある。このため、初期波形を波向線路に沿って切断し、その2次元波形に対して図-2 のように初期波

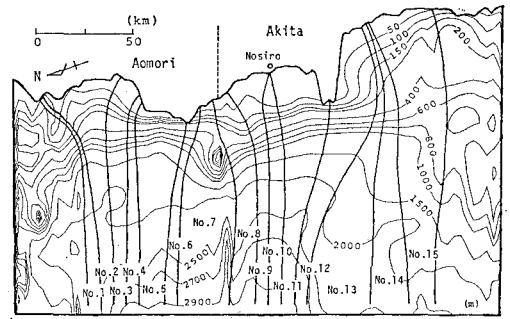


図-1 波源からの波向線路

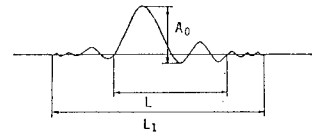


図-2 津波パラメータの定義

表-1 津波のパラメータ

Ray No.	L (m)	L_1 (m)	A_0 (m)	h_0 (m)	ε	U_T	μ
6	25 600	153 600	0.63	2 870	1.26×10^{-2}	1.75×10^{-2}	0.631
8	23 040	140 800	2.14	2 900	1.58×10^{-2}	4.66×10^{-2}	0.153
10	29 440	140 800	4.25	2 950	1.00×10^{-2}	1.43×10^{-2}	0.017
11	30 720	140 800	3.29	2 910	8.97×10^{-3}	1.26×10^{-2}	0.154

高 A_0 および波長 L を定義した。表-1 は、各波向線路ごとに求められた A_0 , L , L_1 , h_0 , Ursell 数 U_T および大陸棚上の平均海底勾配および初期波形勾配 A_0/L より計算した surf-similarity パラメータ μ の値を示す。

4.2 伝播に伴う波形変化

計算は $N=1000$ とし、増分 Δ は水深の変化を1回の計算で大陸棚以深では 14 m、以浅では 2 m から 0.25 m まで順次変化するように定めた。摩擦係数 f についても大陸棚以深では 0.0025、それ以浅では 0.01 と変化させ、 h_X および b_X に関しては図-1 に示した結果を用いた。

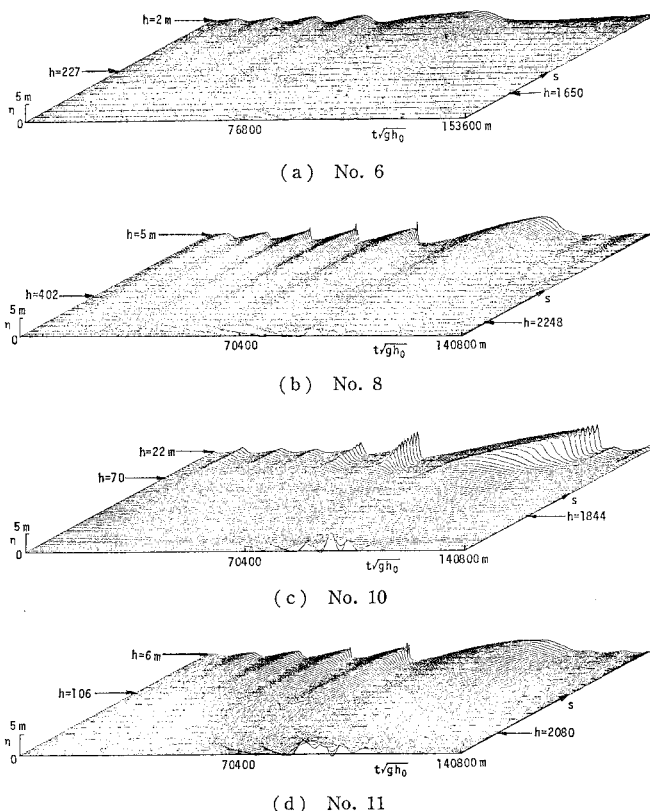
図-3 は、こうして計算された波源から沿岸域に至る津波の時間波形の変化を No. 6, 8, 10, および 11 の波向線路ごとに示したものである。これから、津波は伝播の過程で海底地形に応じて大きく波形を変化させ、線形長波とはかなり異なったものであることがわかる。特に、津波の発生直後および段波性津波に遷移した後の短周期波列が励起される段階において分散効果が強く顕れており、非線形性だけでなく分散性の評価も併せて必要であることがわかる。

図-4 は、計算結果の妥当性を検討するため、長波近似に基づく平面2次元モデルによる松本ら⁴⁾ の計算結果との比較を岩崎〜船川間の津波最大高さに関して行ったものである。なお、そ上高は津波の最大高さとは比例関係

にあるため、比較のために図中にはこの間の津波のそ上高の最大値および最小値の実測結果も併せて示してある。これから、著者らの計算結果は、松本らの計算結果および実測そ上高のいずれに対してもほぼ対応しており、定性的ではあるが計算手法の妥当性が示されたように思われる。

4.3 波形およびスペクトルの変化

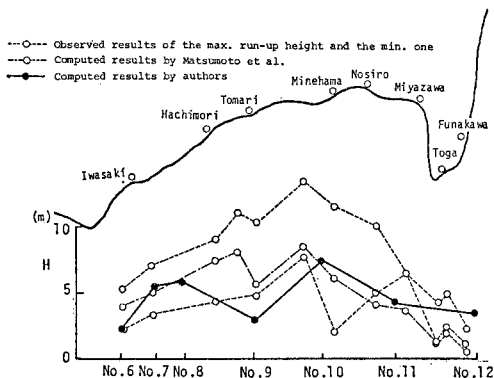
津波の伝播に伴う波形変化を、波源、大陸棚直下および大陸棚上の数点での波形比較によってより詳細に検討するため、図—5 にその比較を示す。また、式 (7) によって計算したこれらの波形のスペクトルの変化を 図—6 に示す。これから、初期波形の形状に関係なく、いずれの波向線路においても長周期の平坦な波の後に比較的短周期の小さな波列が続く波形に一度変形し、その状態で水深 50 m 程度の地点まで進んだ後、初期波および波向線路の条件に応じて異った波形になって行くことがわかる。No. 6 では最後まで波形に大きな変化は見られず、スペクトルに関しても形状自体の変化は小さく、浅水効果による全体的な波高の増大が認められるだけである。No. 10 では水深 40 m 付近から第 1 波が段波性津波に変形し始め、水深 22 m 地点でその波峰から短周期波列の生成が明瞭に認められる。こうした短周期波列の生成はそのスペクトル形状からも明らかであり、第 1 波の段波形状への遷移が明瞭になる水深 40 m 地点あたりから 0.04 Hz 付近の周波数成分が励起されるようになり、29 m 地点でこの高周波成分がさらに強められると同時に 0.09 Hz 付近の成分が励起され始め、22 m 地点ではこれらの高周波成分が明瞭なピークを持つに至っている。この 0.09 Hz の高周波成分は上述の短周期波列に対応するものであり、能代沖で目撃



図—3 各波向線路内の津波の伝播過程

された周期 10 秒前後の短周期波列に符合している。一方、No. 8 および No. 11 の波向線路を進む津波に関しては、共に良く似た波形およびスペクトルの変化が見られ、第 1 波には段波への遷移が認められないものの、第 2 および第 3 波に段波形状への遷移が見られる。これは第 1 波のみに段波への遷移が見られる No. 10 の津波の逆の傾向であるが、以上の結果から、津波の波形が No. 6, 10 および 8 と 11 の 3 グループに分類されることがわかる。こうした相違は、前述の表—1 に示した Surf-similarity パラメータ μ の値によって容易に説明される。すなわち、 μ の値が最小の 0.017 となる No. 10 においては、非線形性およびこれに伴う分散性が最も強く顕れ、その結果として上述のような著しい波形変化が生じたものと思われる。逆に No. 6 では、 μ の値が 0.631 と極めて大きいため、上述したように津波の波形に対する非線形性の影響はほとんど顕れず、線形長波としての扱いが可能と判断される。そして、No. 8 と 11 の波形が No. 6 および No. 10 のものに比べて中間的な性格を持ち、しかも良く似ている理由は、 μ の値が共に No. 10 と No. 6 の値の中間の 0.15 となっていることにあって説明される。

このように、自由波として伝播する津波に対して



図—4 松本らの数値計算結果および実測そ上高との比較

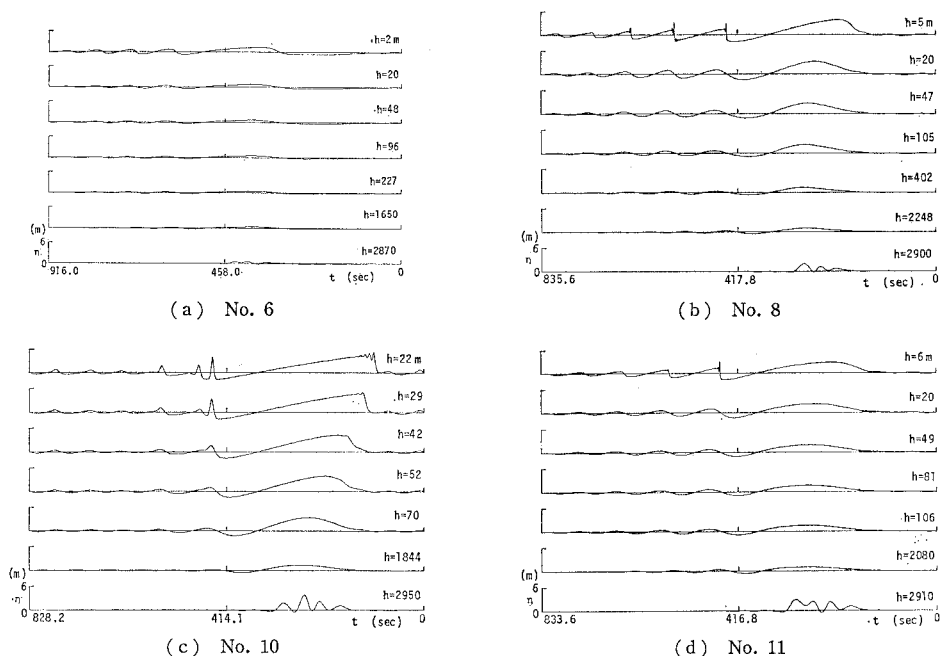


図-5 波形の水深変化

Surf-similarity パラメータは有効であり、これを基に津波の変形程度の予測や伝播の記述に用いる方程式の選択が可能となることがわかる。 μ の値が 0.6 程度であれば線形長波近似が可能となる一方、 μ が 0.017 程度になると段波性津波への遷移や短周期波列の生成が考えられ、用いる方程式もここで用いるような非線形および分散項を取り込んだものが必須になって来ると言える。

4.4 波高変化

津波の変形を波高変化に関して考察し、波高変化に及ぼす非線形および分散の高次項の影響について考察する。図-7 は、津波の平均水面（平常潮位）からの最大高さ $\eta_{\max}$ 、平均水面から波の谷までの最大深さ $\eta_{\min}$ およびその差 $\eta_{\max} - \eta_{\min}$ の伝播に伴う変化を、比較のための Green の法則の結果と併せて示したものである。

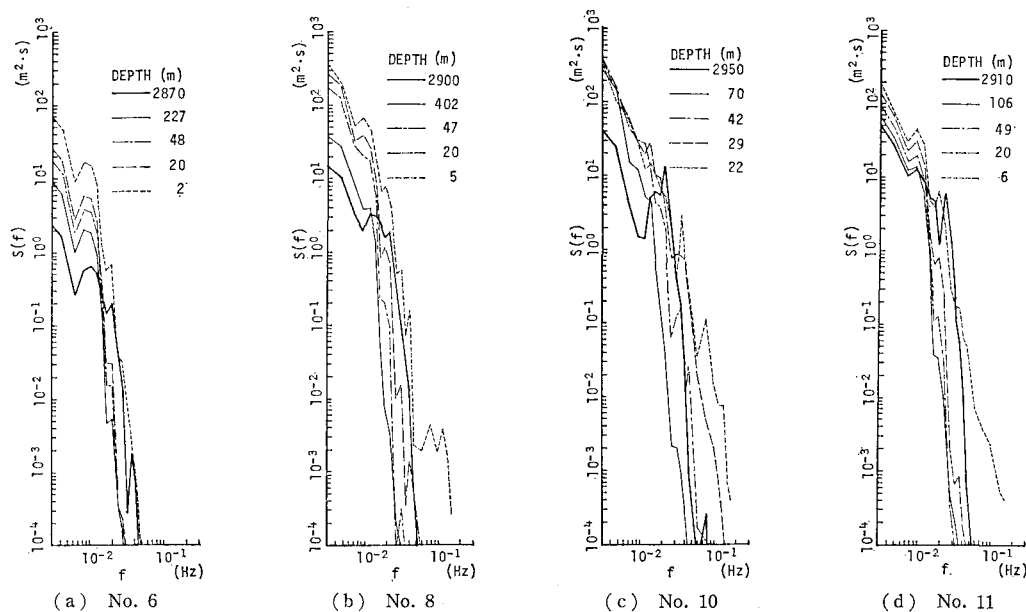


図-6 スペクトルの水深変化

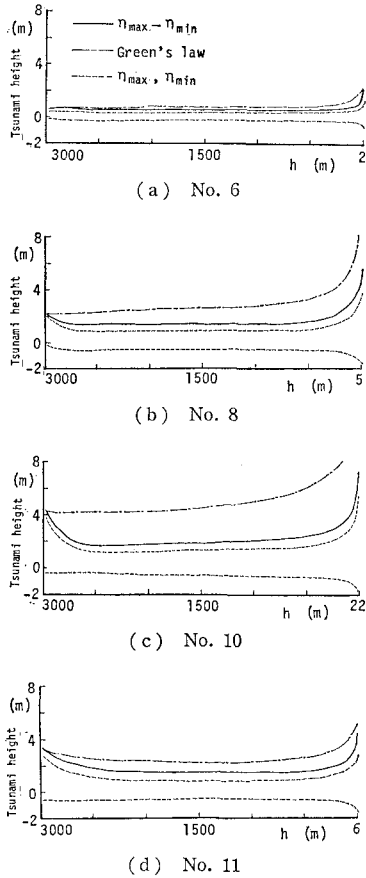


図-7 波高の水深変化

これから、Green の法則による結果は、 μ の値が小さくなるに従って過大な値を与えるようになり、波高 ($\eta_{\max} - \eta_{\min}$) との相違も μ の値が 0.63 の No. 6 においてはほとんど見られないが、 μ が最小となる No. 10 においては約 2 倍の差となって顕れており、高次項の影響が津波の波高にも大きく及んでいることがわかる。また、No. 6 を除くいずれの場合も Green の方法による結果と比べて津波の発生後の波高低下が著しいが、これは前述の図-3 および 5 からわかるように発生直後の分散効果

による波形の平坦化によっていると考えられ、分散項の評価が沿岸域だけでなく波源域においても重要となることがわかる。

5. 結 語

以上、津波を波向線路内を伝播する進行波として扱い、その非線形および分散性を考慮して伝播過程を記述し、その結果が妥当なものであることを示すと同時に、波形変化の特性が Surf-similarity パラメータによって説明出来ることを見出した。その結果、 μ の値が 0.6 程度であれば津波を線形長波として扱えるが、0.15 程度になると高次項の影響が波形や波高変化に顕れ、さらに 0.02 程度まで小さくなると津波は段波状になって短周期波列を励起するようになり、波高変化も含めて線形長波近似に基づくものと大きく異なってくることがわかった。 μ の値が 0.02 程度まで小さくなる津波に対しては高次項を評価した記述が必要であり、ここで示した手法は有用になると言えよう。

参 考 文 献

- 1) Wu, T. Y.: Long Waves in Ocean and Coastal waves, J. Eng. Mech. ASCE, Vol. 107, No. EM3, pp. 501~521, 1981.
- 2) Liu, P. L.-F. and J. Earickson: A numerical model for tsunami generation and propagation, Tsunami-Their Science and Engineering, TERRAPUB, pp. 227~240, 1983.
- 3) 谷本勝利・他 3 名: 1983 年日本海中部地震津波の実態と二・三の考察, 港湾技研資料, No. 470, 229 p., 1983.
- 4) 松本正毅・他 3 名: 数値解析による津波予測手法の開発, 電力土木 No. 200, pp. 79~88.
- 5) Yasuda, T., M. Nishimoto and A. Ukai: A practical method for long wave propagation, Proc. ASCE Speciality Conf. on Coastal Hydrodyn., 1987 (in press).
- 6) 首藤伸夫: 海底摩擦による非線形長波の減衰, 第 22 回海岸工学講演会論文, pp. 65~68, 1975.
- 7) Fornberg, B. and G. B. Whitham: A numerical and theoretical study of certain nonlinear wave phenomena, Trans. R. Soc. Lond., Vol. 289, A. 1361, pp. 373~403, 1978.
- 8) 相田 勇: 1983 年日本海中部地震津波の波源数値モデル, 地震研究所集報, 53 号, pp. 93~104, 1984.