

# 放物型屈折・回折方程式の数値計算法と現地海岸への適用

土屋 義人\*・山下 隆男\*\*・山元 淳史\*\*\*

## 1. 緒 言

緩勾配条件を仮定した屈折・回折結合方程式、いわゆる緩勾配方程式 (MSE) は、複雑な海底地形の場での実用的な波浪変形計算法として頻繁に用いられるようになってきた。特に、海浜流、海浜変形等を対象とした波浪場の計算には、計算領域が碎波帯を含むため、境界条件の設定上、放物型近似方程式 (PAE) が用いられることが多く、この方程式の効果的な計算法もいくつか提案されている。楕円型の微分方程式を放物型方程式で近似する方法は古くから用いられている手法であるが、Lozano & Liu<sup>1)</sup> によりこの手法が MSE に適用され、Radder<sup>2)</sup> によりその近似性が検討されて以来、現地への適用を目的とした研究が活発になってきた。PAE の解法は、Tsai & Liu<sup>3)</sup>、磯部<sup>4)</sup> の示したような 1 次のオーダー (波向線方程式の適用できるオーダー) での特性曲線上に変換して計算する方法と、Radder、平口・丸山<sup>5)</sup> のように固定座標系で解く方法とに大別されるが、後者の場合には、近似のオーダーによって適用性が決まる。いずれにしても、今後益々実用面での利用が予想される PAE の数値計算法の基礎的検討および現地海岸への適用法を明確にすることは、工学上極めて重要であると考えられる。

本研究では、デカルト直交座標系において、高次の回折項を含む PAE を示し、これを数値計算する場合、広範囲の波向きに対して適用性のある計算法を示す。この場合、従来用いられている方法によると、数値的な位相誤差が無視できない条件が存在する。この問題を解消するために、(1) 数値的な位相誤差を除去するための最適メッシュ条件、および (2) 側方境界条件の設定方法について検討する。

さらに、本研究で開発した PAE の数値計算法を、海底地形が複雑で、波向き線法の適用性に問題のあるような現地海岸 (新潟県糸魚川海岸) へ適用し、両計算結果を比較し、その有用性を示す。

## 2. 基礎方程式

Berkhoff<sup>6)</sup> により示された MSE は、屈折および回折を結合した線形の波動方程式として、次式で表される。

$$\nabla \cdot (G \nabla \phi) + k^2 G \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $G = C \cdot C_0$ 、 $C$ : 波速、 $C_0$ : 群速度、 $k$ : 波数であり、速度ポテンシャル  $\phi$  は、水深  $h$ 、角周波数  $\omega$  を用いて、平均海面上に原点をとった右手座標系で、次式で定義される。

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \varphi(x, y) e^{-i\omega t} \quad \dots\dots\dots (2)$$

すなわち、 $\phi$  は  $z, x, y$  および時間  $t$  に関する関数に変数分離され、未知関数  $\varphi(x, y)$  を MSE により求めることとなる。また、MSE は、次式のように変形される。

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -A\varphi - B \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、

$$A = k^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y}, \quad B = \frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (4)$$

さらに、Radder と同様に、splitting matrix  $T$  により、入射波成分  $\varphi^+$  と反射波成分  $\varphi^-$  とを、次式のような関係で分離する。

$$\begin{bmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^- \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \varphi \\ \partial \varphi / \partial x \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \partial \varphi / \partial x \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (5)$$

これにより、 $\alpha + \gamma = 1$ 、 $\beta + \delta = 0$  の関係を得、式 (3) を用いると、次式を得る。

$$-\beta A - \frac{\alpha^2}{\beta} = 0, \quad \beta A + \frac{\gamma^2}{\beta} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、反射波の無い場合を仮定すると、eikonal 方程式を適用して、位相関数  $s$  および波の振幅  $a$  を用いて、 $\varphi^+$  に関する次式が得られる。

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \varphi^+ = \left( -k_y^2 + \frac{1}{a} \frac{\partial a^2}{\partial y^2} + \frac{2}{ai} \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial s}{\partial y} + i \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} \right) \varphi^+ \quad \dots\dots\dots (7)$$

上式と、式 (3) の  $A\varphi$  の項を比較すると、Radder は  $A \doteq k^2$  を仮定し、平口・丸山は  $A \doteq k^2 - k_y^2$  まで考慮し

\* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

\*\* 正会員 工修 京都大学助手 防災研究所

\*\*\* 正会員 工修 出光エンジニアリング株式会社 エンジニアリング室

ていることがわかる。\$A\varphi\$ の高次項を全て含む表示としては、次式となる。

$$A\varphi^+ = \left( k^2 - k_y^2 + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} + \frac{2i}{a} \frac{\partial a}{\partial y} k_y + i \frac{\partial k_y}{\partial y} + \frac{1}{aG} \frac{\partial G}{\partial y} \frac{\partial a}{\partial y} + \frac{i}{G} \frac{\partial G}{\partial y} k_y \right) \varphi^+ \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、全ての項を含む形で \$f=\sqrt{A}\$ として、次式を PAE として用いることとする。

$$\frac{\partial \varphi^+}{\partial x} = \left\{ \frac{i}{2} \left( \frac{k^2}{f} + f \right) - \frac{1}{2fG} \frac{\partial(fG)}{\partial x} + \frac{i}{2fG} \frac{\partial}{\partial y} \left( G \frac{\partial}{\partial y} \right) \right\} \varphi^+ \quad \dots\dots\dots (9)$$

### 3. PAE の数値計算法

無条件安定性および伝播に伴う位相誤差を少なくするために、PAE は Crank-Nicolson スキームによって数値計算される。本研究においても、基礎方程式の差分化には、\$y\$ 方向にこのスキームを用いる。

#### (1) 最適メッシュ比条件

ここでは、一様水深場を対象として、斜め入射の場合

$$\varphi_j^{n+1} = \left[ \frac{1 - \Delta x^2/4 \{1/2(k^2/f + f) - 1/f \Delta y^2(1 - \cos \delta_y)\}^2}{1 + \Delta x^2/4 \{1/2(k^2/f + f) - 1/f \Delta y^2(1 - \cos \delta_y)\}^2} + i \frac{\Delta x \{1/2(k^2/f + f) - 1/f \Delta y^2(1 - \cos \delta_y)\}^2}{1 + \Delta x^2/4 \{1/2(k^2/f + f) - 1/f \Delta y^2(1 - \cos \delta_y)\}^2} \right] \varphi_j^n = (A' + iB') \varphi_j^n \quad \dots\dots\dots (13)$$

したがって、\$j\$ 点における \$x\$ 方向の次のメッシュ点との位相差 \$\delta\$ は、差分式 (11) を用いると、次式のように

$$\delta = \tan^{-1} \frac{B'}{A'} = \tan^{-1} \left[ \frac{\Delta x \{1/2(k^2/f + f) - 1/f \Delta y^2(1 - \cos \delta_y)\}}{1 + \Delta x^2/4 \{1/2(k^2/f + f) - 1/f \Delta y^2(1 - \cos \delta_y)\}^2} \right] \quad \dots\dots\dots (14)$$

一方、真の位相差は、\$\delta\_x = k\_x \Delta x\$ であり、これと \$y\$ 方向のメッシュ幅 \$\Delta y\$ と \$x\$ 方向のそれ \$\Delta x\$ との比、\$R = \Delta y/\Delta x\$ を用いて、式 (14) は、次式のように変形される。

$$\delta = \tan^{-1} \left( \frac{E}{1 - 1/4E^2} \right) \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに、

$$E = \delta_x \left[ \frac{1}{2k \cos \alpha} \left( \frac{k^2}{f} + f \right) - \frac{k \cos \alpha}{F \delta_x^2 R^2 \{1 - \cos(R \delta_x \tan \alpha)\}} \right] \quad \dots\dots\dots (16)$$

これより、式 (15) および (16) において、\$\delta = \delta\_x\$ となるように \$R\$ を決定すれば、数値的な位相誤差の介入しない最適メッシュ比が得られることとなる。

図-1 は、\$R=1\$ の場合について、\$\delta/\delta\_x\$ と \$\delta\_x\$ との関係を示す。入射角 \$\alpha\$ をパラメータとして示した 1 例であり、波数と \$\Delta x\$ を決定すれば、\$\delta\_x\$ が求まり、それに対する数値的位相誤差の少ない入射角が判定できる。一方、図-2 には、\$\delta/\delta\_x=1\$ (誤差無し条件) の場合の \$R\$ を求めるのに都合よく、\$\alpha\$ と \$\delta\_x\$ との関係で最適メッシュ

に生じる数値的な位相誤差を検討する。一様水深場における PAE は、式 (8) において \$G\$ の微分項をゼロとして、次式となる。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{i}{2} \left( \frac{k^2}{f} + f \right) \varphi + \frac{i}{2f} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

これを、\$y\$ 方向に Crank-Nicolson スキームを適用して差分化すると、次式のようになる。

$$\frac{\varphi_j^{n+1} - \varphi_j^n}{\Delta x} = \frac{i}{2} \left( \frac{k^2}{f} + f \right) \frac{\varphi_j^n + \varphi_j^{n+1}}{2} + \frac{i}{4f \Delta y^2} \{ (\varphi_{j-1}^{n+1} - 2\varphi_j^{n+1} + \varphi_{j+1}^{n+1}) + (\varphi_{j-1}^n - 2\varphi_j^n + \varphi_{j+1}^n) \} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、隣り合うメッシュ点での位相差を \$\delta\_y\$ とすると、\$\varphi\_{j-1}^n\$ および \$\varphi\_{j+1}^n\$ は、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{j-1}^n &= A_n e^{i(\theta_n - \delta_y)} = \varphi_j^n e^{-i\delta_y} = \varphi_j^n (\cos \delta_y - i \sin \delta_y) \\ \varphi_{j+1}^n &= A_n e^{i(\theta_n + \delta_y)} = \varphi_j^n e^{+i\delta_y} = \varphi_j^n (\cos \delta_y + i \sin \delta_y) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

さらに、\$\varphi\_{j-1}^{n+1}\$ および \$\varphi\_{j+1}^{n+1}\$ についても同様の関係が得られ、これらを式 (11) に代入すると、\$\varphi\_j^{n+1}\$ と \$\varphi\_j^n\$ との関係として、次式を得る。

なる。

比 \$R\$ を、破線で示してある。また、実線は最適な \$R\$ の得られる限界を示す。

#### (2) 数値計算法

式 (11) は、\$\varphi\_{j+1}^{n+1}\$、\$\varphi\_j^{n+1}\$、\$\varphi\_{j-1}^{n+1}\$ に関して、次式のように表される。

$$-A_j \varphi_{j+1}^{n+1} + B_j \varphi_j^{n+1} - C_j \varphi_{j-1}^{n+1} = D_j \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに、\$A\_j\$、\$B\_j\$、\$C\_j\$ および \$D\_j\$ は既知の係数、定数で

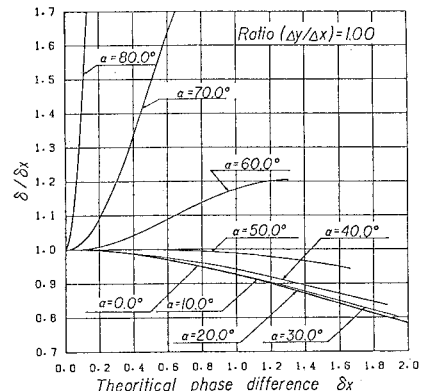
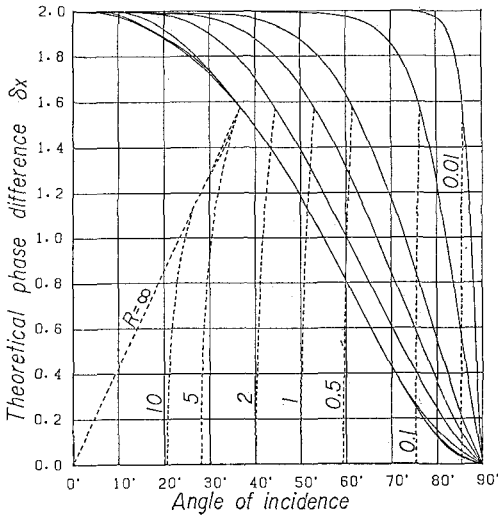


図-1 \$R=1\$ の場合の数値位相誤差と入射角との関係

図-2 入射角と最適メッシュ比  $R$  との関係

あり, 次式のようになる.

$$\begin{aligned}
 A_j &= -\frac{i\omega\Delta x}{2\Delta y^2} \frac{G_{j+1/2}^{n+1}}{f_j^{n+1/2}G_j^{n+1/2}} \\
 B_j &= -1 + \frac{i\omega\Delta x}{2} \left\{ \frac{(k_j^{n+1/2})^2}{f_j^{n+1/2}} + f_j^{n+1/2} \right\} \\
 &\quad - \frac{\omega}{2} \frac{f_j^{n+1}G_j^{n+1} - f_j^n G_j^n}{f_j^{n+1/2}G_j^{n+1/2}} - \frac{i\omega\Delta x}{2\Delta y^2} \frac{G_{j+1/2}^{n+1} + G_{j-1/2}^{n+1}}{f_j^{n+1/2}G_j^{n+1/2}} \\
 C_j &= -\frac{i\omega\Delta x}{2\Delta y^2} \frac{G_{j-1/2}^{n+1}}{f_j^{n+1/2}G_j^{n+1/2}} \\
 D_j &= -\varphi_j^n - \frac{i(1-\omega)\delta x}{2} \left\{ \frac{(k_j^{n+1/2})^2}{f_j^{n+1/2}} + f_j^{n+1/2} \right\} \varphi_j^n \\
 &\quad - \frac{(1-\omega)}{2} \frac{f_j^{n+1}G_j^{n+1} - f_j^n G_j^n}{f_j^{n+1/2}G_j^{n+1/2}} \\
 &\quad - \frac{i(1-\omega)\Delta x}{2\Delta y^2} G_{j+1/2}^{n+1} \varphi_{j+1}^n - (G_{j-1/2}^{n+1} + G_{j+1/2}^{n+1}) \varphi_j^n \\
 &\quad + G_{j-1/2}^{n+1} \frac{\varphi_{j-1}^n}{f_j^{n+1/2}G_j^{n+1/2}}
 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (18)$$

すなわち, 式 (17) の方程式系は, 三重対角の係数行列となり, double sweep out 法によって容易に解くことができる. この場合, 次式のような Thomas アルゴリズムを用いる.

$$\varphi_j^{n+1} = E_j \varphi_{j+1}^{n+1} + F_j \quad (j=1, 2, \dots, NY-1) \quad \dots\dots\dots (19)$$

このため,  $E_1, F_1$  および  $\varphi_{NY}$  によって境界条件が与えられる. いま, radiation 条件  $\varphi_y = ik_y \varphi$  が側方境界で与えられる場合を考えると, 差分のとり方により2通りの境界条件が, さらに境界に一樣水深部を仮想的に考え, ここで前節に述べた位相関係を満たす方法の合計3通りが考えられる. すなわち, 以下の条件が考えられる.

(i) 前進差分を用いる場合

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{1 + ik_{y1}^{n+1} \Delta y} \\ F_1 &= 0 \\ \varphi_{NY} &= \frac{F_{NY-1}}{1 + ik_{yNY-1}^{n+1} \Delta y - E_{NY-1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

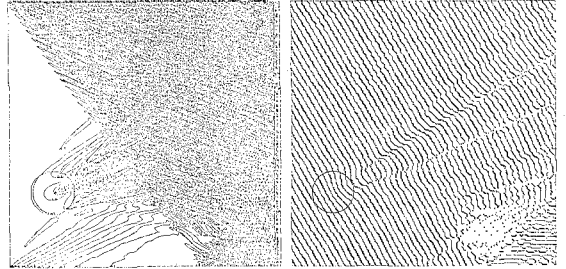
(ii) 中央差分を用いる場合

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{2 - ik_{y1}^{n+1} \Delta y}{2 + ik_{y1}^{n+1} \Delta y} \\ F_1 &= 0 \\ \varphi_{NY} &= \frac{F_{NY-1}}{(2 - ik_{yNY-1}^{n+1} \Delta y)/(2 + ik_{yNY-1}^{n+1} \Delta y) - E_{NY-1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

および, (iii) 一樣水深を仮想的に設定し, 位相関係,

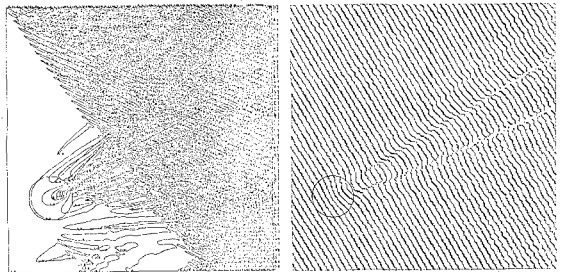
$$\left. \begin{aligned} \varphi_1^{n+1} &= \varphi_2^{n+1} e^{-ik_y \Delta y} \\ \varphi_{NY}^{n+1} &= \varphi_{NY-1}^{n+1} e^{ik_y \Delta y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

B.C.:  $\partial\phi/\partial y = ik_y \phi$  (forward d.) B.C.:  $\partial\phi/\partial y = ik_y \phi$  (forward d.)  
ANG=30° NEW P.E.  $\Delta x=L/8 \Delta y=L/8$  ANG=30° NEW P.E.  $\Delta x=L/8 \Delta y=L/8$



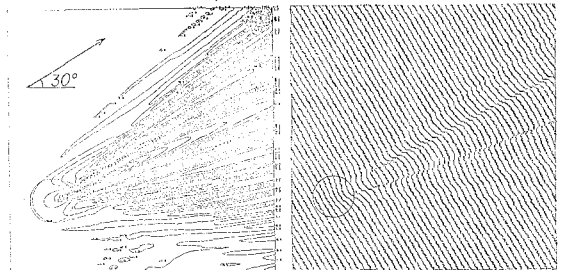
(a) 前進差分による場合

B.C.:  $\partial\phi/\partial y = ik_y \phi$  (central d.) B.C.:  $\partial\phi/\partial y = ik_y \phi$  (central d.)  
ANG=30° NEW P.E.  $\Delta x=L/8 \Delta y=L/8$  ANG=30° NEW P.E.  $\Delta x=L/8 \Delta y=L/8$



(b) 中央差分による場合

ANG=30° Radder  $\Delta x=L/8 \Delta y=L/8$  ANG=30° Radder  $\Delta x=L/8 \Delta y=L/8$



(c) 一樣な仮想水深を用いる場合

図-3 境界条件による計算結果の比較

を用いる場合,

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= e^{-ik_{y1}^{n+1}/2} dy \\ F_1 &= 0 \\ \varphi_{NY} &= \frac{F_{NY-1}}{e^{-ik_{yNY-1}^{n+1}/2} - E_{NY-1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

となる。図-3 に、Radder<sup>2)</sup> と同一の球面浅瀬の場に、以上の3通りの方法を適用した計算結果を示す。これより、(i) および (ii) の場合には、波高分布 (左図) に境界からの微小なじょう乱が発生し、(i) の場合には、位相関係の判別できない部分もみられる。

### (3) 球面浅瀬による数値計算結果の検討

以上の数値計算法を、境界条件を検討した場合と同様の球面浅瀬に適用し、入射角 30°, 45° および 60° について計算結果を比較する。図-4 は、入射角 60° の場合に、最適メッシュ比を用いて、(iii) の境界条件により計算した結果である。この方法によれば、直交座標系においても、PAE でかなりの入射角の計算が可能であることがわかる。

表-1 は、球面浅瀬における一連の計算結果から、図-5 で定義した、浅瀬中心からのズレ  $d_p$  および浅瀬通過後に生じる最大波高点からの波向き  $\theta_p$  を、計算メ

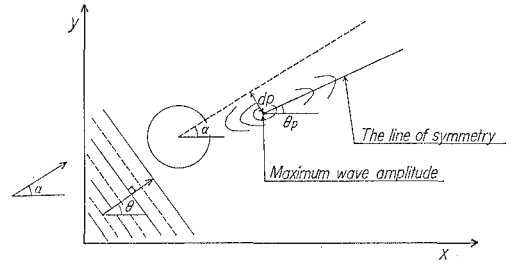


図-5  $d_p$  および  $\theta_p$  の定義

ッシュ幅および計算方法 (表-1 中、model 欄の R は Radder の方法、A は本研究で示した方法を意味する) について示したものである。この表より、Radder の数値計算法と比べて、適用性において、ここで示した方法は、十分改良されていることがわかる。

### 4. 現地海岸への適用例

これまでに述べた計算方法を、図-6 に示すように、海谷が侵入して複雑な海底地形を呈している新潟県糸魚川海岸に適用する。

まず、式 (8) 中の  $k_x$  およびそれ以後の微分項を予め求めておく必要があるため、波向き線法が適用できる

$\delta x_{opt} = 0.4367$   $R_{opt} = 0.477$   
ANG=60° NEW P.E.

$\delta x_{opt} = 0.4367$   $R_{opt} = 0.477$   
ANG=60° NEW P.E.

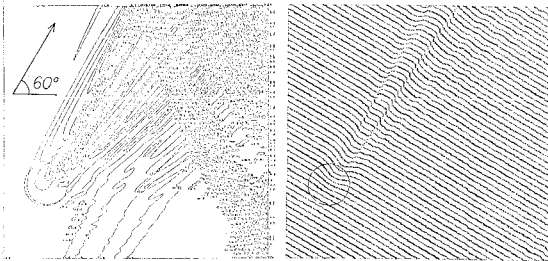


図-4 入射角 60° の場合の数値計算結果

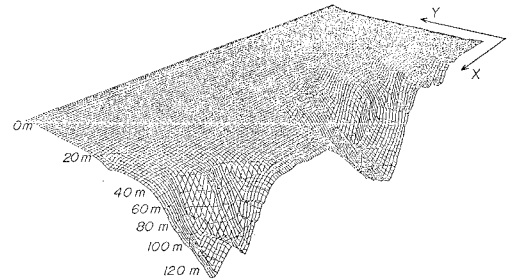


図-6 糸魚川海岸の海底地形

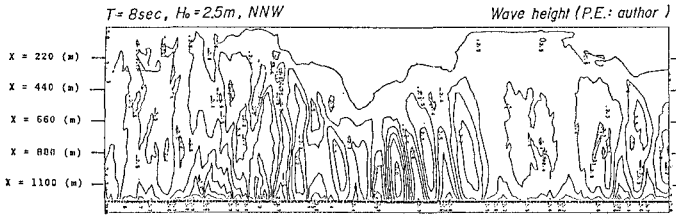
表-1 球面浅瀬による計算結果

| Angle (deg.) | model | optimum    |       | $\Delta x$  | $\Delta y$  | $\theta$ | $H_{max}$ |            |
|--------------|-------|------------|-------|-------------|-------------|----------|-----------|------------|
|              |       | $\delta_x$ | R     |             |             |          | $d_p$     | $\theta_p$ |
| 30           | R     | —          | —     | L/4, 1.5211 | L/4, 1.5211 | 32.968   | 9.82      | 20.0       |
| 30           | R     | —          | —     | L/8, 0.7606 | L/8, 0.7606 | 30.636   | 2.98      | 27.5       |
| 30           | A     | —          | —     | L/4, 1.5211 | L/4, 1.5211 | 33.153   | 6.44      | 17.5       |
| 30           | A     | —          | —     | L/8, 0.7606 | L/8, 0.7606 | 30.870   | 1.57      | 23.5       |
| 30           | A     | 0.2061     | 4.27  | 0.2304      | 0.9839      | 30.000   | 0.94      | 30.0       |
| 45           | R     | —          | —     | L/4, 1.5211 | L/4, 1.5211 | 45.456   | 25.92     | 23.5       |
| 45           | R     | —          | —     | L/8, 0.7606 | L/8, 0.7606 | 43.883   | 6.52      | 32.5       |
| 45           | A     | —          | —     | L/4, 1.5211 | L/4, 1.5211 | 46.466   | 10.21     | 35.0       |
| 45           | A     | —          | —     | L/8, 0.7606 | L/8, 0.7606 | 45.368   | 2.20      | 41.5       |
| 45           | A     | 0.2208     | 1.42  | 0.3024      | 0.4294      | 45.000   | 0.94      | 45.0       |
| 45           | A     | 0.3626     | 1.43  | 0.4966      | 0.7102      | 45.000   | 1.57      | 45.0       |
| 60           | R     | —          | —     | L/4, 1.5211 | L/4, 1.5211 | 54.222   | 43.98     | 25.0       |
| 60           | R     | —          | —     | L/8, 0.7606 | L/8, 0.7606 | 54.126   | 12.57     | 37.0       |
| 60           | A     | —          | —     | L/4, 1.5211 | L/4, 1.5211 | 56.747   | 14.92     | 45.5       |
| 60           | A     | —          | —     | L/8, 0.7606 | L/8, 0.7606 | 58.965   | 2.91      | 56.5       |
| 60           | A     | 0.3512     | 0.475 | 0.6802      | 0.3231      | 60.000   | 1.57      | 60.0       |
| 60           | A     | 0.4367     | 0.477 | 0.8458      | 0.4034      | 60.000   | 1.96      | 59.5       |

ように、現地の海底地形を平滑化する。

次に、波向き線法によって pre-wave field を求め、最適メッシュ条件により決定される格子点上にスプライン補間により内そうする。この pre-wave field を用いて、側方境界を radiation 条件として計算する。

以上の手順によって、周期 8 s、沖波波高 2.5 m、入射角 22.5° (NNW) の場合の計算を行い、図-7 に結果を示した。図-7 (a) は、PAE により得られた波高分布であり、図中の  $x=880$  および 1100 (m) の線上での波高および波向きを、波向き線法の結果 (Ray method の表示) と比較して示してある。これより、波向きに関しては、両結果はほぼ対



(a) PAE による波高分布

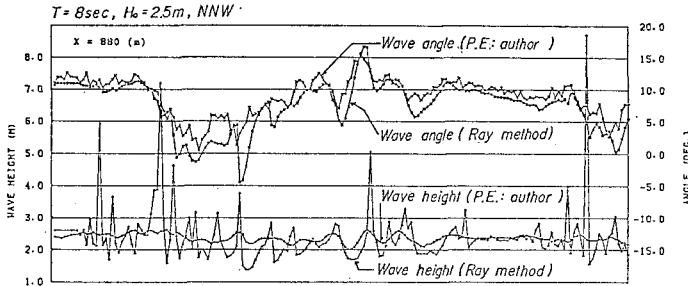
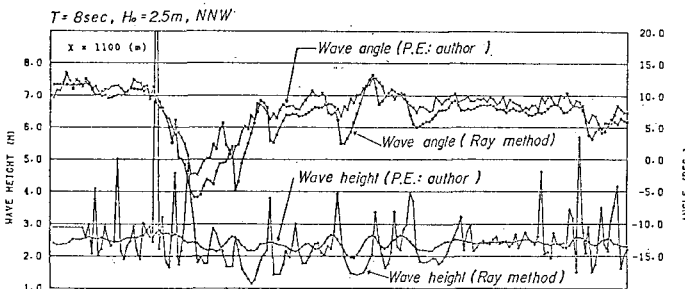
(b)  $x=880$  m 線上の波高, 波向きの分布(c)  $x=1100$  m 線上の波高, 波向きの分布

図-7 糸魚川海岸における波浪の計算結果

応しているが、局部的には無視できない程度の相違が生じている。また、波高に関しては、波向き線法の結果には大きな凹凸がみられるが、PAEのそれは滑らかである。波高の集中個所はほぼ対応しているが、波向き線法の結果を平滑化したとしても、両者の差は極めて大きい。このため、波浪のエネルギーフラックスの計算においては、両者の差異はさらに大きくなり、これに基づいて海浜変形等を議論する際には、結果がかなり変わってくるものと思われる。このことから、従来一般的に用いられてきた波向き線法に代わり、今後PAEを用いることが必要であると思われる。

## 5. 結 論

以上、放物型屈折・回折方程式を固定直交座標系で数値計算する場合の方法論を示し、それを現地海岸へ適用したが、得られた成果は、次のように要約される。

(1) 楕円型の微分方程式 MSE より、全ての高次項を含む放物型近似方程式への誘導し、Radder および平口・丸山の手法との関係を示した。

(2) 誘導した PAE を Crank-Nicolson スキームで差分化して数値計算する場合の数値的位相誤差を除去する方法を示し、最適メッシュ比の決定法を明らかにした。

(3) Radiation 条件を側方境界で適用する場合の数値計算上の境界条件の与え方について、仮想の一樣水深を考え、位相関係を満足させる方法が有効であることが示された。

(4) 球面浅瀬による一連の数値計算結果から、固定直交座標系を用いても、入射角  $60^\circ$  の場合においても十分計算できることが示された。

(5) 現地海岸への本数値計算法の適用例を示し、波向き線法の結果と比較し、PAE による計算の有用性を示した。

## 参 考 文 献

- 1) Lozano, C. J. and P. L-F. Liu: Refraction-diffraction model for linear surface water waves, J. Fluid Mech., Vol. 101, pp. 705~720, 1980.
- 2) Radder, A. C.: On the parabolic equation method for water-wave propagation, J. Fluid Mech., Vol. 95, pp. 159~176, 1979.
- 3) Tsay, T. K. and P. L-F. Liu: Numerical solution of water-wave refraction and diffraction problems in the parabolic approximation, J. Geophys. Res., Vol. 87, pp. 7932~7940, 1982.
- 4) 磯部雅彦: 波向き線法における放物型方程式を用いた屈折・回折の計算法, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 95~99, 1985.
- 5) 平口博丸・丸山康樹: 斜め入射波に対する放物型方程式の適用性の拡張, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 114~118, 1986.
- 6) Berkhoff, J. C. W.: Computation of combined refraction-diffraction, Proc. 13th Coastal Eng. Conf., pp. 471~490, 1972.