

非線形浅水重力波の急斜面反射による波峰分裂

岡 村 敬 二*・ 八 鉦 功**

1. はじめに

前報^{1),2)}では非線形浅水水面孤立波が急斜面を遡上する問題について若干の数値計算例と反射波の時間発展例を示し孤立波の反射安定性を調べたが、今回は水槽実験と解析的扱いを前回の内容に加え非線形性の役割を検討する。

斜面勾配と波形勾配の比 S が $S \ll 1$ の緩斜面の場合、入射した有限振幅波は浅水増幅と前傾化の後砕波に至ると考えられるが、 $S \gg 1$ の急斜面の場合には入射波は顕著な浅水増幅と前傾化を受けることなしには非砕波で反射する。特に非線形浅海波（大波高のうねり）を表現するモデルとして有効性が示されている³⁾非線形浅水 Boussinesq 孤立波を用いる時、浅海における孤立波モデルの適用範囲の広さを示す上でも防波堤その他の沿岸構造物による有限波高波浪の反射を孤立波の急斜面反射とその後の時間発展から扱うことが必要である。

しかし現実的な2次元水域における孤立波を扱う前にまず最も単純な1次元水域を想定し、孤立波列で表現できる有限波高波浪の波峰間の tail 間干渉が弱いとして1孤立波のみに着目する。最も基本的な斜面1回遡上と反射については鉛直壁 ($S = \infty$) について Renouard らの水槽実験⁴⁾、Fenton・Rienecker の Fourier 法⁵⁾や Nakayama の BEM による数値計算⁶⁾などがあり、急斜面反射についても Pedersen⁷⁾、Kim ら⁸⁾の水槽実験や数値計算、Sugimoto・Kakutani の Edge-layer 理論⁹⁾があり最近活発に研究されている。しかしながら反射後の波形の時間発展を Boussinesq 孤立波の反射安定性の観点から調べる研究は今のところあまり行なわれていないので本研究で扱うこととする。

以下では斜面勾配が波形勾配に比してじゅうぶん小さいか同じオーダー ($S \gg 1$, $S \sim 1$) であり波は反射により大きな distortion を受けない範囲内で砕波点近傍までを考察の対象とする。

2. 水槽実験装置と分散関係

以上の目的のため 図-1 で示す実験水槽（アクリル製、12 m × 30 cm × 30 cm）を製作した。水槽右端の速度制御モーターに接続したリニアヘッドの上下運動によるゲート開閉で発生した波をゲートから 0.66, 5.92, 8.82 m 下流の3点 A~C に設置した容量式波高計で計測し、結果をペンレコーダーと波形解析処理装置のフロッピーディスクに出力した。ゲート開放による水面初期波形は段波に近いが水深 5~10 cm に対し伝播距離 1~2 m で波形は安定化する。なお発生する波峰の高さ a はゲート両側の水位差 Δh により制御する。また水槽左端の傾き β の斜面はこの段階では設置していない。

そこで発生した波形の第1波峰に着目し、その a の伝播による減衰とその h 依存性を示したのが 図-2 で、例えば $h=10$ cm に対し $a/a_0 = e^{-1}$ に要する距離は水深の約 10^3 倍である。図中の矢印は水槽端での鉛直壁反射時点を示し点線は粘性のため底面境界層でエネルギーが失われると仮定した Keulegan の式

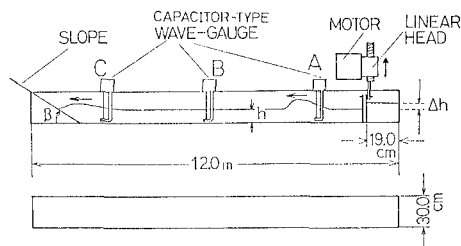


図-1 実験水槽の略図

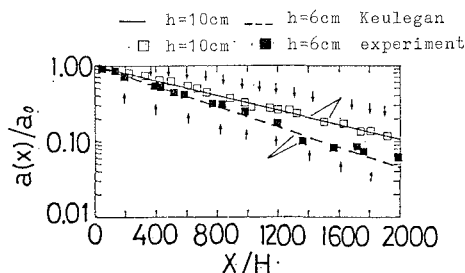


図-2 a の粘性減衰とその h 依存性

* 学生会員 工修 北海道大学大学院工学研究科

** 正 会 員 理博 北海道大学教授 工学部数物系共通

$$\frac{a}{a_0} = \left\{ 1 + \frac{1}{12} \left(1 + \left(\frac{2h}{W} \right) \left(\frac{\nu^2}{gh^3} \right)^{1/4} \frac{x}{h} a_0^{-1/4} \right)^{-4} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

である。ここに W , a_0 , g , ν はそれぞれ水槽奥行き, 初期波高, 重力加速度, 動粘性係数であり $\nu = 1.31 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ (水温 15°C の値) を用いた。波長長時間発展を知る上で粘性減衰は障害となるが (1) が実験値をよく説明することからその程度は (1) 式で評価できることがわかる。

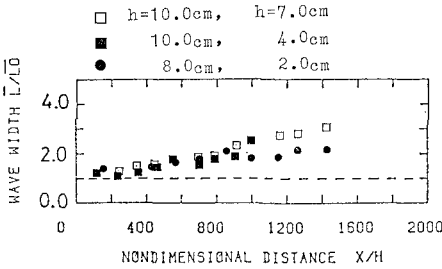


図-3 $\bar{L}$ の伝播による増加とその h 依存性

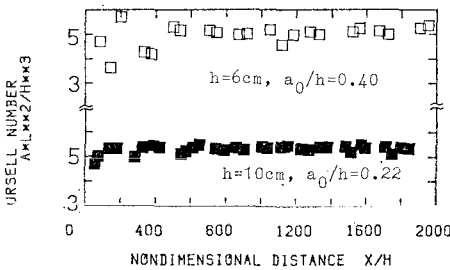


図-4 al^2/h^3 の伝播による変化と h 依存性

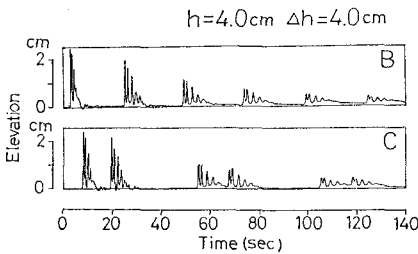


図-5 初期アーセル数 $U_{r0} = 22.6$ の造波波形測定例

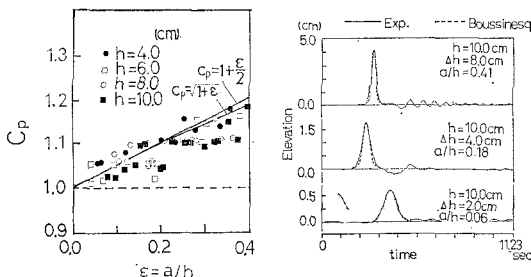


図-6 振幅分散関係

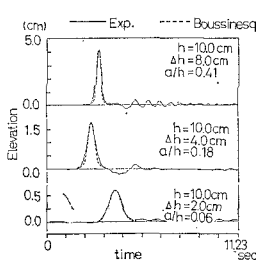


図-7 厳密解との比較例

次に波峰の幅 L に関して後続振動波の影響を受けない波面前面積分法を用いて評価した $\bar{L}$ の、伝播に伴う変化を図-3 に示した。粘性のためしだいに $\bar{L}$ が増大していることがわかる。なお $\bar{L}$ は時間記録から求めた時間幅であり空間幅 l には $l = c_p \bar{L}$ により変換した。 c_p は図-6 で示すが、波峰の位相速度である。

図-4 はアーセル数 $U_r = al^2/h^3$ の伝播距離に対する変化を示した図で伝播に伴い先頭波峰の U_r が一定値に漸近することがわかる。

理想的な 1 孤立波造波のためには右端貯水槽について (2) の初期アーセル数 U_{r0} が 1 から 5 程度の範囲内になければならない。

$$U_{r0} = \left(\frac{\Delta h}{h} \right) \left(\frac{L_1}{h} \right)^2 \dots\dots\dots (2)$$

ここで L_1 は貯水槽の水平スケールで今回は $L_1 = 19 \text{ cm}$ である。波峰分裂の実験のためにできる限り Δh を大きくし高波高の 1 孤立波を入射波として用いねばならないが、 $U_{r0} \leq 5$ は Δh に上限値を与える。図-5 はこの上限を超えた $\Delta h = 4.0 \text{ cm}$ ($h = 4.0 \text{ cm}$, $U_{r0} = 22.6$) の場合の B, C における波形であるが造波後 8 m 程伝播したのちにはすでに 4 個以上の波峰に分裂している。以下では $1 \leq U_{r0} \leq 5$ の範囲内の Δh を選ぶことにする。

図-6 は測点 C と C から 0.96 m 上流の C' の時間記録における波峰到達の時間ずれ ΔT から $c_p = 0.96/\Delta T$ により求めた波峰の位相速度 c_p ($\sqrt{gh}$ で規格化) の実験値を $\epsilon (= a/h)$ に対しプロットした図である。図中の曲線は Boussinesq 孤立波の $c_p = \sqrt{1 + \epsilon}$ を、直線は ϵ までのその c_p の展開式 $c_p = 1 + \epsilon/2$ である。実験値は多少のばらつきはあるものの ϵ の増大と共に c_p が増大する振幅分散性をもっていることがわかる。ここで図-6 をプロットする際 a を決めるため C と C' で測定した a の平均値 $\bar{a}$ を用いている。

図-7 は測定波形を Boussinesq 孤立波の厳密解と比較した一例で後方の ripple を除き、その形状の一致は満足すべき程度である。ただし波形は B での最初の到達波である。

3. 実験結果と理論的考察

図-8 は斜面反射直後の C で測定した 2 波形例 ((a) $\beta = 30 \text{ deg}$, (b) $\beta = 10 \text{ deg}$) であるが波形を (c) のように Domain I と II に分けて考えると β が減少するにつれ I の幅 $\bar{l}$ が大きくなっている。そこで I の波形の左右非対称性を無視し I のみについて 図-9 のように特性曲線法によって反射前の幅 l と反射後の $\bar{l}$ の関係を求めると¹⁰⁾,

$$\bar{l} = w + \frac{\bar{c}_p}{c_p} (l + w) \dots\dots\dots (3)$$

ここで $\bar{c}_p$ は反射波の位相速度, w は $w = h/\tan \beta$ で定

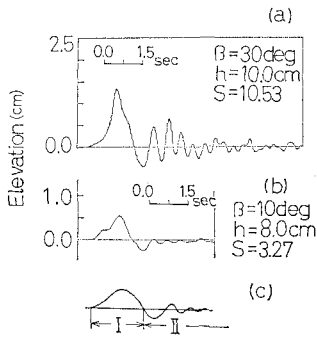


図-8 斜面反射直後の C での測定波形 (a), (b) と Domain の分割 (c)

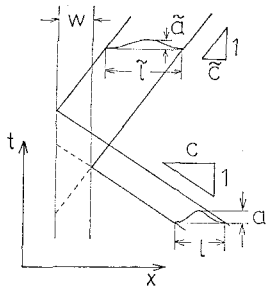


図-9 特性曲線法による $\tilde{l}$ と l の関係

義される斜面の水平射影長である。第0近似として c_p , $\tilde{c}_p$ の ε オーダーの項を落とし $\tilde{c}_p = c_p$ とおくと (3) は $\tilde{l} = l + 2w$ (4) となる。さらに反射直後の波形 η^R は幅 $\tilde{l}$ の sech² 型であると仮定する。

$$\eta^R = \bar{a} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2}{\tilde{l}} (x - c_p t + \delta) \right) \quad (5)$$

ここで δ は位相である。また (5) の $\bar{a}$ は反射前後の波形に関する質量保存則から (6) により求めることができる。ここで Domain II は正味の質量を持たないと仮定した。

$$\int_{-\infty}^{\infty} a \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2\xi^-}{\tilde{l}} \right) d\xi^- = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{a} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2\xi^+}{\tilde{l}} \right) d\xi^+ \quad (6)$$

(6) で $\xi^+ = x + c_p t + \delta$, $\xi^- = x - c_p t + \delta'$ の移動座標, 積分領域は近似的に無限遠に拡張した。

もし水槽が $+x$ 方向に半無限であり (5) のように η^R が $+x$ 方向に伝播するならば (5) の長時間発展について K-dV 方程式あるいはその固有値の性質について逆散乱法を用いることができる。Lax operator, L と随伴方程式は (7) で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{d^2}{dx^2} + \frac{3}{2} \eta^R(t=0)/h \\ L\psi &= \lambda\psi \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(7) 式は初期時刻 $t=0$ について評価した式であるが

(7) から波峰分裂により最終的に現われる孤立波数 N とそれらの波高 a_i を (7) の固有値 λ_i と固有関数 ψ_i のゼロ点の数から求めることができる。ここで a_i と λ_i は

$$a_i = -\frac{4}{3} \lambda_i \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (8)$$

の関係があり ϕ に関する境界条件は $\phi(x=\infty) = \phi'(x=-\delta) = 0$ を用いた。ここで記号 $'$ は x 微分を表わし, $x = -\delta$ は η^R の波峰位置を示す。

そこで後の計算結果の整理のため w' を $w' = w/l$ によって, 周期波はい上りに用いられるのと同様な Surf Similarity Parameter S を $S \equiv \tan \beta / (a_0/l)^{1/2}$ により定義する。表-1 は (2) の範囲を考慮した 19 個の $(h, \Delta h, U_{r0}, \beta)$ の Run 一覧である。これらの実験パラメーターの組のうち 図-10~12 は順に $S=0.83$ ($\beta=10$ deg), $S=1.60$ ($\beta=20$ deg), $S=2.67$ ($\beta=30$ deg) の A~C における測定波形 (横軸時間) である。ただし β deg の反射は矢印で示した時点でありその後斜面を静かに取り出し水槽両端間の往復とし長時間波形発展を調べた。なお同じ a と h の値に対して斜面なしの往復のみを行い波形自体が分裂していないことを確認した。図-10~12

表-1 実験を行った 19 個の Run

h (cm)	Δh (cm)	U_{r0}	β (deg)	h (cm)	Δh (cm)	U_{r0}	β (deg)
10.0	9.8	3.25	10.0	8.0	7.0	4.94	10.0
	8.0	2.89			6.0	4.23	
	7.0	2.53			4.0	2.82	
	6.0	2.17			2.0	1.41	
	9.0	3.25	20.0		6.0	4.23	20.0
	7.0	2.53			4.0	2.82	
	5.0	1.81			6.0	4.23	30.0
	9.0	3.25	30.0	6.0	2.0	3.34	10.0
	7.0	2.53					20.0
							30.0

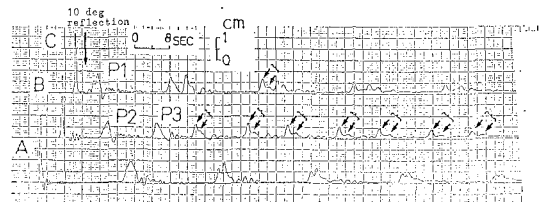


図-10 $S=0.83$, $h=10$ cm の場合の測定波形

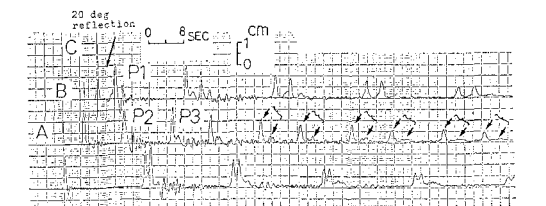
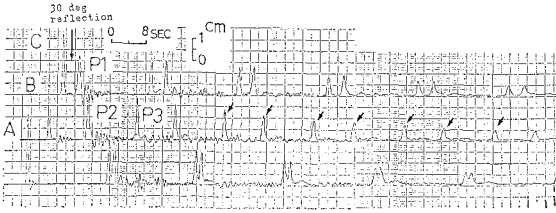
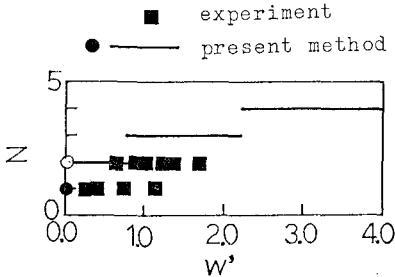
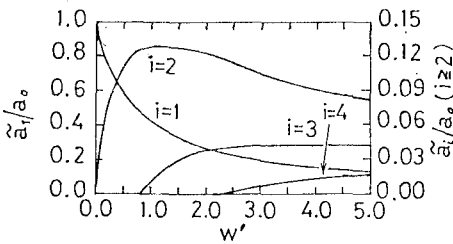
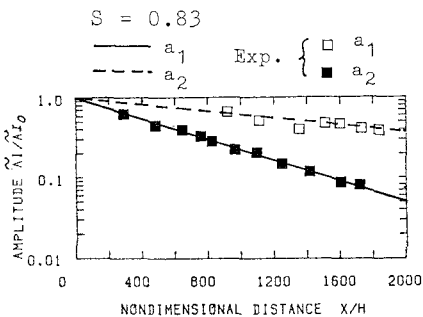


図-11 $S=1.60$, $h=10$ cm の場合の測定波形

図-12 $S=2.67$, $h=10$ cm の場合の測定波形図-13 w' に対する N の関係図-14 w' に対する $\bar{a}_i/a_0$ の関係 ((8) 式)図-15 $\bar{a}_i$ の伝播距離による減衰と実験値との比較

からわかるように S が小さくなるにつれ $\bar{l}$ の増加と複数波峰の存在が認められる。

ここで反射直後の波形 (P1) を見れば Domain I が back ground の ripple と干渉しているように思われるが他の測点での P2, P3 もほぼ相似の波形を持つこと, ripple の条件が全く異なる他の Run でも I の形状が相似であることから Domain I 自体の分裂と考えることが可能である。しかし 図-10 からわかるように P1 の前方の波峰ほど a が小さいことは、K-dV 方程式による矩形波を初期波形とした先頭波峰ほど a が大きい

分裂とは異なる。考えられる原因として急斜面面上時に孤立波の一部がすでに反射波となって P1 の主波峰の前方波峰を形成していることが挙げられ、これは前報の数値計算結果¹⁾と一致する。

図-10~12 では粘性減衰のため主波峰以外の波峰の同定が難しいが 図-10 で $N_{\max}=2$, 図-11 で $N_{\max}=1\sim 2$, 図-12 で $N_{\max}=1$ と読み取れる。図-13 は前記の逆散乱法による N の予想値と今回の実験値 (■印) の比較であるが、今回の水槽実験の N は予想値より小さい値をとり、 w' が小さくなると N が増加する定性的傾向が両者で一致する。実際的水槽実験では粘性減衰による damping とそれに伴う振幅分散性の弱まりが N を過少評価する一因になると考えることができる。前報¹⁾では BEM を用いた数値計算によって求めた反射直後の波形を初期条件としてその後の時間発展を K-dV により調べた結果 $a_0/h=0.21$, $\beta=45$ deg ($S=5.13$, $w'=0.43$) に対し $N=2$, $\beta=20$ deg ($S=1.56$, $w'=0.71$) に対し $N\geq 3$ と結論した。図-13 はこの結果に一致しているが (7) と K-dV が表裏関係にあることを考えれば納得できる。

図-14 は逆散乱法による波峰の高さ $\bar{a}_i$ (a_0 で規格化) を (7) (8) を用いて w' に対し示した図である。 w' の増加と共に $\bar{a}_1$ (主波峰) の増大と $\bar{a}_i$ (副波峰) の発生がわかる。しかし 図-15 の $\bar{a}_i$ では実験との比較ができないので斜面の汀線から $\bar{a}_i$ が (1) で与える粘性減衰を受けるとして求めた $\bar{a}_i$ を水平伝播距離に対して示し、測定した波峰の $\bar{a}_i$ と比較した図が 図-15 である。粘性を考慮した孤立波の振幅減衰式 (1) が実験値 $\bar{a}_i$ と定性的に一致していることがわかる。

分裂のための sorting に要する距離 L_s については前報^{1),2)}でその一例を紹介したが例えば $a_0/h=0.21$, $\beta=20$ deg について $L_s\approx 32$ であるのに対し、水槽実験で $L_s=40\sim 50$ であることから粘性による波高減衰が振幅分散を弱め L_s を増加させたと考えられる。

最後に今回の解析的方法の問題点としては、反射波の Domain I について左右対称性 (sech² 型) を仮定したこと、波峰分裂は特性曲線が x 方向に引き伸ばされ波峰が静止時の汀線から $w+\bar{l}/2$ 沖に達した時点から開始すること、Domain II は正味の質量を持たないことなどの項目が挙げられる。これらの仮定には明らかに実験波形を単純化しすぎる点もあり S がさらに小さな値の緩斜面での反射波形の非対称性は上記の仮定に適合しない。また Domain II については全く考察していないが I のエネルギーの一部を持ち $S=2.67$ に対してその強度が大きいことがわかる (図-12)。この時 I から II に遷移する部分で I の peak の高さの 25% 程度の負変位が生じているが流下時に汀線付近が跳水に近い運動をするのが観察された。非線形浅水表面波の固有値問題の結

果は負変位の初期条件から孤立波は生じないことを示しているが今後 I, II を含めてより総合的な波形の性質の検討が必要である。

4. 結 語

水槽実験により非線形浅水孤立波を護岸堤などを想定した一定斜面において非碎波反射させた。一方特性曲線法と逆散乱法を用い Domain I に関し w' に対する分裂波峰数 N , 波峰の高さ $\bar{a}_i$ を計算し実験値と比較検討した。その結果, 粘性減衰効果を考慮した下で両者の定性的一致を得, 今後の Boussinesq 孤立波安定性の研究の発展の必要性が大きいことがわかった。今後も実験・観測結果の検討を続ける予定である。

本研究にあたり水槽実験に協力して頂いた理学第1講座曾根宏靖技官に厚く感謝の意を表します。またデータ処理には北海道大学計算機センター M-680H を使用した。

参 考 文 献

- 1) 岡村敬二・八鍬 功: 浅水非線形水面重力波の斜面による反射の数値計算, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 104~108, 1986.
- 2) 岡村敬二・八鍬 功: 孤立波の沿岸構造物への遡上における非線形性と波のエネルギー, 第2回波浪エネルギー利用シンポジウム, pp. 145~153, 1987.
- 3) 土屋義人・安田隆志・篠田三郎: うねりのソリトンモードと波群構造, 第31回海岸工学講演会論文集, pp. 188~192, 1984.
- 4) Renouard, D. P. F., F. J. S. Santos and A. M. Temperville: Experimental study of the generation, damping and reflexion of a solitary wave, Dynamics of Atmospheres and Oceans, Vol. 9, pp. 341~358, 1985.
- 5) Fenton, J. D. and M. M. Rienecker: A fourier method for solving nonlinear water-wave problems, J. Fluid Mech., Vol. 118, pp. 411~443, 1982.
- 6) Nakayama, T.: Boundary element analysis of nonlinear water wave problems, Int. J. for Num. Methods in Eng., Vol. 19, pp. 953~970, 1983.
- 7) Pedersen, G. and B. Gjevik: Run-up of solitary waves, J. Fluid Mech., Vol. 135, pp. 283~299, 1983.
- 8) Kim, S. K., P. L-F. Liu and J. A. Liggett: Boundary integral equation solutions for solitary wave generation, propagation and run-up, Coastal Eng., Vol. 7, pp. 299~317, 1983.
- 9) Sugimoto, N. and T. Kakutani: Reflection of a shallow-water soliton, Part 1, J. Fluid Mech., Vol. 146, pp. 369~382, 1984.
- 10) 松田健志: 孤立波の斜面反射特性に関する研究, 第28回海岸工学講演会論文集, pp. 357~361, 1981.