

波と底泥の動的相互作用による波高減衰と底泥運動

鶴谷 広一*・中野 晋**・鷹濱 潤***

1. ま え が き

外国の大河川の河口周辺には重要な港湾や航路が建設されることが多い。また我が国では有明海に新しい港湾が建設中である。こうした場所ではシルトや粘土の微細な粒子が厚く堆積し、含水比が高く、小さな応力で変形・移動する底泥層を形成していることも少なくない。従ってこれらの場所での港湾構造物や航路の設計にあたっては、波と底泥との相互作用による波の変形や底泥の移動特性を明らかにする必要がある。

波とやわらかい底質との相互作用についての研究は底質を粘性流体として取扱った Gade¹⁾ や Dalrymple・Liu²⁾ の研究や粘弾性体として取扱った Yamamoto et al.^{3),4)} の研究の他、永井ら⁵⁾、柴山ら⁶⁾、五明ら⁷⁾ の研究がある。しかし、一般的には底泥は非ニュートン流体であり、波動場での底泥の流動特性が不明であることなど解決すべき問題が多く、波と底泥の相互作用による諸現象（波高減衰、波長変化、底泥の運動など）の解明はほとんど未解決である。

本論文ではまずこれまであまり測定されていない低ずり速度領域での底泥の流動特性について調べる。その上で研究の第1段階として底泥をニュートン流体とした場合の波と底泥の動的相互作用による波高減衰や質量輸送について理論解析を行い、その適用性と限界について実験結果をもとに検討する。

2. 実験方法

(1) 底泥の流動試験

底泥（カオリナイト）の流動特性を内筒が回転する二重円筒型の回転粘度計（コントラバス社、レオマット 115）を用いて調べた。ずり速度 D はパソコン（TEAC, PS-85）制御により $0 \sim 10 \text{ s}^{-1}$ で連続的（600段階）、直線的に変化させた。ずり速度を変化させる時間は加速時、減速時ともに 300 秒とし、加速・減速を 3 回繰返して測定した。またこのパソコンは、回転数制御信号を回転粘

度計に出力すると同時に回転粘度計からの出力（ずり速度、せん断応力）を AD 変換して磁気テープに集録することができる。なお試験時の試料温度は 10°C になるように恒温槽でコントロールされた。

(2) 水路実験

実験は図-1 に示す長さ 11 m、幅 0.4 m、高さ 0.5 m の二次元造波水路で、中央部 4 m の部分の床は上下に移動可能となっている。底泥として、所定の含水比になるように水道水を混合したカオリナイト（ASP 600、真比重 2.618）を可動床部に泥厚 10 cm で敷きつめて用いた。実験条件は水深 20 cm 及び 30 cm、粘土層沖側端部での波高 $H_{w0} = 1.3 \sim 7.9 \text{ cm}$ 、波の周期 $0.7 \sim 1.4$ 秒、含水比 168%~407% の範囲で変化させた。測定項目は波高、波高減衰率、波長、底泥波高、底泥内圧力、底泥運動の振幅等であるが、底泥内圧力の結果については紙面の都合上省略する。

波高は図-1 の I、II、II'、III、IV の 5 点の中央断面で容量式波高計で測定した。波高減衰率は 5 点の波高値から最小自乗法により求めた。また波長は II と II'、II' と III の波高計出力からクロススペクトル法で求め、両者の平均をとった。底泥波は III の位置で波高計から 4.5 cm 壁側に超音波測深器（正豊工学製）を設置して測定した。底泥床の微小な運動を精度よく測定するため、超音波測深器からの出力にバイアス電圧を加えて底泥床の変動分だけの電圧をとり出し、それを直流増幅器で 50~100 倍増幅して底泥波の測定を行った。底泥運動の測定はマーカーとして、径 3 mm、長さ約 0.4 m、比重 1.36 のアクリル棒を粘土中に沈め、水路側面のガラス面を通してマーカーの先端の運動をビデオ撮影し、底泥

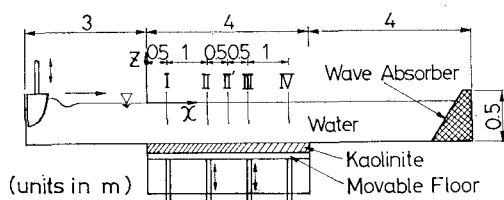


図-1 実験水路の概略図

* 正会員 工務 運輸省港湾技術研究所海洋水理部水理研究室長

** 正会員 工務 運輸省港湾技術研究所海洋水理部水理研究室

*** 運輸省港湾技術研究所海洋水理部水理研究室

運動の振幅について調べた。

底泥の作成は実験当日の午前中に行い、実験は底泥作成後、数時間以内に終了している。従ってその間の圧密はほぼ無視できる。また試料作成時と実験終了時に試料を1ℓ程度採取し、含水比、比重、粘度の測定を行ったが、実験前後で大きな相違はなかった。

3. 底泥の流動特性

底泥は一般に非ニュートン流体であるため、ずり速度によって粘性は変化する^{8),9)}。底泥運動を解析するためには底泥の流動特性が把握されていることが前提となるが、波作用下での底泥運動は周期運動であるため、ずり速度が0付近の低ずり速度領域での底泥の流動特性も重要である。図-2は回転粘度計で得られた各含水比での流動曲線を示している。なおこの図では円筒の回転速度の減速時の実験値が示されている。加減速時間が300秒と長いので、加速時と減速時で流動曲線における違いは大きくない。図に示した曲線は次式で示すビンガム流体の流動曲線である。

$$\tau = \tau_y + \mu_B D \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 τ_y はビンガム降伏値、 μ_B はビンガム粘度である。カオリナイトではずり速度 $D < 1 \text{ s}^{-1}$ ではビンガム流体としての性質を示し、それ以上のずり速度ではべき乗則流体⁹⁾としての性質を示すようである。また $D < 0.1 \text{ s}^{-1}$ の低ずり速度領域ではせん断応力 τ の変化は小さく、底泥の見かけ粘度 $\mu_2 (= \tau/D)$ は D が小さくなるにつれ、ほぼ D に反比例して大きくなるのがわかる。

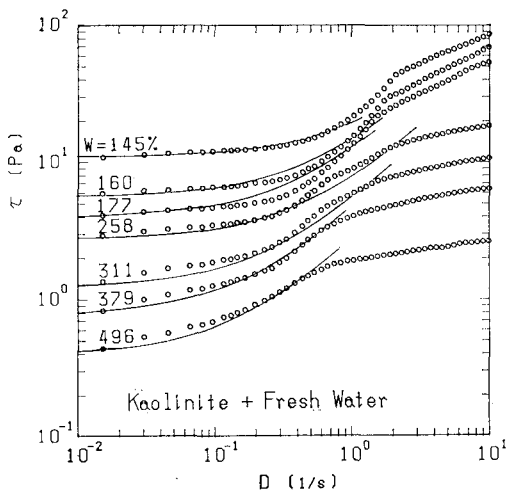


図-2 カオリナイトの流動曲線

4. 理論的検討

一般には底泥は非ニュートン流体であり、本来は非ニュートン流体としての理論的アプローチが必要であると思われるが、研究の第1段階としてニュートン流体に対する Dalrymple・Liu²⁾の理論を基にした理論展開を行い、その適用性と限界について検討する。

(1) 基礎方程式

x 軸を平均水面に沿って波の進行方向にとり、 z 軸を水面から鉛直上向きにとる。 ρ_i , ν_i , h_i をそれぞれ第 i 層 ($i=1, 2$) での密度、動粘性係数、層厚とする。

線型化された運動方程式及び連続式は

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial \hat{P}_i}{\partial x} + \nu_i \left(\frac{\partial^2 \hat{u}_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{u}_i}{\partial z^2} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \hat{w}_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial \hat{P}_i}{\partial z} + \nu_i \left(\frac{\partial^2 \hat{w}_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{w}_i}{\partial z^2} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x} + \frac{\partial \hat{w}_i}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

である。水面の変位 η_1 、界面の変位 η_2 をそれぞれ

$$\eta_1 = a_1 \exp[i(kx - \sigma t)] \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\eta_2 = a_2 \exp[i(kx - \sigma t)] \quad \dots\dots\dots (6)$$

で表す。ここで k は波数、 σ は角周波数であり、 k , a_2 は複素数である。さて $\hat{u}_i$, $\hat{w}_i$, $\hat{P}_i$ をそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_i &= u_i(z) \exp[i(kx - \sigma t)] \\ \hat{w}_i &= w_i(z) \exp[i(kx - \sigma t)] \\ \hat{P}_i &= P_i(z) \exp[i(kx - \sigma t)] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

のように仮定すると、式 (2)~(4) の解が

$$\begin{aligned} w_i(z) &= A_i \sinh k \left(\sum_{j=1}^i h_j + z \right) \\ &\quad + B_i \cosh k \left(\sum_{j=1}^i h_j + z \right) \\ &\quad + C_i \exp \left\{ \lambda_i \left(\sum_{j=1}^i h_j - h_i + z \right) \right\} \\ &\quad + D_i \exp \left\{ -\lambda_i \left(\sum_{j=1}^i h_j + z \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$u_i(z) = i w_i' / k \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$P_i(z) = (\rho_i \nu_i / k^2) (w_i''' - w_i' \lambda_i) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\lambda_i^2 = k^2 - i \sigma \nu_i^{-1} \quad \dots\dots\dots (11)$$

で与えられる。 A_i , B_i , C_i , D_i は複素数であり、これらと k , a_2 の計10個の未知数は水面、界面、底面での10個の境界条件式より求められる。

Dalrymple・Liu²⁾は境界条件式の中で $e^{-2\lambda_i h_i}$ の項は微小であり無視できるとして境界条件式を簡略化して解いているが、底泥のように粘度が大きく、泥厚が10cm程度の場合には $e^{-2\lambda_i h_i}$ は無視できない量となるため、われわれはすべての項を残して計算した。計算ではまず k を仮定して9個の境界条件式から A_i , B_i , C_i , D_i と

a_2 をガウス法で求め、残りの条件式に対して k が収束するようにニュートン法を用いて繰返し計算を行った。

さて、波数 k は複素数であり、次式のように表される。

$$k = k_r + k_i \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 k_r , k_i はそれぞれ k の実数部、虚数部である。これを用いると水面変位 η_1 は

$$\eta_1 = a_1 e^{-k_i x} e^{i(k_r x - \sigma t)} \dots\dots\dots (13)$$

と表される。従って波長は $L = 2\pi/k_r$ であり、 k_i は波高減衰率である。また底泥波と水面波の振幅の比は $|a_2/a_1|$ で表され、底泥波の水面波に対する位相差は $\phi = \arg(a_2/a_1)$ で表される。

(2) 質量輸送速度

ここでは式 (7) の解をもとに質量輸送速度を求める。

水平質量輸送速度 U_{mi} 、鉛直質量輸送速度 W_{mi} はそれぞれ次式で与えられる。

$$U_{mi} = \bar{u}_i + \frac{d\bar{u}_i}{dx} \int_0^t \bar{u}_i dt + \frac{d\bar{u}_i}{dz} \int_0^t \bar{w}_i dt \dots\dots (14)$$

$$W_{mi} = \bar{w}_i + \frac{d\bar{w}_i}{dx} \int_0^t \bar{u}_i dt + \frac{d\bar{w}_i}{dz} \int_0^t \bar{w}_i dt \dots\dots (15)$$

なお、ここで $\bar{}$ は 1 周期平均を表す。さて、式 (7) の $\bar{u}_i$ と $\bar{w}_i$ の実数部について考えると、

$$\bar{u}_i = |u_i| e^{-k_i x} \cos(k_r x - \sigma t + \alpha_i) \dots\dots\dots (16)$$

$$\bar{w}_i = |w_i| e^{-k_i x} \cos(k_r x - \sigma t + \beta_i) \dots\dots\dots (17)$$

である。さらに

$$\frac{d\bar{u}_i}{dx} = -|k||u_i| e^{-k_i x} \sin(k_r x - \sigma t + \alpha_i + \theta_k) \dots\dots\dots (18)$$

$$\frac{d\bar{u}_i}{dz} = |u_i'| e^{-k_i x} \cos(k_r x - \sigma t + \alpha_i') \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{d\bar{w}_i}{dx} = -|k||w_i| e^{-k_i x} \sin(k_r x - \sigma t + \beta_i + \theta_k) \dots\dots\dots (20)$$

$$\frac{d\bar{w}_i}{dz} = |w_i'| e^{-k_i x} \cos(k_r x - \sigma t + \beta_i') \dots\dots\dots (21)$$

である。ここで α_i , β_i , α_i' , β_i' , θ_k はそれぞれ u_i , w_i , u_i' , w_i' , k の偏角である。式 (16)~(21) を式 (14), (15) に代入し、さらに式 (9) の関係を用いて若干の計算を行うと、 U_{mi} , W_{mi} はそれぞれ

$$U_{mi} = \frac{1}{2\sigma} e^{-2k_i x} \{ \cos \theta_k |k||u_i|^2 - \sin(\beta_i - \alpha_i') |u_i'| |w_i| \} \dots\dots\dots (22)$$

$$W_{mi} = \frac{1}{\sigma} |k||u_i||w_i| e^{-2k_i x} \sin(\alpha_i - \beta_i) \sin \theta_k \dots\dots\dots (23)$$

と表される。なお式 (22), (23) において $k_i = 0$ の場合には $\theta_k = 0$, $\beta_i - \alpha_i' = 3\pi/2$ であり、 U_{mi} はストークスドリフトの表示と一致し、 $W_{mi} = 0$ となる。

図-3 は含水土 $W = 200\%$ 、水深 $h_1 = 20$ cm、泥厚 $h_2 = 10$ cm、周期 $T = 0.9$ s、水面波高 5 cm、 $x = 2.5$ m

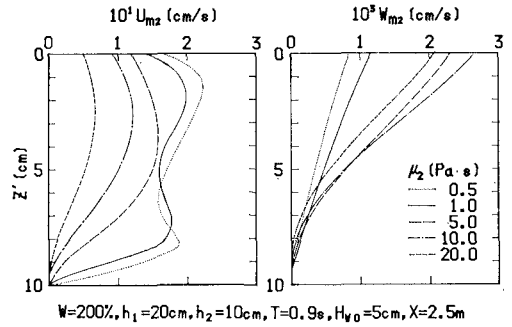


図-3 質量輸送速度の計算例

の位置での底泥の質量輸送速度の計算例である。なお z' は界面から鉛直下向きにとった座標である。 U_{m2} は粘度 μ_2 が大きくなるほど小さくなっているが、 W_{m2} では $\mu_2 = 10$ Pa·s 前後で極大値をとることがわかる。また W_{m2} は界面近くほど大きくなっているため、時間の経過にともない、界面近くほど含水土比が増大することが予想される。

(3) 流体粒子の運動

式 (16), (17) を用いると流体粒子の平均位置 $(\bar{x}, \bar{z})$ からの水平方向の変位 ξ_i 及び鉛直方向の変位 ζ_i が

$$\xi_i = -\frac{|u_i|}{\sigma} e^{-k_i x} \sin(k_r x - \sigma t + \alpha_i) \dots\dots\dots (24)$$

$$\zeta_i = -\frac{|w_i|}{\sigma} e^{-k_i x} \sin(k_r x - \sigma t + \beta_i) \dots\dots\dots (25)$$

で計算できる。

(4) 側壁近くでの粘性逸散による波高減衰

含水土比が 200% 程度でも底泥の粘度は水に較べると 10^4 倍以上も大きいので、実験水路では側壁近くでの粘性逸散が波高減衰にかなり影響すると考えられる。ここでは Hunt¹⁰⁾ と同様な取扱いにより、側壁近くでの粘性逸散による波高減衰を求める。

各層の側壁面境界層内での水平方向の回転流速を U_i とすると、

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = \nu_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial y^2} \dots\dots\dots (26)$$

である。ここで y 軸は水路中央から $x-z$ 面に垂直にするものとする。さて式 (26) の解の中で、水路中央 ($y = 0$) で $U_i = 0$ であり、側壁 ($y = -B/2$) (B : 水路幅) で $U_i = -\dot{u}_i$ を満たす解は

$$U_i = -u_i(z) \exp \left\{ -(1+i) \sqrt{\frac{\sigma}{2\nu_i}} \left(y + \frac{B}{2} \right) \right\} \times \exp \{ i(kx - \sigma t) \} \dots\dots\dots (27)$$

である。同様に鉛直方向の回転流速 W_i は

$$W_i = -w_i(z) \exp \left\{ -(1+i) \sqrt{\frac{\sigma}{2\nu_i}} \left(y + \frac{B}{2} \right) \right\} \times \exp \{ i(kx - \sigma t) \} \dots\dots\dots (28)$$

で表される。各層の単位幅当り、1周期平均のエネルギー逸散率 dE_i/dt は次式で表される。

$$\frac{dE_i}{dt} = \frac{\rho_i \nu_i}{B} \int_2^0 \int_{-B/2}^0 \left\{ \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_i}{\partial y} \right)^2 \right\} \times dy dz \dots \dots \dots (29)$$

4.(1)の結果を用いてこれを計算すると、 dE_i/dt は

$$\frac{dE_i}{dt} = \frac{\rho_i}{B} \sqrt{\frac{\sigma \nu_i}{2}} \left\{ 1 - \exp \left(- \sqrt{\frac{\sigma}{2 \nu_i}} B \right) \right\} e^{-2k_i x} \times \int (|u_i|^2 + |w_i|^2) dz \dots \dots \dots (30)$$

となる。さらに群速度 $C_g (=d\sigma/dk)$ を用いて、

$$\frac{dE_i}{dt} = -C_g \frac{dE}{dx} = \rho_1 g a_1^2 C_g k_{iw} \dots \dots \dots (31)$$

のように、側壁近くでの粘性逸散による波高減衰率 k_{iw} が計算される。ここで群速度 C_g は 4.(1) で用いる 10 個の境界条件式のそれぞれを k で微分した式より求められる。

5. 水路実験結果とその検討

(1) 波高減衰率

図-4 に波数 k_r で無次元化された波高減衰率 k_i/k_r と含水比 W との関係を $x=0$ m での波高 H_{w0} (I ~ IV の波高値より外ソウして求めた) 別に示している。縦軸の値 k_i/k_r は $H_{w0} < 3$ cm では $W=207\%$ あるいは、233% でピークを示すが、波高が大きくなると実験範囲ではピーク値はあらわれていない。また波高によっても減衰率が異なることがわかる。これは波高によってずり速度のレベルが異なり、粘度が変化するという非ニュートン流体としての特性と側壁近くでの粘性逸散量が波高によって異なることによると考えられる。

今回の計算ではあらかじめ粘度を知る必要があるが、現時点では波動場での底泥の粘度の合理的決定法が得られていないため、波高減衰についての計算値と実験値の厳密な比較はできない。そこで、図-5 では計算値が実験値に最も合うように底泥の粘度を決めて、波高減衰率の波の周期による変化特性について比較している。図中の曲線の内、実線で示す k_{ii} は 4.(1) で計算される波高減衰率 (k_{i0} とする) に側壁近くでの粘性逸散による波高減衰率 k_{iw} を加えたものである。なお今回の計算法では波高減衰率はある粘度で最大値をとるため、実験値が計算される最大値より大きい場合 ($W=228\%$, $h_1=20$ cm のケースを除く 5 ケース) には最大波高減衰率を与える粘度を採用した。

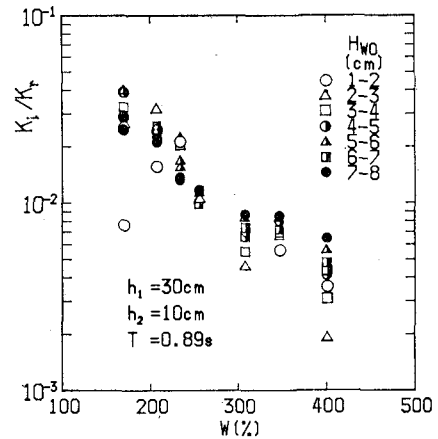


図-4 波高減衰率と含水比の関係

今回の実験ケースでは側壁近くでの粘性逸散による波高減衰率 k_{iw} は k_{i0} の 2 ~ 3 割程度であるが、底泥厚さや粘度の条件によってはさらに大きくなるものと思われる。また水深が 20 cm の場合には計算値と実験値は比較的一致するが、水深 30 cm の場合には周期 1 秒前後の波高減衰率は実験値が計算値の 2 倍近く大きくなっている。

(2) 波長

図-6 は波長の測定値と計算値を比較したものである。測定値と計算値はよく一致しており、底泥上での波長は水深が h_1 の時の固定床上的の波長より長く、水深が (h_1+h_2) の時の固定床上的の波長より短い。

(3) 底泥波高

図-7 は III の位置での底泥波と水面波の振幅の比を示したものである。図に示した曲線は図-5 に示した粘度に対する計算値で、その上限・下限を示している。実験値は計算値の約 2 倍程度となっているが、これは側壁の影響で底泥波が水路中央付近で集中的に大きくなっているためであると考えられる。

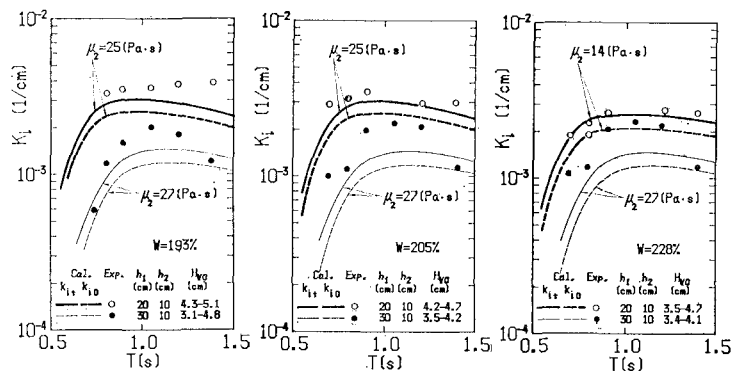


図-5 波高減衰率の計算値と実験値の比較

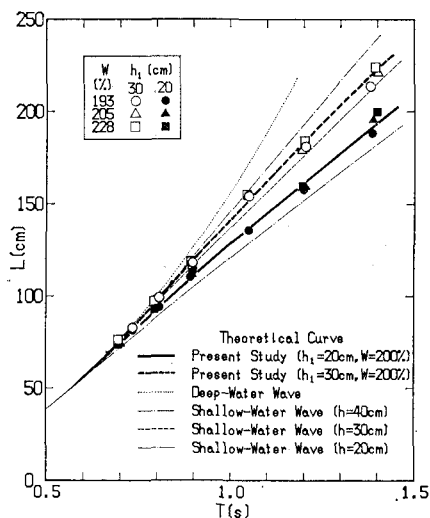


図-6 波長の計算値と実験値の比較

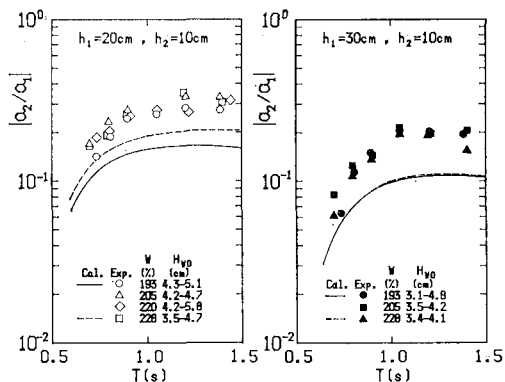


図-7 底泥波と水面波の振幅の比

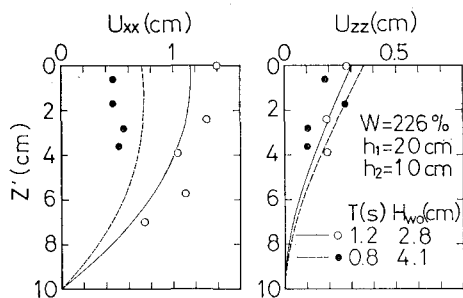


図-8 底泥粒子の運動の全振幅

(4) 底泥粒子の運動

図-8 はⅢの位置 ($x=2.5\text{m}$) でのマーカーの運動から読みとった底泥粒子の水平運動の全振幅 U_{xx} 及び鉛直運動の全振幅 U_{zz} の実験値と式 (24), (25) から計算される値との比較である。実験値は多少ばらついてい

るが、おおむね計算値と一致していることがわかる。なお底泥の粘度は波高減衰率の測定結果を参考にして、ともに $\mu_2=14\text{ Pa}\cdot\text{s}$ を用いている。

最後に、本研究を行うにあたり、前海洋水理部長田中則男博士および港湾技術研究所のシルテーション研究メンバーからは終始温かい御援助と御指導を受けている。ここに記して感謝致します。

6. あとがき

本研究では波と底泥の動的相互作用について、研究の第1段階として底泥をニュートン流体として扱った Dalrymple・Liu の理論を基礎にして波高減衰や質量輸送速度、底泥の運動等について検討した。その結果、波高減衰や波長の変化、底泥波高等の実験結果をかなり説明することができた。しかし、実際の底泥は非ニュートン流体であるために、現時点では底泥の粘度を仮定して用いなければならず、粘度の合理的決定法の検討を早急に行う必要がある。またそれと同時にビンガム降伏値やビンガム粘度等を粘度指標として理論に組み入れた非ニュートン流体を対象とした解析法についても検討する必要がある。

参考文献

- 1) Gade, H. G.: Effects of a nonrigid, impermeable bottom on plane surface waves in shallow water, Jour. of Marine Research, Vol. 16, No. 2, pp. 61~82, 1958.
- 2) Dalrymple, A. R. and P. L. F. Liu: Waves over soft muds: a two-layer fluid model, Jour. of Physical Oceanography, Vol. 8, pp. 1121~1131, 1978.
- 3) Yamamoto, T., S. Takahashi and B. Schuckman: Physical modeling of sea-seabed interactions, Jour. of Engineering Mechanics, Vol. 109, No. 1, ASCE, pp. 54~72, 1983.
- 4) Yamamoto, T. and B. Schuckman: Experiments and theory of wave-soil interactions, Jour. of Engineering Mechanics, Vol. 110, No. 1, ASCE, pp. 95~112, 1984.
- 5) 永井紀彦・山本智夫・L. Figueroa: 波とやわらかい底質粘土との相互干渉に関する実験, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 608~612, 1983.
- 6) 柴山知也・滝川 浩・堀川清司: 波による軟らかい底質粘土の質量輸送, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 258~262, 1985.
- 7) 五明美智男・矢内栄二・小島 洋・大槻 忠・糸列長敬: 進行波存在下における底泥の挙動および波高減衰に関する実験的研究, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 263~267, 1985.
- 8) 大坪国順: 底泥の物性及び流送特性に関する実験的研究, 国立公害研究所報告, No. 42, 1982.
- 9) 富田幸雄: レオロジー-非線形流体の力学一, コロナ社, 444 p., 1975.
- 10) Hunt, J. N.: Viscous damping of waves over an inclined bed in a channel of finite width, La Houille Blanche, Vol. 7, pp. 836~842, 1952.