

領域分割による津波の数値計算法に関する研究

泉 宮 尊 司*・磯 部 雅 彦**

1. 緒 論

地震に伴う津波による被害を予測し、それに対する対策をたてる上で、陸上部への遡上を含む津波の数値計算が不可欠である。津波の遡上過程を精度よく予測するためには、特に海岸線付近あるいは陸上部において数値計算メッシュを数十メートルと極めて細かくする必要がある。このような場合、従来より用いられている方法すなわち、津波の発生域を含む外海領域と遡上領域とを同時に計算する方法では、多大な記憶容量と計算時間が必要となり、場合によって実行不可能となる場合がある。また、対象地域以外の遡上計算を行う場合には、発生域からすべて計算をやり直さなければならない。このような時、外海領域と遡上領域とを分離して計算できれば、数多くの遡上計算が幾度となく行えるので都合がよい。領域分割による津波の数値計算は、すでに岩崎・真野(1976)により行われているが、誤差に関する定量的な議論は行われていない。そこで本研究では、1次元伝播波に対してではあるが、領域分割法による遡上高について理論的に取扱った。また、津波が境界線に対して斜めに入射する場合でかつ反射波が共存する場合の入・反射波分離方法も提案されている。

2. 1次元伝播波の遡上高

2.1 一様傾斜海浜における遡上高

まず、図-1に示すような一様傾斜海浜上の線形長波について取扱う。この場合の基礎方程式は、

$$\partial\eta/\partial t + \partial(hu)/\partial x = 0 \quad (1)$$

$$\partial u/\partial t + g\partial\eta/\partial x = 0 \quad (2)$$

である。ここに、 η は静水面より測った水位、 u は水平流速、 h は水深、 g は重力加速度である。ここで、

$$\eta = \hat{\eta}e^{i\sigma t}, \quad u = \hat{u}e^{i\sigma t} \quad (3)$$

とおき、 $h = sx$ なる関係式とともに式(1)および(2)に代入すると、次式を得る。

$$\hat{\eta}_{xx} + (1/x)\hat{\eta}_x + (\sigma^2/gsx)\hat{\eta} = 0 \quad (4)$$

$$\hat{u} = (ig/\sigma)\hat{\eta}_x \quad (5)$$

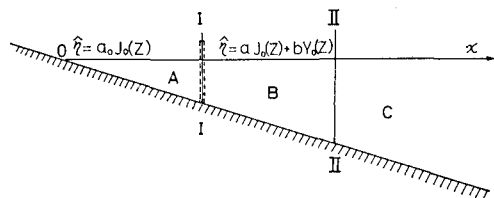


図-1 一様傾斜海浜の領域の分割

ここに、 i は虚数単位、 σ は角周波数 ($=2\pi/T$, T は波の周期) であり、 s は海底勾配、添字 x は微分を表わす。ここで、

$$z = 2\sigma\sqrt{x/gs} \quad (6)$$

とおくと、式(4)は次のように書換えられる。

$$\hat{\eta}_{zz} + (1/z)\hat{\eta}_z + \hat{\eta} = 0 \quad (7)$$

上式の一般解は、0次の Bessel 関数 $J_0(z)$ と 0 次の Neumann 関数 $Y_0(z)$ によって与えられる。

$$\hat{\eta} = aJ_0(z) + bY_0(z) \quad (8)$$

ここに、 a および b は積分定数である。流速振幅 u は、式(8)を式(5)に代入することにより

$$\hat{u} = -i\sqrt{g/sx}[aJ_1(z) + bY_1(z)] \quad (9)$$

となる。ここに、 $J_1(z)$ および $Y_1(z)$ はそれぞれ 1 次の Bessel 関数および 1 次の Neumann 関数である。

次に、図-1に示すように断面 I ($x=r$) の位置において仮想的な鉛直壁が存在するものと考え、この位置において解の接続を行い、A 領域の波動場を求めることにする。この場合、B 領域の断面 I において水平流速は鉛直壁があることにより零であるので、式(9)より $z_r = 2\sigma\sqrt{r/gs}$ として

$$b = -[J_1(z_r)/Y_1(z_r)]a \quad (10)$$

となる。また、断面 I において入射波成分と反射波成分とを分離するために、 $\hat{\eta}$ および $\hat{u}$ を

$$\hat{\eta} = \hat{\eta}_+ + \hat{\eta}_- \quad (11)$$

$$\hat{u} = \sqrt{g/h}(\hat{\eta}_+ - \hat{\eta}_-) \quad (12)$$

と分離し、 $\hat{\eta}_+$ および $\hat{\eta}_-$ について解くと、

$$\hat{\eta}_+ = (\hat{\eta} + \sqrt{g/h}\hat{u})/2 \quad (13)$$

$$\hat{\eta}_- = (\hat{\eta} - \sqrt{g/h}\hat{u})/2 \quad (14)$$

なる関数式を得る。したがって、断面 I における汀線方

* 正会員 工博 横浜国立大学助手 工学部建設学科

** 正会員 工博 横浜国立大学助教授 工学部建設学科

ここに,

$$\eta_I = \eta_I(x \cos \theta_I + y \sin \theta_I - ct) \dots\dots\dots (53)$$

$$\eta_R = \eta_R(x \cos \theta_R + y \sin \theta_R - ct) \dots\dots\dots (54)$$

であり, c は長波の波速, θ_I は入射波成分の波向, θ_R は反射波成分の波向である. η , u および v の全微分は

$$\begin{aligned} d\eta &= \eta_t dt + \eta_x dx + \eta_y dy \\ &= \alpha \eta_I' + \beta \eta_R' \dots\dots\dots (55) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} du &= u_t dt + u_x dx + u_y dy \\ &= \sqrt{g/h} (\alpha \cos \theta_I \eta_I' + \beta \cos \theta_R \eta_R') \dots\dots\dots (56) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dv &= v_t dt + v_x dx + v_y dy \\ &= \sqrt{g/h} (\alpha \sin \theta_I \eta_I' + \beta \sin \theta_R \eta_R') \dots\dots\dots (57) \end{aligned}$$

と表現される. ここに,

$$\alpha = \cos \theta_I dx + \sin \theta_I dy - c dt \dots\dots\dots (58)$$

$$\beta = \cos \theta_R dx + \sin \theta_R dy - c dt \dots\dots\dots (59)$$

であり, ダッシュは微分を示す.

一般に, 特性曲面はその曲面上で η 等の初期値が与えられても, η_t , η_x および η_y の値が一意的に定められない曲面として定義される[たとえば, 岩佐ら(1981)]. 式(55)~(57)について言えば, η_I' および η_R' の値が一意的に定められないことになる. そこで, 式(56)に $\cos \theta_R$ を乗じ, 式(57)に $\sin \theta_R$ を乗じて加えた式と式(55)とをマトリックス表示し,

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \frac{\alpha}{\sqrt{g/h}} \alpha \cos(\theta_I - \theta_R), & \frac{\beta}{\sqrt{g/h}} \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_I' \\ \eta_R' \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} d\eta \\ \cos \theta_R du + \sin \theta_R dv \end{bmatrix} \dots\dots\dots (60) \end{aligned}$$

式(60)の左辺の係数行列式の値を零とおくことにより

$$A = \sqrt{g/h} \alpha \beta [1 - \cos(\theta_I - \theta_R)] = 0 \dots\dots\dots (61)$$

を得る. また, η_I' の不定性より

$$\begin{aligned} A_1 &= \beta \{ \sqrt{g/h} d\eta - \cos \theta_R du - \sin \theta_R dv \} = 0 \\ &\dots\dots\dots (62) \end{aligned}$$

が要求される. 式(61)および(62)を同時に満たす条件は, $\cos(\theta_I - \theta_R) \neq 1$ および β は共通因数であるので,

$$\alpha = \cos \theta_I dx + \sin \theta_I dy - c dt = 0 \dots\dots\dots (63)$$

$$\sqrt{g/h} d\eta - \cos \theta_R du - \sin \theta_R dv = 0 \dots\dots\dots (64)$$

となる. また, 同様に式(56)に $\cos \theta_I$ を乗じ, 式(57)に $\sin \theta_I$ を乗じて加えた式と式(55)とをマトリックス表示し, また, η_R' の不定性より

$$A = \sqrt{g/h} \alpha \beta [\cos(\theta_I - \theta_R) - 1] = 0 \dots\dots\dots (65)$$

$$A_2 = \alpha \{ \cos \theta_I du + \sin \theta_I dv - \sqrt{g/h} d\eta \} \dots\dots\dots (66)$$

を得る. これらを同時に満たす条件式として,

$$\beta = \cos \theta_R dx + \sin \theta_R dy - c dt = 0 \dots\dots\dots (67)$$

$$\sqrt{g/h} d\eta - \cos \theta_I du - \sin \theta_I dv = 0 \dots\dots\dots (68)$$

なる関係が得られる. ここで, $\theta_I = 0$, $\theta_R = \pi$ とおくことにより, 1次元の特性関係式, $dx/dt = \pm c$ 上で

$$\sqrt{g/h} \eta \pm u = \text{const} \dots\dots\dots (69)$$

が得られる. また, 岩佐ら(1981)による線形長波に対する特性曲面 $[\varphi(x, y, t) = 0]$ の方程式

$$\varphi_t^2 - c(\varphi_x^2 + \varphi_y^2) = 0 \dots\dots\dots (70)$$

を式(63)および(67)は満たしている.

ここで, 特性曲線を用いた境界条件の与え方について説明する. 図-5に示すように, 時間軸を縦軸にとり線流量を計算するタイムステップをメッシュのある平面で表示する. いま, 2で表示されている点における線流量を求めよう. 直線 $0-2$ ($dx/dt = c \cos \theta_I$, $dy/dt = c \sin \theta_I$) に沿って式(64)が成立するので

$$\begin{aligned} &\sqrt{g/h} \eta_2 - \cos \theta_R u_2 - \sin \theta_R v_2 \\ &= \sqrt{g/h} \eta_0 - \cos \theta_R u_0 - \sin \theta_R v_0 \dots\dots\dots (71) \end{aligned}$$

なる関数が得られ, また, 直線 $1-2$ ($dx/dt = c \cos \theta_R$, $dy/dt = c \sin \theta_R$) に沿って式(68)が成立するので,

$$\begin{aligned} &\sqrt{g/h} \eta_2 - \cos \theta_I u_2 - \sin \theta_I v_2 \\ &= \sqrt{g/h} \eta_1 - \cos \theta_I u_1 - \sin \theta_I v_1 \dots\dots\dots (72) \end{aligned}$$

が得られる. 式(71)および(72)より η_2 を消去し, v_2 を求め水深をかけてやると線流量 N_2 が計算される.

自由透過の場合には, $\eta_0 = u_0 = v_0 = 0$, $u_2 = \sqrt{g/h} \eta_2 \cos \theta_R$, $v_2 = \sqrt{g/h} \eta_2 \sin \theta_R$ であるので, $N_2 = N_1$ なる関係が得られる. また, 計算領域に反射波が全く存在しない場合には, $N_2 = N_0 = \sqrt{g/h} \eta_0 \sin \theta_I$ となる. 入・反射波が共存している場合には,

$$\begin{aligned} N_2 &= \{ \sqrt{g/h} \eta_0 [1 - \cos(\theta_R - \theta_I)] \\ &\quad - [\sqrt{g/h} \eta_1 - \cos \theta_I M_1 - \sin \theta_I N_1] \\ &\quad - [\cos \theta_I - \cos \theta_R] M_2 \} / [\sin \theta_I - \sin \theta_R] \\ &\dots\dots\dots (73) \end{aligned}$$

となり, $\theta_I = 3\pi/2$, $\theta_R = \pi/2$ とおくことにより1次元の場合の関係式に一致する. 式(73)を見てもわかるように, 右辺に $k+1/2$ ステップにおける線流量 M_2 が含まれており, $\cos \theta_I - \cos \theta_R = 0$ 以外の場合には外挿法によらざるを得なくなる. η_1 , N_1 および M_1 の値は, $k-1/2$ ステップの η , N および M を使って線形内挿により求めることができる. すなわち, 点1の水平座標

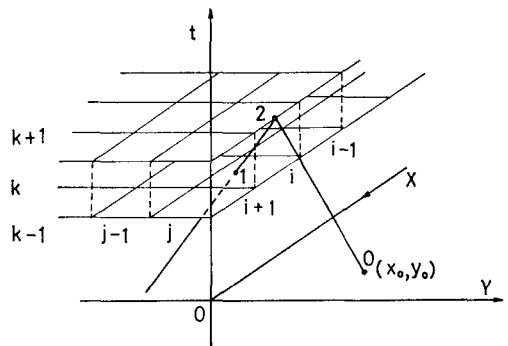


図-5 特性曲線による境界値の設定

を (x_1, y_1) , 点2を (x, y) とすると, 直線 1-2 は反射波の特性線であるので,

$$x - x_1 = c \cos \theta_R \Delta t \dots\dots\dots (74)$$

$$y - y_1 = c \sin \theta_R \Delta t \dots\dots\dots (75)$$

となり, 線流量等の計算地点からの距離に応じて重みを付けて求めてやればよい。

図-6 は, 上記の境界条件を用いて斜め重複波の場合を計算した結果である。計算領域は矩形で, ある1辺に鉛直壁が存在する場合で, Δ 印は計算結果を示し, 実際は定常状態における線形理論解である。この図より, 計算値は3波目よりほぼ定常状態に達し, 理論値とほぼ一致していることがわかる。

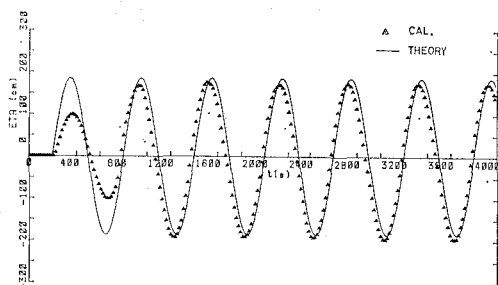


図-6 斜め重複波の場合における計算結果と理論値との比較

3.2 仮想境界における入・反射波の分離法

仮想境界において浅海域の計算を行うには, 外海計算により得られた水位および流速より汀線方向への進行波成分を分離し, この成分を入力波形として用いる。上述の特性関係式を用いると, 1次元伝播に対しては

$$u_2^{(+)} = \{ \sqrt{g/h} \eta_1 + u_1 \} / 2 \dots\dots\dots (76)$$

を, 2次元伝播に対しては,

$$u_2^{(+)} = \{ \sqrt{g/h} \eta_1 - \cos \theta_R u_1 - \sin \theta_R v_1 \\ - [\sin \theta_R - \sin \theta_I] v_2 \} / [\cos \theta_I - \cos \theta_R] \dots\dots\dots (77)$$

を得る。式 (77) において, $\theta_I = 0$, $\theta_R = \pi$ とすると1次元伝播の結果式となる。また, $\cos \theta_I = 1$, $\cos \theta_R = -1$ の条件下では, 1次元伝播の式を用いてもそれほどの誤差はないものと考えられる。

図-7 は, 海底勾配 1/50 の地形上で水深 100 m の所に仮想鉛直壁が存在するものとし, 水深 430 m の所で入・反射波を分離した結果である。約1周期後に反射波が到達していることがわかる。

図-8 は, 領域分割法による水位の計算結果(破線)と同時に計算を行った結果(実線)とを比較したものである。この結果は, 図中のにおけるものである。両者共によく一致していると言えよう。

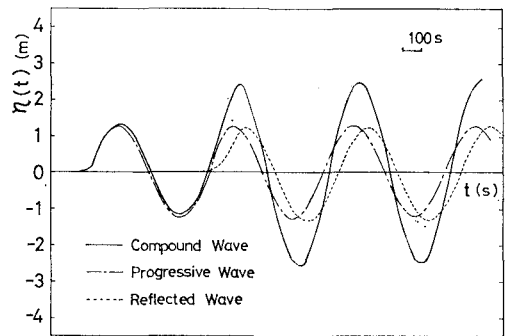


図-7 入・反射波成分の分離

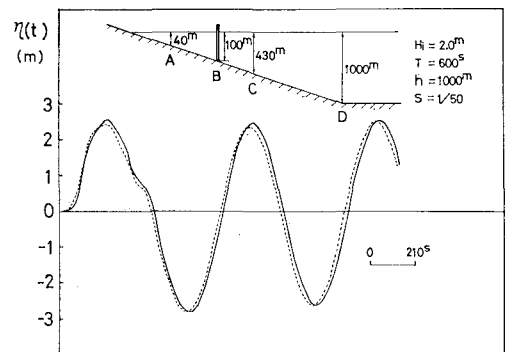


図-8 水面波形の比較

4. 結 言

領域分割法による遡上高について, 1次元ではあるが理論的に取扱い, その誤差について定量的に評価した。また, 数値計算における入・反射波成分分離法を示し, 分割法による結果と同時に計算結果とを比較検討した。なお, 本研究の一部は昭和60年度文部省科学研究費自然災害特別研究(2)によったことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 岩崎敏夫・真野 明: 三陸沖の断層地震による大津波の追算, 第23回海岸工学講演会論文集, pp. 443~447, 1976.
- 2) 梶浦欣二郎: 孤立波の陸上遡上について, 一碎波と底面摩擦効果の検討, 東北大学津波防災実験所研究報告, 第1号, pp. 49~62, 1984.
- 3) Keller, J. B. and H. B. Keller: Water wave runoff on a beach, Res. Rept. No. NONR-3828 (00), Office of Naval Res. Dept. of the Navy, 1964.
- 4) Shuto, N.: Standing waves in front of a sloping dike, Coastal Eng. in Japan, Vol. 15, pp. 13~23, 1972.
- 5) 後藤智明・小川由信: Leap-frog 法を用いた津波の数値計算法, 東北大学工学部土木工学科研究報告, 52 p., 1982.
- 6) 岩差義明・井上和也・吉田英信: 特性曲線法による二次元平面流れの数値解析法に関する2, 3の検討, 京都大学防災研究所年報, 第24号 B-2, pp. 387~396, 1981.