

砕波後の波動エネルギーに及ぼす連行気泡量の効果について

岩田好一朗*・布藤省三**・小山裕文***

1. 緒 言

砕波後の波の内部機構については従来より多く検討がなされ、有用な成果が蓄積されてきているが、砕波の基礎理論の確立のためにまだ解決すべき問題が多く残されている。砕波は気泡を連行する点で非砕波の波と本質的に異なっている。砕波している波に含まれる連行気泡量が砕波変形過程の中でいかなる寄与をするのかについては、若干の検討は加えられているものの^{1),2)}、解明すべき点が多い。本研究では、砕波している波では、気泡を連行する流体域の平均密度は気泡を連行していない領域より小さいという観点に立って、流体の密度の変化を考慮した波平均量の保存則を誘導する。ついで、室内水理実験を行って連行気泡量を推定するとともに、気泡連行領域を定式化して砕波後の波のエネルギーが連行気泡量によりどのように変化するかを検討しようとするものである。

2. 波平均量の保存則

2.1 基本式と境界条件

本論では、鉛直二次元 (x - z 平面) で、回転性の運動をする気泡を連行した砕波現象を取り扱うものとする(図-1 参照)。流体の粘性と圧縮性を考えるものとする、連続式と N-S 方程式は次式で与えられることになる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^*)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w^*)}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\rho \frac{Du^*}{Dt} = -\frac{\partial P^*}{\partial x} + \mu F^2 u^* + \frac{1}{3}\mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial w^*}{\partial z} \right) \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\rho \frac{Dw^*}{Dt} = -\rho g - \frac{\partial P^*}{\partial z} + \mu F^2 w^* + \frac{1}{3}\mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial w^*}{\partial z} \right) \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 ρ は流体の密度、 μ ; 分子粘性、 u^* ; 水平方向の水粒子速度、 w^* ; 鉛直方向の水粒子速度、 P^* ; 圧力、

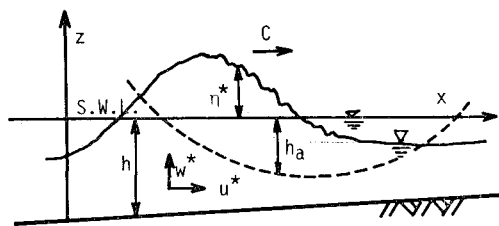


図-1 座標軸と記号の説明

g ; 重力加速度、 x ; 水平軸で波進行方向を正とする、 z ; 鉛直軸で、静水面を原点とし上向を正軸にとる。また、 t は時間を示し、上つき*は乱れ成分を含んでいる事を意味する。また、 $F^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ である。

いま、下記のように流速と圧力が表現されるものとする。

$$\left. \begin{aligned} u^* &= U + u + u', & \omega^* &= \omega + \omega', & P^* &= P + P' \\ \bar{u}^* &= U + u, & \bar{\omega}^* &= \omega, & \bar{P}^* &= P \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(4)$$

なお、上式で、上つき $\bar{}$ は位相平均を示し、 U は定常流、 u と w は波動成分、 u' , w' , と P' は乱れ成分を表わすものとする。式(4)を式(1)~式(3)に代入して位相平均をとると、位相平均された連続式と運動方程式は、それぞれ次式で与えられる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial[\rho(U+u)]}{\partial x} + \frac{\partial[\rho(\omega)]}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{D(U+u)}{Dt} &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu F^2(U+u) \\ &+ \frac{1}{3}\mu \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial(U+u)}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial z} \right\} \\ &- \frac{\partial}{\partial x} [\overline{\rho u' u'}] - \frac{\partial}{\partial z} [\overline{\rho u' \omega'}] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\omega}{Dt} &= -\rho g - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu F^2 \omega \\ &+ \frac{1}{3}\mu \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial(U+u)}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial z} \right\} \\ &- \frac{\partial}{\partial x} [\overline{\rho \omega' u'}] - \frac{\partial}{\partial z} [\overline{\rho \omega' \omega'}] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(7)$$

つぎに、境界条件について述べる。自由表面条件(運

* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 東急建設株式会社 東京支店

*** 正会員 工修 日本アトラゴッド株式会社 システム事業開発班

動学的条件と力学的条件)と水底条件(不透過固定床)はそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} w_{\eta^*}^* &= \frac{\partial \eta^*}{\partial t} + u_{\eta^*}^* \frac{\partial \eta^*}{\partial x} \\ P_{\eta^*}^* &= P_{atm} = 0 \\ w_{-h} &= -u_{-h}^* \frac{\partial h}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここで、下添付記号 η^* 、 $-h$ はそれぞれ $z=\eta^*$ と $z=-h$ での値を示す。 P_{atm} は大気圧、 h は静水深である。さらに、式(8)の位相平均をとり、式(4)を利用すると、次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} w_{\eta^*} &= \frac{\partial \eta}{\partial t} + (U+u)_{\eta^*} \frac{\partial \eta}{\partial x} + u'_{\eta^*} \frac{\partial \eta'}{\partial x} \\ P_{\eta^*} &= P_{atm} = 0 \\ w_{-h} &= -(U+u)_{-h} \frac{\partial h}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

なお、上式で、 $\eta^* = \eta + \eta'$ ($\bar{\eta^*} = \eta$; 波動成分、 η' ; 乱れ成分(位相平均法で分離))である。

最後に、気泡連行領域の設定を行う。本論では、気泡連行深を $z = -h_a(z)$ と設定する。そして、 $z > -h_a(x)$ の気泡連行域の流体の平均密度を ρ_a ($< \rho_w$; ρ_w は流体のみの場合の流体の密度)とする。いま、 ρ_w と ρ_a の比を κ とすると、次式のように表現できる。

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \rho_w = \text{const. (一定)}; \quad -h \leq z \leq -h_a(x) \\ \rho &= \rho_a = \kappa \rho_w \quad (0 < \kappa \leq 1); \quad -h_a(x) < z \leq -\eta^* \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

2.2 質量保存

(1) 乱れ成分を分離しない場合

式(1)を z について $-h$ から η^* まで積分し、微積分の順序を変えて、境界条件(式(8))を考慮して N 周期(N は自然数)の平均をとると次式をうる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta^*} \rho dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta^*} \rho u^* dz = 0 \dots\dots\dots (11)$$

ただし、上つき——は N 周期平均値を示す。つぎに、式(10)を式(11)に代入し、気泡混入領域を分離すると次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta^*} \rho_w dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta^*} \rho_w u^* dz \\ - (1-\kappa) \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h_a}^{\eta^*} \rho_a dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h_a}^{\eta^*} \rho_a u^* dz \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

上式が、気泡混入した時の波平均質量保存方程式である。左辺の第1項と第2項は気泡混入を考慮しない場合の項である。第3項は、 $\kappa=1$ のとき、すなわち、気泡混入がない場合は0になるが、 $\kappa < 1$ の場合には0とはならず、気泡混入による効果を表わす項となっている。

(2) 乱れ成分を分離する場合

式(5)を $-h$ から η^* まで z について積分し、微積分の順序を変えて、境界条件(式(9))を考慮して

時間平均をとるとつぎの式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} \rho_w dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} \rho_w (U+u) dz \\ - (1-\kappa) \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h_a}^{\eta} \rho_a dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h_a}^{\eta} \rho_a (U+u) dz \right] \\ + \kappa \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_{\eta}^{\eta+\eta'} \rho_w dz \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial x} \int_{\eta}^{\eta+\eta'} \rho_w (U+u) dz - \rho_w (U+u)_{\eta^*} \frac{\partial \eta'}{\partial x} \right. \\ \left. + \rho_w u'_{\eta^*} \frac{\partial \eta'}{\partial x} \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

上式が、乱れ成分を分離し、気泡混入を考慮した時の波平均質量保存方程式である。左辺の第1項と第2項は気泡が混入しない場合に対応し、第3項は気泡混入の影響を補正する項、第4項は自由表面の乱れの影響を表わす項である。

2.3 運動量保存

(1) 乱れを分離しない場合

式(2)を若干変形した後、 z について $-h$ から η^* まで積分し、さらに、境界条件(式(8))を考慮して微積分の順序を変える。そして、時間平均をとると次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta^*} \rho u^* dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta^*} (\rho u^{*2} + P^*) dz - P_h^* \frac{\partial h}{\partial x} \\ - \int_{-h}^{\eta^*} \mu \nabla^2 u^* dz - \int_{-h}^{\eta^*} \frac{1}{3} \mu \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial \omega^*}{\partial z} \right) dz &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

式(14)に式(10)を代入し、若干の代数計算をすると次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta^*} \rho_w u^* dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta^*} S_{xx}^* dz \\ - (1-\kappa) \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h_a}^{\eta^*} \rho_a u^* dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h_a}^{\eta^*} S_{xxa}^* dz \right] \\ + \rho_w g \{ (h + \bar{\eta^*}) - (1-\kappa)(h_a + \bar{\eta^*}) \} \frac{\partial \bar{\eta^*}}{\partial x} - \Delta \bar{P}_{-h}^* \frac{\partial h}{\partial x} \\ - \int_{-h}^{\eta^*} \mu \nabla^2 u^* dz - \int_{-h}^{\eta^*} \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial \omega^*}{\partial z} \right) dz \\ &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} S_{xx}^* &= \int_{-h}^{\eta^*} (\rho_w u^{*2} + P^*) dz - \frac{1}{2} \rho_w g (h + \bar{\eta^*})^2 \\ S_{xxa}^* &= \int_{-h_a}^{\eta^*} (\rho_a u^{*2} + P^*) dz - \frac{1}{2} \rho_w g (h_a + \bar{\eta^*})^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

であり、式(14)の $\bar{P}_{-h}^*$ は次式で与えられている。

$$\left. \begin{aligned} \bar{P}_{-h}^* &= \rho_w g (h + \bar{\eta^*}) + \Delta \bar{P}_{-h}^* \\ &= \rho_w g (h + \bar{\eta^*}) - (1-\kappa) \rho_w g (h_a + \bar{\eta^*}) + \Delta \bar{P}_{-h}^* \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

式(15)が気泡連行を考慮した時の波平均運動量保存方程式である。左辺の第1項と第2項は気泡混入を考慮な

い時 ($\kappa=1$ の時) の質量輸送の時間変化と Radiation Stress の場所的变化である。第3項は第1項と第2項に対する気泡混入の影響の補正項である。第4項は、平均水位変動による圧力変化を示し、第5項は底面での静圧からの差の影響を表わし、第6項と第7項はそれぞれ粘性抵抗項と圧縮性抵抗項である。

(2) 乱れ成分を分離した場合

式(6)を z について $-h$ から η^* まで積分し、境界条件(式(9))を考慮して、微積分の順序を変えて時間平均をとる。式(10)を使って気泡連行域を考えて若干の代数計算をすると、式(19)をうる。ただし、底面での圧力 $\overline{P_{-h}}$ は式(18)で与えられるものとする。

$$\begin{aligned} \overline{P_{-h}} &= \rho_0 g(h+\bar{\eta}) - (1-\kappa)\rho_0 g(h_a+\bar{\eta}) + \overline{\Delta P_{-h}} \cdots (18) \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} \rho_0(U+u)dz &+ \frac{\partial}{\partial x} S_{xx} \\ &- (1-\kappa) \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_{-h_a}^{\eta} \rho_0(U+u)dz + \frac{\partial}{\partial x} S_{xxa} \right] \\ &+ \rho_0 g \{ (h+\bar{\eta}) - (1-\kappa)(h_a+\bar{\eta}) \} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} - \overline{\Delta P_{-h}} \frac{\partial h}{\partial x} \\ &- \int_{-h}^{\eta^*} \mu \nabla^2 (U+u) dz \\ &- \int_{-h}^{\eta^*} \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial(U+u)}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) dz + \int_{-h}^{\eta^*} R_e dz \\ &- (1-\kappa) \int_{-h_a}^{\eta^*} R_e dz + \kappa \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_{\eta}^{\eta+\eta'} \rho_0(U+u) dz \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial x} \int_{\eta}^{\eta+\eta'} \{ \rho_0(U+u)^2 + P \} dz \right. \\ &\quad \left. - \{ \rho_0(U+u)^2 \}_{\eta^*} \frac{\partial \eta'}{\partial t} - \{ \rho_0(U+u)^2 \}_{\eta^*} \frac{\partial \eta'}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. + \{ \rho_0(U+u) \}_{\eta^*} u'_{\eta^*} \frac{\partial \eta'}{\partial x} \right] = 0 \cdots \cdots (19) \end{aligned}$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} S_{xx} &= \int_{-h}^{\eta} \{ \rho_0(U+u)^2 + P \} dz - \frac{1}{2} \rho_0 g(h+\bar{\eta})^2 \\ S_{xxa} &= \int_{-h_a}^{\eta} \{ \rho_0(U+u)^2 + P \} dz - \frac{1}{2} \rho_0 g(h_a+\bar{\eta})^2 \\ R_e &= \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho_0 u' u'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho_0 u' w'}) \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (20)$$

式(19)が波動成分、定常流成分、乱れ成分を分離し、さらに気泡混入を考慮した時の波平均運動量保存方程式である。左辺第1項から第7項までは位相平均値に関する項であり、第8項と第9項は流速の乱れによる項、第10項は水面波形の乱れから生じる項である。

2.4 エネルギー保存

(1) 乱れ成分を分離しない場合

式(2)と式(3)を若干変形すると次式をうる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} \rho(u^{*2} + w^{*2}) + \rho g z + P^* \right] \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left[u^* \left\{ \frac{1}{2} \rho(u^{*2} + w^{*2}) + \rho g z + P^* \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\omega^* \left\{ \frac{1}{2} \rho(u^{*2} + w^{*2}) + \rho g z + P^* \right\} \right] \\ &= -P^* \left[\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial w^*}{\partial z} \right] + \mu [u^* \nabla^2 u^* + \omega^* \nabla^2 w^*] \\ &+ \frac{1}{3} \mu \left[u^* \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial w^*}{\partial z} \right) \right. \\ &\quad \left. + w^* \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial w^*}{\partial z} \right) \right] \cdots \cdots (21) \end{aligned}$$

式(21)を z について $-h$ から η^* まで積分し、境界条件(式(8))を考慮して微積分の順序を変えて時間平均をとると次式をうる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta^*} \left[\frac{1}{2} \rho(u^{*2} + w^{*2}) + \rho g z \right] dz \\ + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta^*} \left[u^* \left\{ \frac{1}{2} \rho(u^{*2} + w^{*2}) + \rho g z + P^* \right\} \right] dz \\ = - \int_{-h}^{\eta^*} P^* \left[\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial w^*}{\partial z} \right] dz \\ + \int_{-h}^{\eta^*} \mu [u^* \nabla^2 u^* + w^* \nabla^2 w^*] dz \\ + \int_{-h}^{\eta^*} \frac{1}{3} \mu \left[u^* \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial w^*}{\partial z} \right) \right. \\ \quad \left. + w^* \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial w^*}{\partial z} \right) \right] dz \cdots \cdots (22) \end{aligned}$$

式(10)を使って、気泡混入効果を考慮して式(22)を変形すると最終的に次式をうる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} E_t^* + \frac{\partial}{\partial x} F^* - (1-\kappa) \left[\frac{\partial}{\partial t} E_{ta}^* + \frac{\partial}{\partial x} F_a^* \right] \\ = \int_{-h}^{\eta^*} \mu [u^* \nabla^2 u^* + \omega^* \nabla^2 w^*] dz \\ + \int_{-h}^{\eta^*} \left[-P^* \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial w^*}{\partial z} \right) \right. \\ \quad \left. + \frac{1}{3} \mu \left\{ u^* \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial w^*}{\partial z} \right) \right. \right. \\ \quad \left. \left. + w^* \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial w^*}{\partial z} \right) \right\} \right] dz \cdots \cdots (23) \end{aligned}$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} E_t^* &= \int_{-h}^{\eta^*} \left\{ \frac{1}{2} \rho(u^{*2} + w^{*2}) + \rho_0 g z \right\} dz \\ E_{ta}^* &= \int_{-h_a}^{\eta^*} \left\{ \frac{1}{2} \rho(u^{*2} + w^{*2}) + \rho_0 g z \right\} dz \\ F^* &= \int_{-h}^{\eta^*} u^* \left\{ \frac{1}{2} \rho(u^{*2} + w^{*2}) + \rho_0 g z + P^* \right\} dz \\ F_a^* &= \int_{-h_a}^{\eta^*} u^* \left\{ \frac{1}{2} \rho(u^{*2} + w^{*2}) + \rho_0 g z + P^* \right\} dz \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (24)$$

式(23)が気泡混入の影響を考慮した波平均エネルギー保存方程式である。左辺の第1項はエネルギーの時間変化であり、第2項はエネルギー流束の場所的变化、第3項は第1項と第2項に対する気泡混入の影響の補正項である。右辺の第1項は水の粘性によるエネルギー逸散項であり、第2項は水の圧縮性による項であり、碎波が気

泡を流体内部に混入させるためのエネルギー逸散項に対する項とみなすことができる。

(2) 乱れた成分を分離した場合

式 (6) と式 (7) を z について $-h$ から η^* まで積分し、境界条件 (式 (9)) を考慮して微積分の順序を入れ換えて時間平均をとる。そして、式 (10) を考慮して変形すると最終的には次式をうる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(E_t) + \frac{\partial}{\partial x}(F) - (1-\kappa) \left[\frac{\partial}{\partial t} E_{ta} + \frac{\partial}{\partial x} F_a \right] \\ &= \int_{-h}^{\eta^*} \mu [(U+u)F^2(U+u) + wF^2w] dz \\ &+ \int_{-h}^{\eta^*} \left[-P \left(\frac{\partial(U+u)}{\partial x} + \frac{\partial\omega}{\partial z} \right) \right. \\ &+ \frac{1}{3} \mu \left\{ (U+u) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial(U+u)}{\partial x} + \frac{\partial\omega}{\partial z} \right) \right. \\ &+ \omega \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial(U+u)}{\partial x} + \frac{\partial\omega}{\partial z} \right) \left. \right\} dz - \int_{-h}^{\eta^*} T_u dz \\ &+ (1-k) \int_{-h_a}^{\eta^*} T_u dz - k \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_{\eta}^{\eta+\eta'} e dz \right. \\ &+ \left. \frac{\partial}{\partial x} \int_{\eta}^{\eta+\eta'} f dz - e_{\eta^*} \frac{\partial\eta'}{\partial t} - f_{\eta^*} \frac{\partial\eta'}{\partial x} + f_{\eta^*} u'_{\eta^*} \frac{\partial\eta'}{\partial x} \right] \\ &\dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} E_t &= \int_{-h}^{\eta} \left[\frac{1}{2} \rho_w \{ (U+u)^2 + \omega^2 \} + \rho_w g z \right] dz \\ E_{ta} &= \int_{-h_a}^{\eta} \left[\frac{1}{2} \rho_w \{ (U+u)^2 + \omega^2 \} + \rho_w g z \right] dz \\ F &= \int_{-h}^{\eta} (U+u) \left[\frac{1}{2} \rho_w \{ (U+u)^2 + \omega^2 \} + \rho_w g z + P \right] dz \\ F_a &= \int_{-h_a}^{\eta} (U+u) \\ &\quad \times \left[\frac{1}{2} \rho_w \{ (U+u)^2 + \omega^2 \} + \rho_w g z + P \right] dz \\ e &= \frac{1}{2} \rho_w \{ (U+u)^2 + \omega^2 \} + \rho_w g z \\ f &= (U+u) \left\{ \frac{1}{2} \rho_w (U+u)^2 + \rho_w g z + P / \kappa \right\} \\ T_u &= (U+u) \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho_w u' u') + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_w u' \omega') \right] \\ &+ \omega \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho_w u' \omega') + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_w \omega' \omega') \right] \\ &\dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

式 (30) が、波動成分、定常流分布および乱れ成分を分離し、さらに、気泡連行を考慮した波平均エネルギー保存方程式である。左辺の第 1 項から第 3 項までの項、右辺第 1 項と第 2 項は位相平均値に対するものであるが、右辺の第 3 項と第 4 項は流速の乱れによるエネルギー逸散項、第 5 項は自由水面の乱れから生じた項である。

以上、気泡連行する砕波では、気泡連行域の流体の平均密度は気泡連行のない領域より小さいという観点に立って、波平均量に対する保存則を誘導してきた。本論では、砕波における粘性項と乱れ項と気泡を連行することによる気泡連行域の圧縮項を平均量 (定常流成分と波動成分) と結びつけてモデル化するまでに到っていない、今後の検討課題として残されている。また、圧力項 P^* を 2 次オーダーで近似する場合は式 (16)、式 (19)、式 (23)、式 (25) の表示式はより簡単になることを付け加えておきたい。

3. 水理実験

3.1 実験装置と実験方法

実験は名大土木工学科の片面ガラス張りの二次元鋼製造波水槽 (25 m×0.9 m×0.8 m) で行われた。1/15 の一様勾配斜面と前端部が 1/8 の勾配を持つステップ型水平床を設置して砕波を生起させた。実験波は 0.051, 0.096 と 0.114 の波形勾配を持つ三種類の波である。水位波形、流速と圧力を、それぞれ電気容量式水位計、キャンティレバー型流速計と超小型圧力センサー (KYOWA-PML-2000GC) で計測した。計測は砕波前から砕波後にかけて行われ、水位は約 23~30 地点で、流速と圧力は約 200 地点であり、計測時間は約 2 分であった。時間波形は全て磁気テープに収録された。砕波瞬間、砕波状況、気泡連行領域を全て 16 mm 高速シネカメラ (60 コマ/秒) で撮影した。表-1 に実験諸元を示す。

3.2 解析方法

砕波点、砕波時の波の特性諸量、砕波形式、連行気泡量は全て 16 mm 写真解析により決定された。連行気泡量は、Plunging Breaker については、波頂が前面に巻き込み始める地点から波前脚部に接する地点まで波頭が抱き込む空気量が全て流体内部に混入されると考えて κ の概略値の推定を行った。若干 κ の値を過小評価するさら

表-1 実験諸元

CASE	周 期 T (s)	砕波波高 H _B (cm)	砕波水深 h _B (cm)	一様水深 h ₀ (cm)	発生波高 H _t (cm)	沖波波長 L ₀ (cm)	勾 配 i	砕波型式	測 定 点
1-1	1.06	16.0	25.0	50.0	9.0	177.3	0	Spilling	193
1-2	1.00	15.3	19.0	44.0	15.0	156.0	0	Plunging	200
1-3	0.89	10.3	10.0	35.0	14.1	123.6	0	Heavy Pl.	152
2-1	1.11	19.6	31.0	63.0	19.2	192.6	1/15	Spilling	171
2-2	1.23	19.3	25.0	63.0	17.3	237.7	1/15	中間型 (S-P)	185
2-3	1.25	18.7	24.0	63.0	17.3	243.7	1/15	Plunging	174

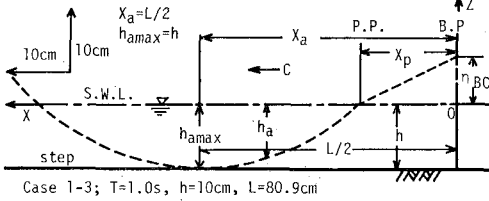


図-2 気泡連行深の模式図 (Heavy Plunging Breaker の場合)

いがあるが、Heavy Plunging Breaker については平均的に $\kappa \approx 0.83$ 程度であった。一方、Spilling Breaker については、Plunging Breaker の κ の値を参考にして、波面に含まれる気泡状態から概略値の推定を行ない、 $\kappa > 0.9$ の値を得た。

エネルギー、エネルギー流束を計算するために、記録された水位、流速と圧力の連続時間波形を 0.05 秒間隔で離散化し、5 周期にわたる時間平均を計算した。鉛直方向の積分が必要な時には台形公式を使った。本論では、式 (23) に基づいて、式 (27) で与えられるエネルギー E_B^* と式 (28) で与えられるエネルギー流束 F_B^* に及ぼす連行気泡量の効果 (言い換えると κ の値の効果) について検討することにする。なお、式 (27) の最後の項の積分下限値 h^* は $-h \leq h_a \leq \eta_i^*$ (波谷の水位) の時 $h^* = 0$ 、 $h_a \geq \eta_i^*$ の時は $h^* = -h_a$ である。

$$E_B^* = \int_{-h}^{\eta^*} \frac{1}{2} \rho_w (u^{*2} + w^{*2}) dz + \int_0^{\eta^*} \rho_w g z dz - (1-\kappa) \left[\int_{-h_a}^{\eta^*} \frac{1}{2} \rho_w (u^{*2} + w^{*2}) dz + \int_{h^*}^{\eta^*} \rho_w g z dz \right] \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$F_B^* = \int_{-h}^{\eta^*} u^* \left\{ \frac{1}{2} \rho_w (u^{*2} + w^{*2}) + \rho_w g z + P^* \right\} dz - (1-\kappa) \left[\int_{-h_a}^{\eta^*} u^* \left\{ \frac{1}{2} \rho_w (u^{*2} + w^{*2}) + \rho_w g z + P^* \right\} dz \right] \quad \dots\dots\dots (28)$$

3.3 実験結果とその考察

まず、気泡連行深について述べる。図-2 の模式図に示されているように、砕波点から気泡が連行されるようになり、最大の連行深は水底に達する場合もある。本実験では、砕波型式別に次式で連行深 $h_a(x)$ がほぼ定式化することができた。

$$h_a(x) = -\frac{H_B}{X_a^2} (X - X_a)^2 + h_{a \max} \quad (\text{Spilling Breaker}) \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\left. \begin{aligned} h_a(x) &= -\eta_{BC} (1 - X/X_P) \quad (0 \leq X \leq X_P) \\ &= \frac{h_{a \max}}{(X_a - X_P)} (X - X_a)^2 + h_{a \max} \quad (X > X_P) \end{aligned} \right\} \quad (\text{Plunging Breaker}) \quad \dots\dots\dots (30)$$

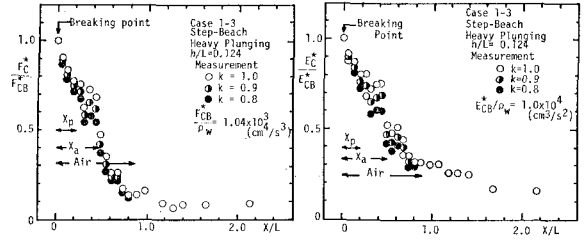


図-3 E_B^* と F_B^* に及ぼす κ の効果 (Case 1-3 の場合)

なお、上式で、 H_B は砕波点での波高、 X は砕波点からの水平距離、 X_a は砕波点から気泡が最も深い地点までの距離、 $h_{a \max}$ は気泡混入水深の最大値であり、Spilling Breaker の場合は η_{BC} (砕波時波谷)、Heavy Plunging の場合は静水深 h となる。 η_{BC} は砕波時波頂高、 X_P は砕波点から Plunging Point までの距離である。

図-3 は Heavy Plunging Breaker の場合の式 (27) と式 (28) で計算される E_B^* と F_B^* の変化に及ぼす κ の効果を示したもので、比較のため $\kappa = 1.0, 0.9$ と 0.8 に対する値が同時に示されている。なお、 E_B^* と F_B^* はそれぞれ砕波点での E_B^* と F_B^* である。図-3 に示されているように、 $\kappa = 1.0, 0.9$ と 0.8 と小さくなるにつれて、 E_B^*/E_B^* 、 F_B^*/F_B^* が小さくなり、 $\kappa = 0.8$ に対する値が $\kappa = 1.0$ に対する値より最大で 12%~14% も小さくなるのが認められる。また、 $\kappa = 0.9$ に対する値も $\kappa = 1.0$ に対する値より最大で約 9~10% も小さくなるのが認められる。Plunging Breaker の場合については、Heavy Plunging Breaker の場合ほど差異は大きくないものの、 $\kappa = 0.9$ の場合で、気泡連行を考慮しない場合の値 ($\kappa = 1.0$ に対する値) の最大で 10% も小さくなっており (本論で図示されていない)、連行気泡量の効果は無視できない事が指摘できる。一方、典型的な Spilling Breaker については、 $\kappa \approx 1$ であり、連行気泡量の効果は E_B^* と F_B^* にほとんど影響を及ぼさないことが認められた。なお、本論では図示できなかったが、本実験によれば、圧力 P^* はほぼ 2 次オーダーの値

$$P^* = \rho g (\bar{\eta}^* - z) - \rho w^{*2} \quad \dots\dots\dots (31)$$

で充分近似しうる事が判明したことを付加しておく。

参考文献

- 1) Führböter, A.: Air Entrainment and energy dissipation in breakers, Proc. 12th ICCE, 1970, pp. 391~398.
- 2) 堺 茂樹・和泉恵之・小野敏行・山下俊彦・佐伯 浩: 砕波後の波の変形と気泡連行深に関する研究, 第33回海岸工学講演会論文集, 1986, pp. 16~20.