

連続密度成層流体中の円柱まわりの流れに関する研究

松浦知徳*・加藤富寛**・加藤 始***

1. はじめに

障害物を通過する成層した流れの特徴は、障害物の下流側に発生する内部波（リー波）、それに伴うローターの形成、及び上流側へのコラヌーモードの伝播等である。また障害物からの流れの剝離現象は密度成層の影響を受け、剝離渦の発生抑制、後流域のつぶれといった均質流体と異なった特有の流れのパターンを示す¹⁾。

近年の大型海洋構造物の出現に伴い、密度成層した流れのそれらへの影響を調べることは重要性を増しつつある。また海堆と密度成層した流れの相互作用によって発生した内部波は湾内環境問題に影響を及ぼす要因である。本研究は、それらの問題の基礎的研究を目指すものである。

連続密度成層流体中の円柱まわりの流れに関する研究は、Pao et al. (1968)²⁾ が最初に行っている。彼らは後流の安定性パラメータ δ ((2) 式参照) を導入し、 $\delta \sim 1$ を成層流体中の剝離渦の発生する臨界値 δ_c とした。さらに、剝離渦の発生する場合、渦のつぶれが生じることを示唆している。この渦のつぶれから内部波の発生が予想される。本地 (1984)³⁾ はストロハル数は同じレイノルズ数で比較したとき、均質流体のそれよりも小さくなり、この傾向は $200 < Re < 400$ に対して成立していることを示した。このことは、内部波の発生により剝離渦の放出が抑制されることを表わしている。以上のように、成層流体中の円柱まわりの流れは均質流体中のそれと異なった流況を呈する。したがって、そのことが円柱に働く抵抗にも反映しているものと考えられる。Davies (1969)⁴⁾ は成層流体中の平板に働く抵抗を求めている。その結果、造波抵抗の全抵抗に対して占める割合は、モード 1 と 2 のリー波が発生する実験範囲ではせいぜい 20% 程度であることを示している。

均質流体中の円柱に働く抵抗の研究は、古典的な重要な問題であり数多くなされている。しかし、成層流体中のそれに対する研究は、まだほとんどなされていない。本

研究において、成層の方向と垂直な軸をもつ円柱まわりの流れに対し、流況の分類、発生するリー波の波形の測定、及び抵抗係数の測定に基づき、それらの間の関連性を調べたので報告する。

2. 実験の装置と方法

(1) 実験装置

実験は図-1に示すアクリル製の水槽（長さ 3.1 m、幅 28 cm、深さ 50 cm）を使用して行った。成層は、(2) で述べる方法を用い、線形密度分布をもつ安定成層流体を作った。台車に取り付けた塩化ビニール製の円柱（直径 $D=1.18$ cm, 1.40 cm、長さ $l=27.6$ cm）を水深の 1/2 のところにその軸が水平になるように糸で宙づりにし、移動させ、リー波及び剝離渦を発生させた。

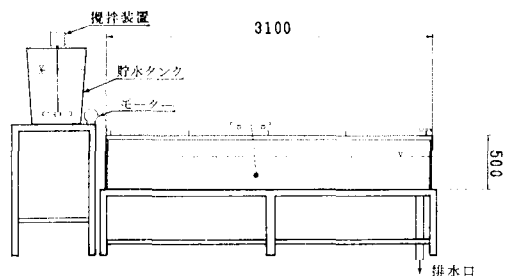


図-1 水槽概略図

(2) 連続密度成層流体の作成

連続密度成層流体を作製するに当たり、貯水槽を二つ準備し、塩水と真水を混合攪拌しながら、乱れないよう実験水槽に注入した。成層流体中の鉛直方向の密度分布を導電率計を用いて鉛直方向 1 cm ごとに測定した。その結果は底面 1 cm 近傍を除いて線形密度分布となった。

(3) 測定方法

a) 流況の可視化 多様な流況を観測するために可視化法として、電解沈殿法⁵⁾を用いた。この結果を写真撮影し、流況の分類を行った。

b) リー波の波形の測定 導電率計のセンサーの先を円柱の中心の軌跡から 3 cm 上方の一点に固定し、その位置の密度変化をペンレコーダーに記録することにより、リー波の波長と振幅を求めた。センサーの位置は、

* 正会員 理博 茨城大学助手 工学部建設工学科

** 水戸市役所

*** 正会員 工博 茨城大学教授 工学部建設工学科

後流の領域に入ることなく定常な波形がとれるように注意した。

c) 抵抗係数の測定 円柱をつるした糸の鉛直方向からのずれの角度 θ を精度よく求めることにより円柱の抵抗係数 C_a を算出した。 C_a を求める式を次に示す。

$$C_a = \frac{2}{\rho U^2 (Dl)} \left\{ W - \rho g \left(\frac{D}{2} \right)^2 \pi l \right\} \tan \theta \quad \dots (1)$$

ここで、 ρ は円柱中心における成層流体の密度、 U は円柱を引っぱる速度、 W は空気中での円柱の重量である。本実験装置に対する均質流体中での抵抗係数の精度を Schlichting⁶⁾ と比較したところ、 $130 \leq R_e \leq 2000$ の範囲ではよく一致した。均質流体の C_a との比較を議論する場合、Schlichting の結果を用いる。

3. 実験結果と考察

本研究で重要となるパラメータは、 $K = Nh/\pi U$ 、 $\varepsilon = \pi D/2h$ 、 $R_e = UD/\nu$ の3個である。ここで N はブルントーバイサラ振動数、 h は水深の1/2の高さである。実験は、 $0.27 < K < 6.0$ 、 $0.17 < \varepsilon < 0.31$ 、 $75 > R_e > 1400$ のパラメータ範囲に対して行った。

(1) 流況の分類

流況をリー波と剝離渦の有無で、領域Ⅰ『リー波有り、剝離渦無し』、領域Ⅱ『リー波と剝離渦が共に有り』、領域Ⅲ『リー波無し、剝離渦有り』の3種類に分類した。それぞれの領域の代表的な写真を以下に示す。

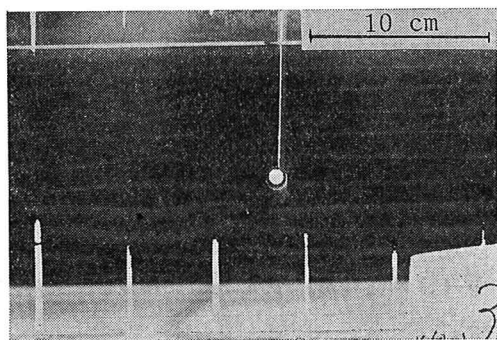


写真-1 $R_e=90$, $K=2.32$, $\varepsilon=0.235$

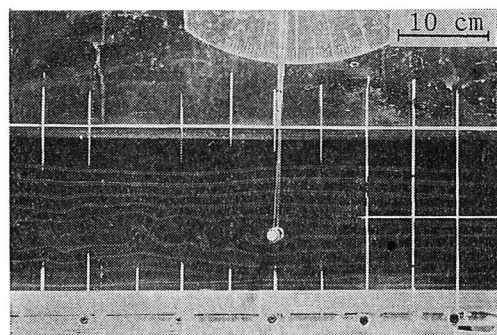


写真-2 $R_e=335$, $K=1.36$, $\varepsilon=0.200$

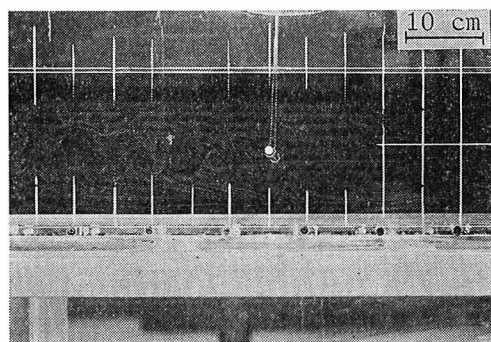


写真-3 $R_e=701$, $K=0.40$, $\varepsilon=0.200$

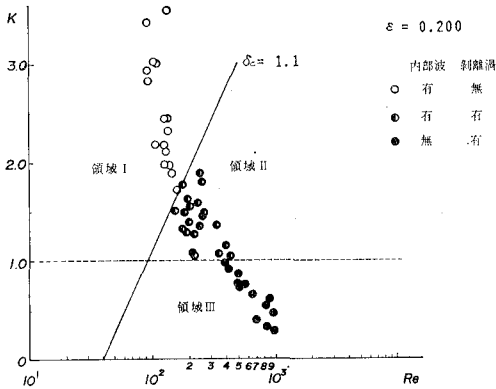
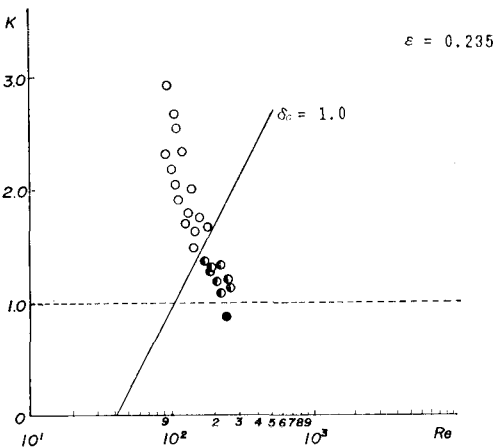
写真-1 は領域Ⅰの例であり、円柱背後にモード1と2のリー波が発生し、物体の背後に双子渦が付着している。この流況を均質流体の場合と比較すると、均質流体中では $R_e > 40$ となる範囲で剝離渦が発生するが、写真-1 では $R_e=90$ であるにもかかわらず剝離渦は発生しない。双子渦の長さで比較すると均質流体における $R_e \sim 20$ のものに匹敵する。したがって、剝離渦の発生は、密度成層及びリー波の影響で抑制されることがわかる。

写真-2 は領域Ⅱの例であり、円柱背後にモード1のリー波とカルマン渦列が存在する。均質流体との相違点は、後流域が十分発達せず幅が狭いことと、カルマン渦が下流に行くに従いつぶれていることである。またカルマン渦列の発生とつぶれによってモード1のリー波の波長 (~ 24 cm) より小さなスケールの内部波が発生している。

写真-3 は領域Ⅲの例であり、円柱背後にはカルマン渦列のみが観測される。均質流体中の $R_e \sim 700$ では、後流域は乱流に遷移するが、写真-3 ではまだカルマン渦列の規則的な渦運動が保たれている。しかし、円柱から離れた渦はそれ自身の不安定性のため混合を起こしている。また、均質流体中で観測される末広がり状の後流は観測されず、後流の幅はある点からほぼ一定となる。これは、安定な線形密度分布の成層が鉛直方向の運動を妨げているためと考えられる。

つぎに、写真から流況を R_e-K 面上に分類した結果を図-2に示す。

図-2の $K=1$ の破線は理論的に決まるリー波の発生 ($K > 1$) とリー波無し ($K < 1$) の境界線⁷⁾であり、実験結果と一致している。図-2から判断できることは、 ε と R_e を固定すると、 K が大きいほど剝離渦の発生が抑えられることである。また、 ε と K を固定すると、 R_e が大きいほど剝離渦が発生しやすく、このことは均質流体の場合と同じ傾向である。図中の δ_e の実線は剝離渦の発生の臨界値を示すものである。これは Pao et al. (1968) によって実験的に求められたものであり、それは次のように定義される。

図-2 (a) 流況の分類 ($\varepsilon=0.200$)図-2 (b) 流況の分類 ($\varepsilon=0.235$)

$$\delta_c = \frac{2K\varepsilon}{\log_{10}\left(\frac{Re}{40}\right)} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$\varepsilon=0.20$ の場合, $\delta_c=1.1$, $\varepsilon=0.235$ の場合, $\delta_c=1.0$ が剝離渦の発生の臨界値となっている。また本地 (1984) によって, $\varepsilon=0.314$ の場合, $\delta_c=0.8$ という結果も得られている。これらの結果から, ε が大きくなるに従い δ_c が小さくなるのがわかる。これは, ε が大きくなるに従いリー波の波形勾配が大きくなり ($\varepsilon=0.20$ で $\lambda/H \sim 0.028$, $\varepsilon=0.23$ で $\lambda/H \sim 0.040$ ここで, H はリー波の波高), 流れの円柱からの剝離が抑えられるためである。

(2) リー波の波形

導電率計を用いて求めた波形の例を図-3に示す。図中の矢印Aは丁度円柱がセンサーの下を通り過ぎた時を示す。したがって, 矢印Aから左側が上流への円柱の影響, 右側がリー波を示している。矢印Bは円柱の移動を止めた時を示す。

図-3 (a) は, $\varepsilon=0.20$, $1 < K < 2$ のパラメータ範囲で得られたモード1の規則的なリー波の例である。これに対し, 図-3 (c) は, $\varepsilon=0.23$, $1.2 < K < 1.5$ のパラ

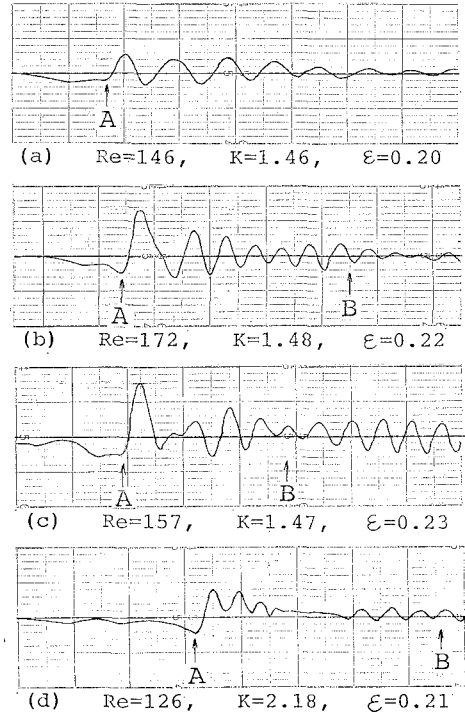
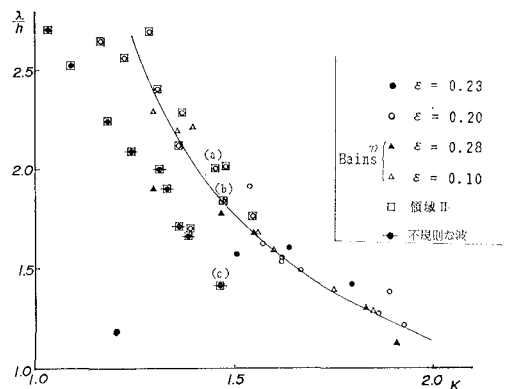


図-3 密度変化による波形記録

メータ範囲で得られた不規則な波形の例である。この波形の特徴は第1波と第2波の間の谷が小さいことである。これは, 顕著な剝離渦のつぶれが観察される δ が臨界値付近の値をもつ場合の波形であるので, その影響が捕えられたものと考えられる。また上流への影響も図-3 (a) に比べて顕著に出ている。図-3 (d) は $K > 2$ のパラメータ範囲の例で, 複数のモードのリー波が重なっており複雑な波形をしている。今回は, この種の波形については解析を行わなかった。しかし, 図-3 (d) の波をフーリエ分解するとモード1と2のリー波に分解できるものと予想される。

図-4 は K と λ/h (無次元波長) の関係を示すグラフ

図-4 K と λ/h の関係 ((a), (b), (c) は図-3の(a), (b), (c)に対応する)

である。図中に示された実線は、線形理論から出てくる K と λ/h の関係で、次式で表わされる。

$$\frac{\lambda}{h} = \frac{2}{(K^2 - n^2)^{1/2}} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $1 \leq K < 2$ の時 $n=1$ 、 $2 \leq K < 3$ の時 $n=2$ である。図-4 は、 $\varepsilon=0.20$ の場合、 $1 < K < 2$ の範囲において剥離渦が発生しても理論値とほぼ一致していることを示している。一方、 $\varepsilon=0.23$ の場合、 $1 < K < 1.5$ の範囲で理論値との不一致が生じる。このことは、 ε が大きくなると非線形性が強くなり、線形理論との不一致が生じやすくなることを示している（図-3 (a), (c) 参照）。線形理論は、剥離渦が発生しない非粘性の仮定に基づいている。また同時に上流への攪乱の伝播も無視されている。以上のことから、 $\varepsilon=0.23$ で $1 < K < 1.5$ の範囲のリー波の波長の線形理論からのずれの要因として非線形効果、剥離渦、及び上流への円柱の影響の相乗的效果を挙げることができる。

K と H/D （無次元波高）についても調べた。データにかなりのバラツキが見られたが、傾向として、 K の増大に伴い H/D は小さくなる。また、線形理論値と比較すると、同じ K に対する H/D はかなり大きな値をとった。 ε の値の相違による顕著な H/D の大きさの違いは見られなかった。

(3) 抵抗係数

a) 各流況時の抵抗係数の特徴 $\varepsilon \sim 0.20$ に対する抵抗係数 C_d とレイノルズ数 Re 及び流況との関係を図-5 に示す。その結果、領域Ⅰにおける $K > 3.0$ となる範囲を除いて、連続密度成層流体中の C_d ($90 \leq Re \leq 1000$) は、図中実線で示した均質流体中の C_d より小

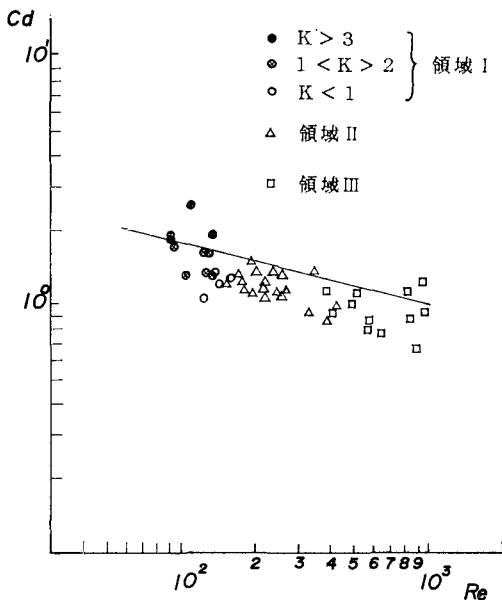


図-5 C_d と Re の関係

な値をとった。この図におけるデータのバラツキは主に K の値に依存している。

比較的 Re の値が大きい ($400 < Re < 1000$) 領域Ⅲにおける、 C_d の Re の変遷に伴う変化の様子は均質流体中での場合と類似している。この領域は、リー波が発生しないので造波抵抗は存在しない。しかし、安定密度成層そのものが円柱からの渦度の放出を抑え、たとえ剥離渦が発生しても、後流の十分な発達を妨げる。したがって、形状抵抗に相当する部分の抵抗が均質流体の場合より小さくなり、全抵抗係数 C_d も小さくなる。

つぎに、領域Ⅱ ($150 < Re < 400$) における C_d と Re の関係を述べる。 C_d の Re への依存性は領域Ⅲと類似している。領域Ⅱでは、領域Ⅲと異なり、リー波が発生する。したがって、造波抵抗を考慮しなければならない。しかし、本実験で測定された領域Ⅱは、ほぼ $1 < K < 2$ であり、この範囲の造波抵抗係数は得られた C_d の 10% にも満たない程度である。よって領域Ⅱでも全抵抗中で最も支配的な抵抗は形状抵抗であり（図-6 参照）、後流は安定成層そのものの影響に加えてリー波の影響を受け、渦度の放出が抑えられる。 C_d の値は均質流体の C_d に比べてやはり小さな値をとる。

領域Ⅰ ($90 \leq Re \leq 150$) に対する C_d と Re の関係において、その変化は K の増大に伴い均質流体中の C_d の値に近づき、 $K > 3$ となる範囲ではその値を越える。これは、 K の増大に伴って造波抵抗の全抵抗に対して占める割合が大きくなるためと考えられる（図-6 参照）。

b) K と抵抗係数の関係 図-6 は $\varepsilon=0.20$ 、 $Re \sim 145$ における K と C_d の関係を示したグラフである。図中の $K \approx 1.54$ の直線は、 $\varepsilon=0.20$ 、 $Re=145$ のとき、剥離渦発生臨界直線（図-2 (a) 参照） $\delta_c=1.1$ 上の K の値である。また図中の C_{dw} は Miles⁹⁾ が無限水深の場合に対して Long のモデルから求めた造波抵抗係数である。図-6 の特徴は、非粘性の理論値に比べて実験による抵抗係数の方が非常に大きな値をとることである。このことは、少なくとも $K < 3.6$ の範囲における抵抗には、円柱壁での渦度の生成、渦度の放出に伴う後流

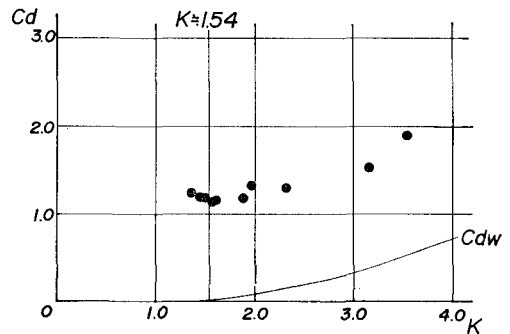


図-6 $Re \sim 145$ での C_d と K の関係

の形成が重要であることを示している。図-6において、 $1.35 \leq K \leq 1.54$ の剝離渦の発生する範囲では、 K の増大に伴い C_d は減少する。これは K の増大に伴い、リー波が渦度の放出を抑えるためと考えられる。 $K \approx 1.54$ で C_d は最小となり、 $1.54 < K < 3.6$ の剝離渦の発生しない範囲では、 K の増大に伴い C_d は C_{aw} の曲線と相似形をして増大する。したがって、剝離渦のない範囲における抵抗係数は造波抵抗の成分のみが全抵抗の変化に寄与しているものと考えられる。

4. おわりに

本研究では、連続成層流体中の円柱まわりの流況、リー波の特性、抵抗係数を室内実験により調べた。その結果、次の3つの点が明らかとなった。

- (1) 流況の分類から、 ε が大きくなる（非線形効果が強くなる）ほど剝離渦の発生の臨界値 δ_0 は小さくなることがわかった。
- (2) $\varepsilon=0.20$ の場合、リー波の波長は線形理論と良く一致し、 $\varepsilon=0.23$ の場合、線形理論より短い波長となった。後者の波長が線形理論からずれる要因として、非線形効果の増大、粘性効果による剝離渦と円柱上流への攪乱の伝播の相乗効果が重要であることがわかった。
- (3) 抵抗係数 C_d については、 $K < 3$ の場合、安定成層構造及びリー波が流れの剝離と後流の広がりを抑えるため、同じ Re に対する均質流体中の C_d より小さくなる。しかし、 $K \geq 3$ の範囲では、造波抵抗が極度に増大するため、成層流体中の C_d の方が大きくなることがわかった。抵抗係数に関して本実験

結果と非粘性理論値と比較したところ、粘性効果が重要であるため、実験値は理論値より非常に大きな値をとった。したがって、成層流体中の円柱の抵抗係数についても広範なパラメータ範囲の研究が必要である。

最後に、本研究の遂行に当たり、電解沈殿法に対しアドバイザーをしていただいた九大応力研の本地教授と蒲地氏に感謝します。また、有益な議論をしていただいた茨大工学部建設工学科の三村助教授と図面作製に協力していただいた伊佐治技官に感謝します。

参考文献

- 1) Lin, J. and Pao, Y.: Wakes in stratified fluids, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 11, pp. 317~338, 1979.
- 2) Pao, Y., Callahan, M. and Timm, G.: Vortex street in stably stratified fluids, *Boeing Document 82-0736*, 1968.
- 3) 本地政之: 連続成層流体中の渦列, 九州大学応用力学研究報告, 第60号, pp. 393~401, 1984.
- 4) Davies, R.: The two-dimensional flow of a stratified fluid over an obstacle, *J. Fluid Mech.*, Vol. 36, pp. 127~144, 1969.
- 5) Honj, H. and Kamachi, M.: Wakes of a circular in a stratified flows, *Rep. Res. Inst. Appl. Mech.*, Kyushu Univ., Vol. 31, pp. 89~95, 1984.
- 6) Schlichting, H.: *Boundary-Layer Theory*, McGraw Hill, New York, 817 p., 1979.
- 7) McIntyre, M.: On Long's hypothesis of no upstream influence in uniformly stratified or rotating flows, *J. Fluid Mech.*, Vol. 52, pp. 209~243, 1972.
- 8) Bains, P.: Observations of stratified flow over two-dimensional obstacles in fluid of finite depth, *Tellus*, Vol. 31, pp. 351~371, 1979.
- 9) Miles, J.: Lee waves in a stratified flow. Part 2. Semi-circular obstacle, *J. Fluid Mech.*, Vol. 33, pp. 803~814, 1968.