

ソリトン波列の砕波後の変形過程

南 将 人*・真 野 明**

1. はじめに

有限の継続時間をもつ波から発達したソリトンは波高の大きい順に整列するが、海底勾配の緩い浅海域を伝播する場合には、先頭の波から順に砕波し、ソリトン波列の位相関係によっては、後ろの波が追いつく事が生じ、大きな遡上高が現れることが指摘されている¹⁾。このような現象を予測するためには、砕波後の波高の減衰や波形を精度良く計算できるモデルが必要であり、移流項、周波数分散項、渦動拡散項、底面摩擦項を含む、運動方程式を導き、数値計算を行った。ここで、渦動拡散係数は Battjes (1975)²⁾ と類似のものをを用いた。また、周期的な波に対しては、泉宮ら (1983) が砕波帯エネルギー方程式を導いておりそれとの比較を行った。

本研究は、ソリトン波列が斜面に入射し、砕波後の変形を予測するために、分散項とレイノルズ応力をモデル化した渦動粘性項を取り入れて、ソリトン波列の砕波後の水面波形・平均流速波形の変形過程の数値計算を行った。また、水理実験との比較によりその妥当性を検討した。

2. 基礎方程式とレイノルズ応力のモデル化

(1) 基礎方程式

図-1 に座標系を示す。斜面のり先を基準に水平方向に X 軸をとり、岸向きを正とした。 Y 軸は、静水面を基準にし、鉛直上向きを正とした。

x 軸方向の Reynolds 方程式を、分子粘性を無視し、底面 ($y=-h$) から水面 ($y=\eta$) まで積分すると、

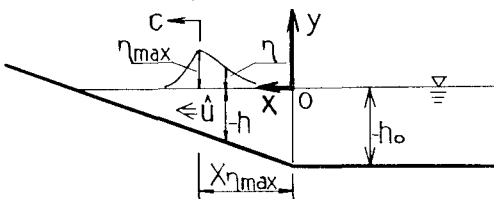


図-1 座 標 系

* 正会員 (株)エコー 第一技術部

** 正会員 工博 東北大学講師 工学部土木工学科

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} \bar{u} dy + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} \bar{u} \bar{u} dy + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} \overline{u' u'} dy - F_s + F_b = -\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta} p dy + \frac{1}{\rho} p \Big|_{y=-h} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1)$$

ここで、 $\bar{u}$ は各 y での平均流速、 u' は乱れ成分、 ρ は密度である。

断面平均流速 $\bar{u}$ と運動量補正係数 β を次のように定義する。

$$\bar{u} = \frac{1}{\eta+h} \int_{-h}^{\eta} (\bar{u} + u') dy, \quad \beta \bar{u} \bar{u} = \frac{1}{\eta+h} \int_{-h}^{\eta} \bar{u} \bar{u} dy \quad (2)$$

式 (1) の左辺において、 F_s (表面摩擦力)、 F_b (底面摩擦力) は、

$$\left. \begin{aligned} F_s &= [-\overline{u' v'}]_{\eta} = 0 \\ F_b &= [-\overline{u' v'}]_{-h} = \rho f \bar{u}^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

右辺の圧力項は、摂動展開して第2次近次まで考えると、

$$\text{右辺 (1)} = \frac{h}{2} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial (h \bar{u})}{\partial x^2} - \frac{h^2}{6} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \quad (4)$$

式 (1) に式 (2)~(4) を代入し、 $(\eta+h)$ で割ると、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \beta \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\bar{u}}{\eta+h} \frac{\partial \eta}{\partial x} [(\beta-1) \bar{u} (\eta+h)] \\ &= \frac{1}{\eta+h} \int_{-h}^{\eta} \overline{u' u'} dy + \frac{h}{2} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial (h \bar{u})}{\partial x^2} \\ & \quad - \frac{h^2}{6} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} - \frac{f \bar{u}^2}{\eta+h} \quad (5) \end{aligned}$$

また連続式は

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial [\bar{u} (\eta+h)]}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

である。

(2) レイノルズ応力のモデル化

式 (5) の左辺第4項を混合距離理論より、渦動拡散係数を用いて変形すると

$$\frac{1}{\eta+h} \int_{-h}^{\eta} \overline{u' u'} dy = \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \quad (7)$$

ν は、代表長さとして波高、速度として孤立波の波速 $c = \sqrt{g(\eta+h)}$ を用いて

$$\nu = N \cdot \eta \cdot \sqrt{g(\eta+h)} \quad (8)$$

ここで、 N は定数である。式 (7) に代入すると、

$$\frac{1}{\eta+h} \int_{-h}^{\eta} u' u' dy = \frac{N}{\eta+h} \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta(\eta+h)^{3/2} \frac{\partial u}{\partial x} \right] \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。

ここで、一周期平均したエネルギー方程式³⁾による碎波帯の解析との関係を調べる。簡単のために、式 (8) で $N=1$ とする。

泉宮らによると

$$\frac{\Phi}{\rho(\eta+h)} = \Phi_E = \beta_0 \left[\frac{c_g}{c} \frac{E}{\rho g d^2} - 0.009 \right]^{1/2} \\ * \frac{E^{3/2}}{\rho^{1/2} d^{3/2}} \left(\frac{2c_g}{c} - 1 \right)^{1/2} \frac{1}{\eta+h} \quad \dots\dots\dots (10)$$

今、周期波を考え、次式で定義されるエネルギーと波速を代入すると

$$\left. \begin{aligned} E &= \rho g (rd)^2 / 8 \\ c &= c_g = \sqrt{gd} ; \quad d = \bar{\eta} + h \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

一周期平均の水位上昇量 $\bar{\eta}$ を 0 とし、西村ら⁴⁾により η を次のように表す。

$$\eta = r(\bar{\eta} + h) \approx rh \quad \dots\dots\dots (12)$$

本研究では、式 (7) に $\hat{u}$ を乗じたものが式 (10) のエネルギー逸散関数に対応する。周期波を考え、次式で定義された値を代入し変形すると、

$$\left. \begin{aligned} \hat{u} &= \hat{u}(\phi) ; \quad \phi = \kappa x - \sigma t \\ \partial / \partial x &\approx \kappa \\ \hat{u} &\approx \eta \sqrt{\frac{g}{h}} ; \quad r = \frac{\eta}{d} \approx \frac{\eta}{h} \\ \Phi_M &= 1.8 \left[\frac{r^2}{8} - 0.009 \right]^{1/2} * \left(\frac{r^2}{8} \right)^{3/2} g^{3/2} d^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

図-2 に κh を変えて計算した結果を示す。この図より約 κh が 0.11 のときに一致していることが分かる。

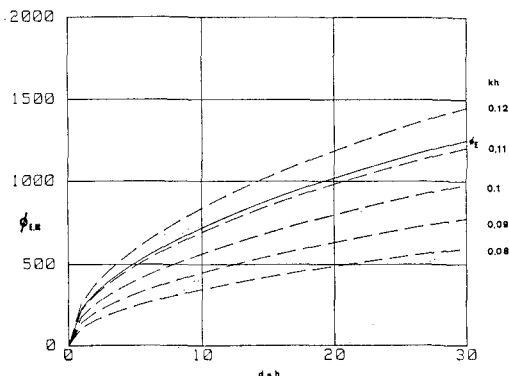


図-2 エネルギー逸散

(3) 計算方法

数値計算は、式 (5) と式 (6) を Predictor-Corrector 法⁵⁾を用い、1波当りの計算点は約 270 点、タイムステ

ップ $\delta t = 1/360$ sec で計算した。

3. 実験装置と実験方法

図-3 に実験に使用した水路の概要を示す⁶⁾。全長 100 m、幅 1 m、低水路部高 1 m、高水路部高 0.5 m の鉄筋コンクリート製の二次元水路である。水路端から 20.5 m は低水路部で、45° の斜面が 0.5 m あり、高水路部へと続いている。高水路部において、17.4 m の一様水深部を設け、その後に勾配 $\tan \theta = 1/75$ の斜面を設置した (以下、単に斜面と書く)。斜面の表面はビニールで仕上げてある。造波は、低水路部において造波板を水平方向に 1 回移動させることにより行なった。このようにして作られた一山の波は、45° 斜面で前傾化が促され、高水路部の水平床上で 2 波のソリトン波列に分裂したのち、斜面に入射するようになっている。水深は、低水路部で 0.7 m、高水路部で 0.2 m とした。初期波高水深化は、第 1 波は 0.56、第 2 波は 0.27 であり、斜面上での碎波形式は Spilling 型であった。各波の碎波位置は、 $X=5.3$ m (第 1 波)、 $X=10.2$ m (第 2 波) であった。

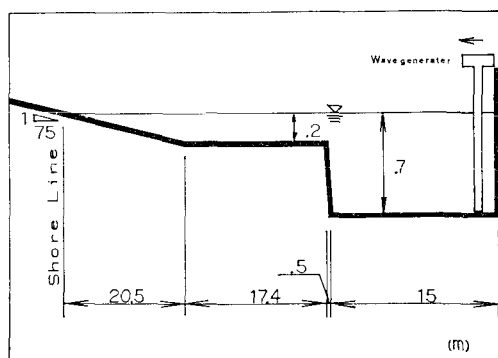


図-3 実験装置

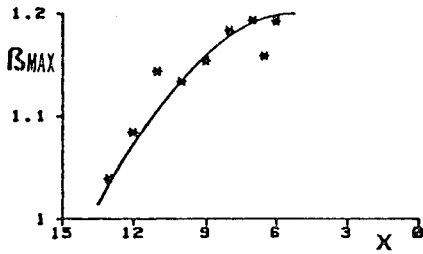
水理量の測定には、容量式波高計 2 台、超小型 $\phi=3$ mm プロベラ流速計 1 台を用いた。波高計の 1 台は、斜面のり先に常置した。斜面上における測定は、第 1 波の碎波位置から第 2 波の碎波位置までの間を行なった。波高は水平方向に 25 cm おきに、流速は水平方向に 50、鉛直方向に 1 cm 間隔で測定した。測定結果は、20 Hz で A/D 変換し、流速は鉛直方向に断面平均を取った。

4. 波形の変形特性

(1) 波高の変化

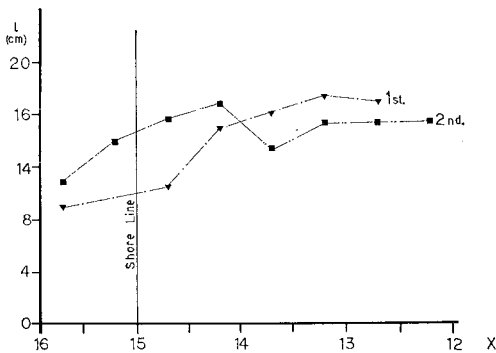
図-4 波高の測定結果を示す。図中○印は碎波前、●印は碎波後を示す。

碎波前までは、 $-1/4$ 乗則に近い。図より、碎波点で波高が最大となり、その直後から急激に波は崩れ、波高が減衰していることがわかる。

図-9 $\beta_{\max}$ の変化

次のように決めた。

図-9 に実験より得られた波高最大時の β を示す。碎波直後、静水面より上で流速が大きくなり最大 1.2 程度になり、 $X=6.0\text{ m}$ 以後から徐々に減少していることが分かる。図中の実線は、指数関数を仮定して求めた近次式である。空間分布にはガウス分布を仮定し、広がり幅は各タイムステップごとに第 1 波ピークの前後 $l\text{ cm}$ で、 β の最大値の 10% になるように仮定した。 l は、碎波直後から、波形を段波と仮定し、不連続部の長さをとっている。昨年度の実験より得られた l の変化を、図-10 に示す。

図-10 l の変化

この結果は、段波形成点 ($X=7.0\text{ m}$) 以後の結果であるが、第 1 次近次として、汀線までの平均値 $l=15\text{ cm}$ を使うことにした。

β の関数は、

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= f(t); & \delta x &= x_0 - 5.3 \\ \beta_{\max}(x_0) &= 1.2 \exp\{-0.0025\delta x^2\} \\ \beta(x) &= 1 + (\beta_{\max} - 1) \exp\{-102(x - x_0)^2\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 x_0 は第 1 波ピークの位置である。

図-8 の実線は、 β を考慮した計算結果である。碎波直後の波高の変化は、 $\beta=1$ の場合とほぼ同じであるが、段波形成点以後は、 $\beta=1$ に比べ実験値に近づく。流速分布を考慮した場合としない場合では、波高の約 10% 程度の差が生じている。また、流速分布を考慮すると、伝播速度は 1% 程度速くなった。

(3) 波高と平均流速の時間変化

図-11, 12 に $X=7.0\text{ m}$ での水位と平均流速の時間変化を示す。図中、実線が実験値で、破線が β を入れた時の計算結果である。いずれも、第 1 波の立ち上がりの形や、ピーク値が良く一致していることが分かる。第 1 波ピークの後ろでは、水位変化に差があらわれ、特に、第 2 波ピーク値には、50% 程の差があった。第 1 波ピークの出現時刻は、実験値と一致していた。

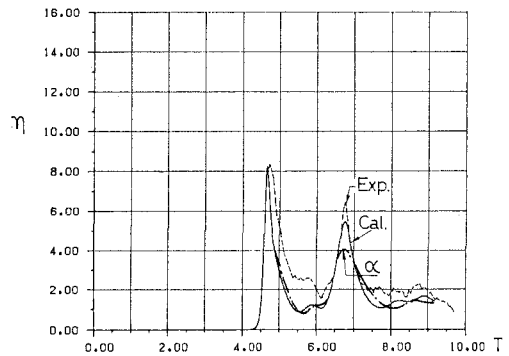


図-11 水位の時間変化

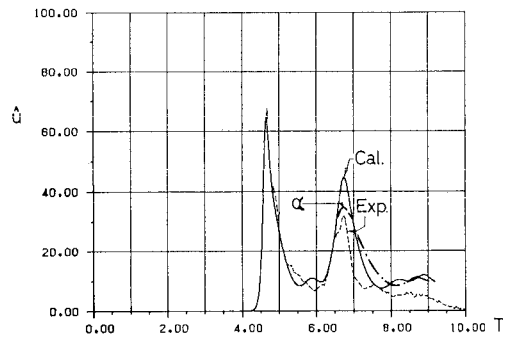


図-12 平均流速

(4) 混合距離の修正

第 1 波の段波形成点以後の変化は、実験値と良く一致するが、碎波直後については、このモデルでは減衰が急である。これは、式 (8) で混合距離を水位 η に比例すると仮定しているためで、段波形成点以後では妥当なモデルであるが、碎波直後では乱れ領域を過大評価しているため、減衰が急になってしまったと考えられる。また、碎波していない第 2 波にも粘性項が作用している。

そこで、これらを修正するために、碎波点から乱れ領域が鉛直方向、伝播方向に広がっていき、段波形成点で式 (8) のモデルになるような係数 α を考える。

$$v = \alpha N \eta \sqrt{g(\eta + h)} \quad \dots\dots\dots (15)$$

α の大きさは $\tanh$ 型を想定し、分布は平均流速の場合と同様に指数分布を仮定した。広がり巾は、第 1 波の碎波点で第 1 波ピーク位置での値の 10% になるようにした。 $X=5.3 \sim 7.0\text{ m}$ では、平均流速を用いて最大点

の作用位置を決めるのに対し(16) $X=7.0\text{ m}$ 以後では第1波ピークを中心に作用させた(17) α の関数は、

$$\alpha(x, t) = \tanh \omega t \cdot \exp \left[-\frac{2.3}{(ct)^2} (x - x_0 - ct)^2 \right] \quad \dots\dots(16)$$

$$\alpha(x, t) = \exp \left[-2.3 \left\{ \frac{x\eta_{\max} - x}{x\eta_{\max} - x_0} \right\}^2 \right] \quad \dots\dots(17)$$

ここで、 c は平均波速、 $x\eta_{\max}$ は第1波ピークの位置である。

図-13 に、 $N=0.15$ 、 $\omega=2\sim 8$ とした。砕波後の波高の計算結果を示す。

ω が 6 以上では、計算値に変化はみられなかった。 $\omega=2$ では、砕波直後は良く表わしているが、段波形成点付近($X=7.0\text{ m}$)では実験値とあわなくなる。以下、 $\omega=4$ の場合について検討していく。

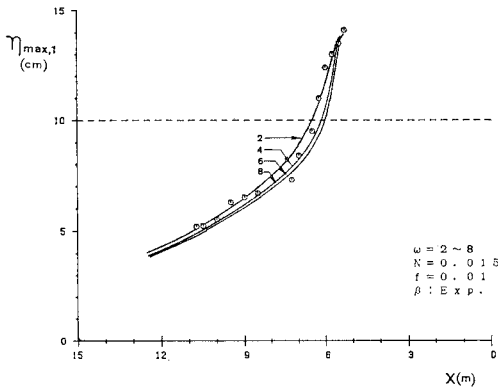


図-13 波高変化 ($\omega=2\sim 8$)

(5) 修正の検討

α の導入により、砕波による乱れは砕波点より沖側には伝わらず、第2波に粘性項が作用するのは、0.25 sec 遅れる。図-8 の破線に、計算結果を示す。図より $\alpha=1$ (式(8)) の場合より砕波直後の波高減衰をよく表わしていることが分かる。

図-11, 12 の一点破線に、水位と平均流速の時間変化の計算結果を示す。第1波は、変化しないが、第2波の波高が増大し、10% 程度の誤差になった。

図-14 に、砕波後 0.1 sec ごとの水位の空間波形の計算結果を示す。図中、実線は式(8)によるもので(α

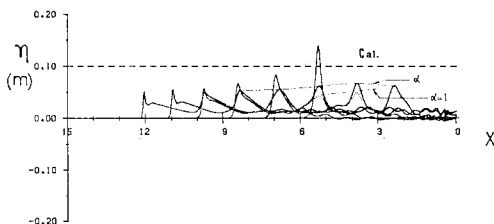


図-14 0.1 秒ごとの水位の空間分布

=1), 破線は α を導入した結果である。 α を入れた場合、波高が増大し、若干の修正がみられる。

(6) α と β

式(15)より α は乱れた領域の高さを表していると考えられる。砕波時で $\alpha=0$ 、波が進行する。従って増大し、段波形成点以後で 1 になるパラメータである。

一方、 β は、 α と逆に砕波時で最大になり、最終的には $\beta=1$ となる。そこで、図-15 のように η' の乱れ部では流速分布が一樣と仮定し、 α と β の関係を求めると、反比例の関係があることが分かる。

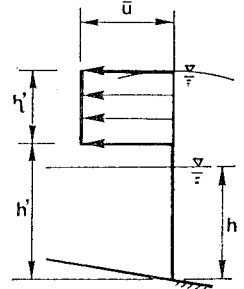


図-15 α と β の関係

6. 結 論

以上、レイノルズ応力をモデル化した渦動拡散項を取り入れ、ソリトン波列の砕波後の水面波形、平均流速波形について検討し、次のような結果を得た。

- 1) 混合距離理論を用いた式(8)によるレイノルズ応力のモデル化では、段波形成点以後の波高減衰が計算できる。
- 2) 砕波点から増大するような係数 α の導入により砕波直後の変形過程を計算できる。
- 3) 各位置での水位と断面平均流速の時間変化を求めることができ、第1波の波高と立ち上がりは、実験値と一致する。

謝辞：本研究を行うに当たり、東北大学工学部、首藤伸夫教授、沢本正樹助教授より貴重な助言を頂いた。また、研究費用の一部を昭和 61 年度文部省科学研究費自然災害特別研究に負っている。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 永富政司・後藤智明・真野 明：ソリトン波列の砕波変形に関する実験，第32回海岸工学講演会論文集，pp. 41~45, 1985.
- 2) Battjes, J. B.: Modeling of turbulence in the surf zone, Proc. Symp., Modeling Technique, pp. 1050~1061, 1975.
- 3) 泉宮尊司・堀川清司：砕波帯における波のエネルギー方程式のモデリング，第30回海岸工学講演会論文集，pp. 15~19, 1983.
- 4) 西村仁嗣：海浜循環流の数値シミュレーション，第29回海岸工学講演会論文集，pp. 333~337, 1982.
- 5) D. H. Peregrine: Long wave on a beach, pp. 815~827, J.F.M., 1967.
- 6) 南 将人・真野 明：ソリトン波列の砕波後の波速に関する研究，第33回海岸工学講演会論文集，pp. 71~75, 1986.