

## 任意形状三次元構造物に作用する非線型回折波波力

喜 固 渉\*

## 1. はじめに

近年、浅海域にも大型海洋構造物が建設されるようになり、波の非線型性の影響を適確に評価した作用波力の算定方法が重要になってきた。著者ら<sup>1)</sup>はすでに、任意形状の三次元構造物に対して Stokes 型の摂動法を用いて非線型自由表面境界条件を 2 次のオーダーまで厳密に満たす波力算定式を提案するとともに、大口径円柱に対して波力表示式を提示した。円柱に対する同様な波力表示式は Rahman<sup>2)</sup>によっても導かれている。これらの算定方法は、仮想な radiation ポテンシャルを導入することにより、構造物が動搖することによって生じる流体力と固定された構造物への作用波力の一種の相反関係を用いるもので、得られた結果は自由表面と構造物没水部表面についての積分方程式で与えられている。したがって、積分形で示される全波力またはモーメントの算定に限られ、構造物まわりの各点の圧力分布や run-up は計算することができない。

円柱に対しては他にも二、三の第2次近似解<sup>3), 4)</sup>が示されており、圧力分布などの計算も行なわれている。しかしながら、Chakrabarti<sup>5)</sup>によって指摘されているように、これら従来の理論解における回折波の速度ポテンシャルは非線型自由表面境界条件を2次のオーダーまで満足していない。こうした理論解の不適合は、散乱波ポテンシャルを倍周波数成分をもつ自由波としてのみ取り扱うことに帰因しており、境界条件を厳密に満足する回折波の速度ポテンシャルの誘導は現在のところ困難であると考えられる。入射波の波高についての摂動法を用い、かつ非線型自由表面境界条件を満足させる限り、上述の問題点を除去することができないことと、入射波として仮定した Stokes 波理論そのものが非線型性の影響が重要となる水深では適用外となることから、浅海域での回折波波力の算定にあたって近似オーダーを上げていく方法は有用でないと考えられる。

一方, Isaacson は円柱に対して第 1 次近似孤立波理論を用いて非線型回折波問題の理論解<sup>6)</sup>を示すとともに,

境界積分方程式法に基づき同様に孤立波の第1次近似解に対する回折波波力の数値解<sup>7)</sup>を求めている。後者の数値計算の方法は、任意形状の三次元構造物に対して有効であるものの、構造物周辺の仮想境界や初期条件の取り扱い方から非周期の波についての計算方法に限られている。

本研究は、任意形状の三次元構造物に対して碎波限界付近の周期波についても適用可能な回折波波力および波変形の算定方法を、Isaacson<sup>7)</sup>と同様に境界積分方程式に基づき検討するものである。また、円柱に対して具体的な計算を行って線型理論解および第2次近似解と比較することにより、数値解の妥当性について検討を加えるとともに、波力や run-up に及ぼす波の非線型性の影響について調べようとするものである。

## 2. 解析理論

### (1) 境界条件と境界積分方程式

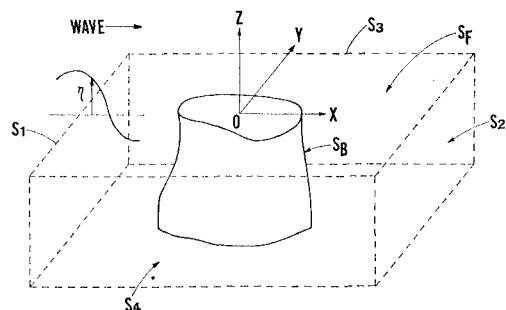


図-1 座標系と記号の定義

座標軸を図-1に示すようにとり、非粘性、非回転の流体運動を仮定する。非線型回折波の速度ポテンシャル $\phi$ は、流体内で式(1)を満たし、かつ式(2)～(5)の境界条件を満足するような境界値問題を解くことによって求めることができる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = -h \dots \dots \dots (2)$$

$$\partial\phi/\partial n=0 \quad \text{on } S_B \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\partial\eta/\partial t = (\partial\phi/\partial n)/n_z \quad \text{on } S_F \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\partial\phi/\partial t = -g\eta - (\nabla\phi)^2/2 \quad \text{on } S_F \quad \dots\dots\dots (5)$$

\* 正会員 Ph. D 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科

ただし、 $h$  は水深で一様とし、 $\mathbf{n}$  は流体境界からの外法線ベクトル、 $g$  は重力加速度である。ここでは構造物と波の干渉を、ラプラス方程式(1)と水底および物体表面上  $S_B$  での境界条件式(2), (3)を満足させながら、与えられた初期条件下で自由表面境界条件式(4), (5)をそれぞれ微小時間で逐次積分することによって取り扱うものとし、構造物周辺の波形や速度ポテンシャルを直接算定することとする。

各時間ステップでの自由表面境界上  $S_F$  の  $\partial\phi/\partial n$  と物体表面上  $S_B$  の  $\phi$  は、物体を囲んで仮想境界面 ( $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  および  $S_4$ ) を配置することにより、グリーン公式に基づく次の積分方程式から求めることができる。

$$\alpha\phi(P)=\int_S \left\{ G(P,Q)\frac{\partial\phi}{\partial n}(Q) - \phi(Q)\frac{\partial G}{\partial n}(P,Q) \right\} dS(Q) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、境界上の計算点を  $P=(x, y, z)$ 、ソース点を  $Q=(\xi, \eta, \zeta)$  として、 $\alpha$  は  $P$  点における内角を示し、グリーン関数  $G$  を式(7)で与えることにより積分領域  $S$  から水底面を除外する。

$$\begin{aligned} G(P,Q) &= 1/r + 1/r' \\ r &= \{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z-\zeta)^2\}^{1/2} \\ r' &= \{(x-\xi)^2 + (y+\eta)^2 + (z+2h+\zeta)^2\}^{1/2} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

また、物体表面上の圧力  $P$  は流体密度を  $\rho$  として圧力方程式(8)によって与えられ、波力  $\mathbf{F}$  およびモーメント  $\mathbf{M}$  は物体表面上の任意点の位置ベクトルを  $\mathbf{r}$  としてそれぞれ式(9), (10)より算定することができる。

$$P = -\rho(\partial\phi/\partial t + (\nabla\phi)^2/2 + gz) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\mathbf{F} = \int_{S_B} P \mathbf{n} dS \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\mathbf{M} = \int_{S_B} P(\mathbf{r} \times \mathbf{n}) dS \quad \dots\dots\dots (10)$$

## (2) 計算方法

方程式の離散化にあたっては四辺形の一定要素を用いることとし、節点は各要素内の中心とした。境界積分方程式(6)の  $\alpha$  は、したがって一定で  $\alpha=2\pi$  となる。なお、式(7)のグリーン関数の特異点における要素  $\Delta S_i$  についての積分は次式によった。

$$\begin{aligned} \int_{\Delta S_i} \frac{1}{r} dS &= 2\pi \left( \frac{\Delta S_i}{l} \right)^{1/2} \left[ \ln \{ l + (l^2 + 1)^{1/2} \} \right. \\ &\quad \left. + l \ln \left\{ \frac{1 + (l^2 + 1)^{1/2}}{l} \right\} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、要素面は長方形で近似できるものとし、 $l$  は長方形の縦横の比率を示す。

仮想境界面としては、まず波の進行方向( $x$  軸方向)に物体をはさんで 1 波長または数波長間隔で  $y-z$  平面上に平行に  $S_1$  と  $S_2$  を配置することにより、両端  $S_1$ ,  $S_2$

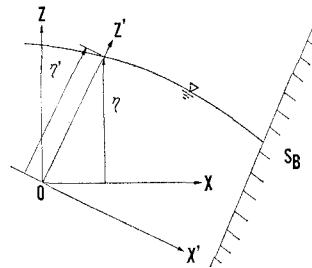


図-2 構造物付近での節点移動

で空間的周期性を仮定する。直交方向には物体をはさんで  $x-z$  平面に平行な仮想境界面  $S_3$ ,  $S_4$  を設けて、そこでは壁面の境界条件 ( $\partial\phi/\partial n=0$ ) を仮定する。したがって各時間ステップでの境界積分方程式(6)における未知量は、自由表面  $S_F$  上の  $\partial\phi/\partial n$ 、物体表面  $S_B$  上の  $\phi$ 、仮想境界  $S_1$  上の  $\phi$ 、 $S_2$  上の  $\partial\phi/\partial n$  (または、 $S_1$  上の  $\partial\phi/\partial n$ ,  $S_2$  上の  $\phi$ )、 $S_3$  および  $S_4$  上での  $\phi$  となる。なお、 $S_1$  と  $S_2$  において空間的周期性を仮定することは  $x$  方向に一定間隔で無数に構造物を設置した状態での干渉問題を取り扱うことになり、計算領域の選定にはこうした構造物相互間の干渉の影響を考慮しておく必要がある。しかしながら、本解析方法では波と構造物の干渉を与えられた初期条件から 1 周期程度の時間内で経過的な波変形の計算を行うため、定常状態における結果とは異なり、構造物相互間の干渉効果は無視できるものと考えられる。便宜上ここでは微小振幅波理論によって群速度を求め、計算時間内に散乱波の影響が仮想境界面に到達しない程度に計算領域を決めた。

初期条件 ( $t=0$ ) として与える入射波としては任意の波を選ぶことができるが、入射波の  $\eta$  と  $\phi$  をそのまま与えると  $t=0$  で構造物周辺が静止水面となりうる孤立波を除き計算が不安定となる。そこで、入射波の波形と波速  $C$  から自由表面境界における  $\partial\phi/\partial n$  を式(12)により与え、境界積分方程式(6)から  $t=0$  での  $\phi$  を一旦求めた上で式(4)と(5)を数値積分して行くこととした。

$$\partial\phi/\partial n = Cn_x \quad \dots\dots\dots (12)$$

数値積分には 4 次の Hamming の predictor-corrector 法を用い、最初の 3 つの時間ステップの計算には 2 次の Runge-Kutta 法を用いた。1 ステップの時間間隔  $\Delta t$  は各要素  $\Delta S_i$  について次の条件式を満足するように設定し、計算途中で制限を越えた場合には  $\Delta t/2$  として再び Runge-Kutta 法から計算を進めて行った。

$$\{(\partial\phi/\partial n)_i\} \Delta t < (\Delta S_i)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

なお、水深方向( $z$  方向)に形状が変化する構造物に対しては、図-2 に示すように回転移動させた座標系  $x'y'z'$  を用いて式(4), (5)を書き改め、構造物付近で適宜

回転角度を設定した上で各時間ステップでの節点移動を行なう必要がある。

### 3. 計算結果とその考察

#### (1) 円柱への run-up の計算結果

直徑が  $D$  の円柱で、水深が  $h/D=1.0$  の場合について、入射波の波高  $H$  と波長  $L$  を変えて波形の時間的变化を計算した。初期条件の波形と波速は微小振幅波理論より与え、仮想境界面の影響を検出するため同一条件下で構造物を置かない場合の波形変形の計算も行った。図-3 と 図-4 は計算結果の一例で、 $D/L=0.3$ ,  $H/D=0.1$  のケースにおける波形変形をそれぞれ進行波と円柱まわりの回折波について示したものである。ただし、図中の周期  $T$  には微小振幅波理論より求めた値を用いた。計算に用いた要素数は自由表面境界  $S_F$  で 160、円柱没水部表面  $S_B$  で 30 である。計算精度について検討するために、各時間ステップ毎の進行波の進行波の単位面積あたりの全エネルギー  $E$  および回折波の流体境界上の  $\partial\phi/\partial n$  を積分することによって求めた全流出量  $Q$  を図-5 に示す。図より全エネルギーについては一定値をとり、全流出量についてはほぼ 0 となっていることから、計算結果の精度は妥当なものといえる。また、ここには結果を示さないが、仮想境界の影響について調べるために、各時間ステップにおける進行波と回折波の境界  $S_1$  および  $S_2$  上の  $\phi$ ,  $\eta$  について比較した。その結果、 $D/L=0.15$ , 0.3 のケースでは  $x$  方向に 1 波長、 $y$  方向に  $D$  の 3 倍、 $D/L=0.6$  では  $x$  方向に 3 波長、 $y$  方向に  $D$  の 2 倍程度計算領域をとれば、仮想境界の寄与は 5 % 以内であることがわかった。

図-6 に円柱壁面に沿う各点（ただし、横軸  $\theta$  は波の入射側で  $\theta=0$  とする）における波頂高の計算結果を示す。波高・水深比  $H/h=0.1$  のケースでは  $D/L=0.15$  の結果を除いて、数値解と線型理論解は良く一致している。 $H/h$  が大きくなるに従って数値解と線型理論解の差異は大きくなっている。その差異は特に  $D/L=0.6$  で著しい。なお、 $H/h$  がある程度以上大きくなると、時間ステップ間隔  $\Delta t$  を 0.005  $T$  以下にとっても円柱前面での run-up の計算過程で式(13)の制限を越えるようになり、数値解を得ることができなかった。こうした計算上の不安定性は、入射波の  $H/h$  が山田・塩谷によって求められた碎波限界波高・水深比のほぼ 80% 以上になると生じた。原因としては、波と構造物の干渉による碎波の発生が考えられるが、回折波の碎波限界については現在のところ明らかにされていないので、その関係を議論することはできない。また、数値計算上の原因としては、分割要素として一定要素を用い、境界積分方程式(6)中の  $\alpha$  を流体境界は常に滑らかと仮定して  $2\pi$

と置いたことによる近似上の問題が考えられる。要素近似として一次要素<sup>8)</sup>を用いることにより改善されようが、節点移動に伴う計算処理はかなり煩雑になる。

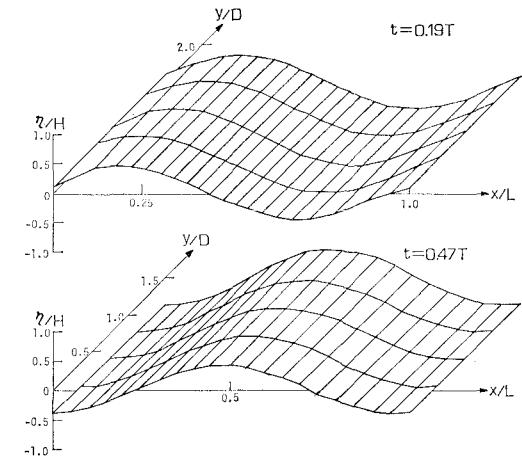


図-3 進行波の波形変形

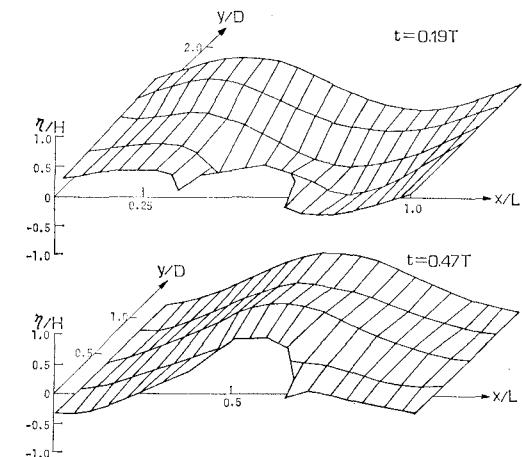


図-4 回折波の波形変形

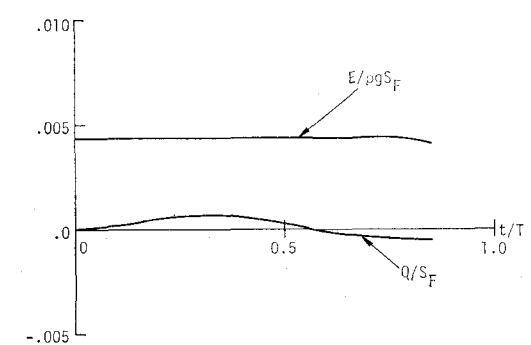


図-5 計算誤差の検出

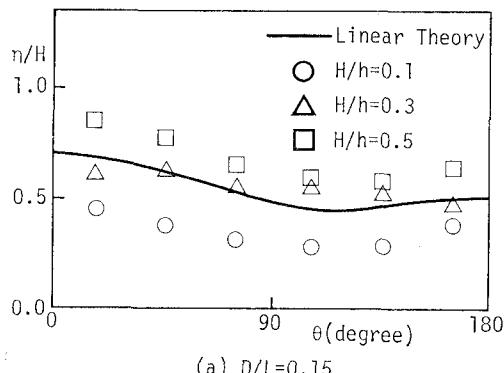
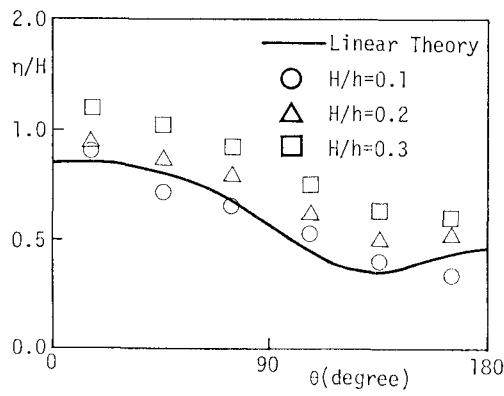
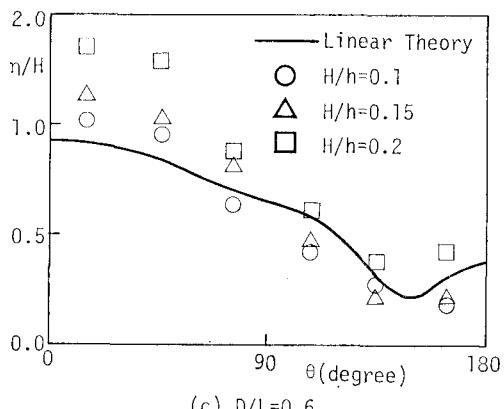
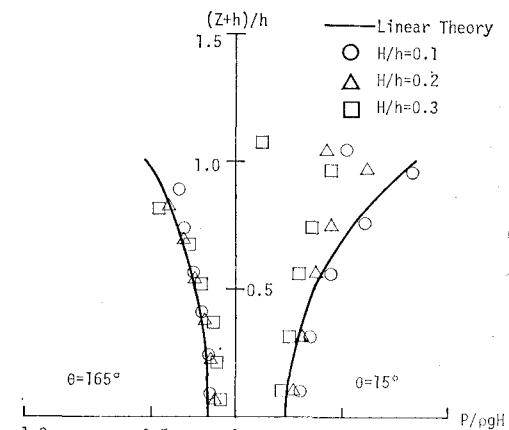
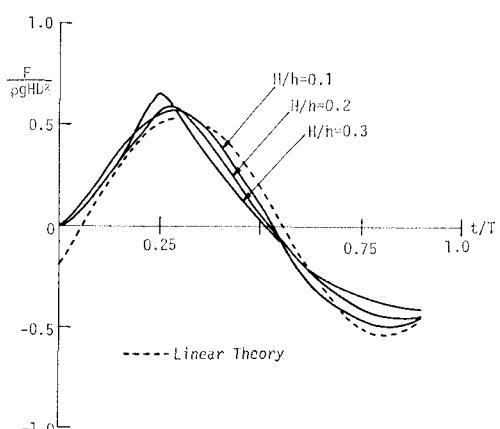
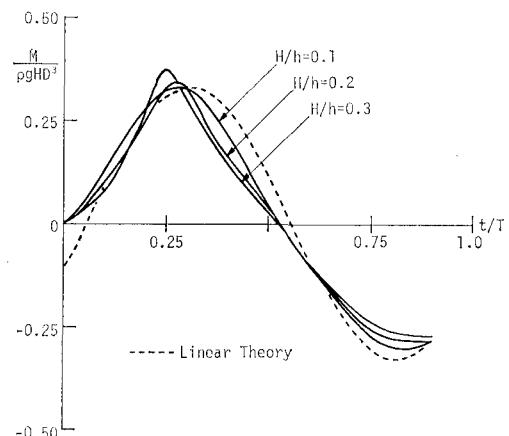
(a)  $D/L=0.15$ (b)  $D/L=0.3$ 

図-6 円柱まわりの波頂高

## (2) 波圧分布、波力およびモーメントの計算結果

図-7 は最大水平波力を生じる波の位相での円柱壁面  $\theta=15^\circ$  および  $165^\circ$  における波圧強度の鉛直分布を  $D/L=0.3$  のケースについて示したものである。波頂高の計算結果と同様に、波圧分布も入射波の波高・水深比  $H/h$  が大きくなるに従い線型理論解と合わなくなっている、その傾向は円柱前面付近 ( $\theta=15^\circ$ ) でより明確に表われている。

一方、波力係数およびモーメント係数の時間的変化は

図-7 波圧の鉛直分布 ( $D/L=0.3$ )図-8 波力係数の時間変化 ( $D/L=0.3$ )図-9 モーメント係数の時間変化 ( $D/L=0.3$ )

それぞれ 図-8, 9 に示すようである。ここでは初期値問題の数値解を求めていたため  $t=0$  付近の時間波形を定常解と比較することはできないが、 $H/h$  の増加に伴

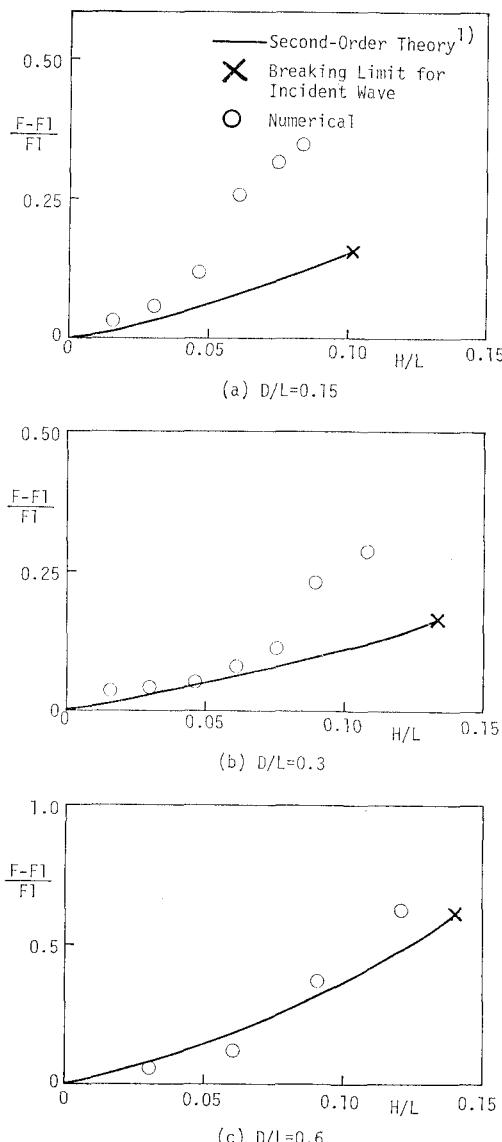


図-10 非線型項の割合の変化

い、波力およびモーメントの最大値はともに線型理論解より大きくなり、逆に最小値はともに線型理論解よりその絶対値は小さくなる傾向が見られる。また、波力およびモーメントが最大値をとる時の位相は線型理論解に比べて早くなっている。

次に、最大波力に及ぼす波の非線型性の影響について調べるために、線型理論値  $F_l$  に対する数値解  $F$  の増

分を  $F_l$  で割って、その割合の変化の様子を示したのが図-10である。図には第2次近似解<sup>1)</sup>による2次項の割合の変化を入射波の碎波限界波形勾配まで実線で示している。入射波の波形勾配  $H/L$  が比較的小さい場合には、数値解と第2次近似解は良く一致している。 $H/L$  が碎波限界のほぼ半分以上になると、 $D/L=0.6$  のケースを除いて数値解は第2次近似解と比べて急増する傾向が見られる。

#### 4. 結 語

境界積分方程式法に基づく任意形状三次元構造物に作用する非線型回折波波力と構造物まわりの波変形の算定方法を、円柱に適用して数値解の妥当性について調べた。その結果、入射波の波形勾配  $H/L$  が小さい場合には円柱まわりの波頂高、波力およびモーメントとともに線型理論解と良く一致し、 $H/L$  が進行波の碎波限界波形勾配のほぼ半分までについては第2次近似解と良く一致することから、数値解の有用性が認められた。数値解によれば、 $H/L$  が碎波限界波形勾配の半分より大きくなると波力係数は第2次近似解と比べて急増することから、この領域での波力の算定には波の非線型性を無視することができないと考えられる。

#### 参 考 文 献

- 1) 喜岡 渉・石田 昭: 円柱に作用する第2次近似回折波波力, 第31回海岸工学講演会論文集, pp. 620~624, 1984.
- 2) Rahman, M.: Wave diffraction by large offshore structure-an exact second-order theory, Appl. Ocean Res., Vol. 6, No. 2, pp. 90~100, 1984.
- 3) 山口正隆・土屋義人: 大口径円柱に作用する波圧・波力に及ぼす波の非線型性の影響, 土木学会論文報告集, 第22号, pp. 41~53, 1974.
- 4) Raman, H. and P. Venkatanarasaiah: Forces due to nonlinear waves on vertical cylinder, Proc. of ASCE, Vol. 102, No. WW 3, pp. 301~306, 1976.
- 5) Chakrabarti, S. K.: Comments on second-order wave effects on large-diameter vertical cylinder, J. Ship Res., Vol. 22, No. 4, pp. 266~268, 1978.
- 6) Isaacson, M. de St. Q.: Solitary wave diffraction around large cylinder, Proc. of ASCE, Vol. 109, No. WW 1, pp. 121~127, 1983.
- 7) Isaacson, M. de St. Q.: Nonlinear-wave effects on fixed and floating bodies, J. Fluid Mech., Vol. 120, pp. 267~281, 1982.
- 8) Kioka, W.: Numerical analysis on the dynamic response of three-dimensional, free-floating structure, Proc. of JSCE, No. 326, pp. 155~165, 1982.