

底面走行式水路を用いたサージフロントの底面摩擦

藤 間 功 司*・首 藤 伸 夫**

1. はじめに

陸上遡上した津波やダム破壊流れが構造物に及ぼす波力等を推定するためには、その先端部における詳細な波形や流速を知る必要がある。そのためには、数値計算において精度の良い底面摩擦を取入れることが不可欠である。しかし、サージフロントに関する研究例は少なく、物理的に根拠のある摩擦係数は未だに決定されていない。現象が急変不定流で実験が困難なためであろう。本研究の目的は、水理実験により、津波やダム破壊流れの数値計算に供し得るサージフロントの抵抗則を見出すことである。

本来サージフロントでは、サージング碎波による乱れが底面まで達する場合があるので、底面摩擦係数にも碎波による影響を取り入れる必要があろう。しかし、サージング碎波の影響を取り込むためには多くの基礎的事実の積み重ねが必要であり、それは今後の研究を待たねばならない。ここではその第一段階として大きな碎波を伴わず、純粋に底面摩擦による運動量欠損が卓越した場合の実験、解析を行う。

本研究では、測定上の難しさを避けるために、底面走行式水路（図-1）を用いて定常状態で実験を行う。もちろん、底面走行式水路で実現する波は実際現象のひとつのモデルであり、実際のサージでは（特に背後からの運動量供給が少ない場合には）、境界層の発達仕方などが本実験のものと異なるかもしれないが、定常状態でのサージフロントの内部機構を明らかにすることは、非定常のサージフロントの理解にも役立つものと思われる。また、擬定常状態の波に対して、本実験結果を用いることは可能であろう。

2. 実 験

実験に用いた底面走行式水路を図-1に示す。底面を一定速度 U_B で移動させることによりサージフロントが空間的に固定され、定常状態での実験が可能である。 U_B は実際現象では、断面平均流速に対応する。

測定項目は、波形、平均流速分布、及びレイノルズ応力分布である。波形はポイントゲージ、流速成分はLDV（1方向、15 mW、前方散乱）により測定した。LDVの出力はサンプリング周波数 100 Hz で AD 変換し、ドロップアウトデータは除去して処理を行った。ただし、

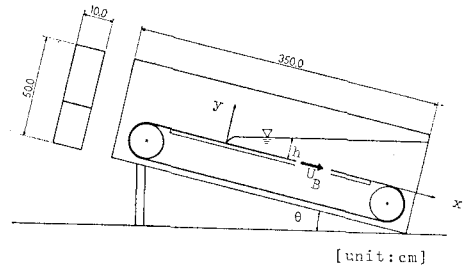


図-1 実験装置

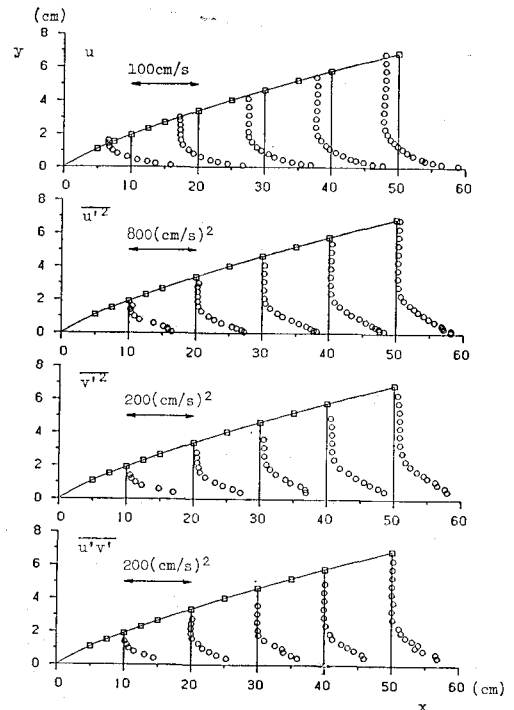


図-2 実験結果 (Case B)

* 学生員 工修 東北大学大学院工学研究科

** 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

実験は U_B を変えて2種類 (Case A: 184 cm/s, Case B: 311 cm/s) 行っている. 水路勾配 $\theta=6.26^\circ$, また底面は滑面である. 測定範囲は先端からの距離 $x=5\sim 50$ cm まで, 測定範囲は x 方向に2.5~10 cm, y 方向に1~5 mm であり, 底面付近では $u, \overline{u^2}$ は $y=1$ mm まで, $\overline{v^2}, \overline{u'v'}$ は $y=4$ mm まで測定した. 測定結果の一部を 図-2 に示す. ただし, x : 波先端を原点として底面に沿って取った座標, y : x 軸に垂直上向きに取った座標, h : 水深, u, v : x, y 方向流速である.

3. 流速分布の相似性に関する検討

図-2 の上段に示したような平均流速分布の測定結果から, 底面付近の流速勾配の大きな領域(境界層)と, 底面から離れたほぼ一様流速と見なせる領域があることが分かる. 一様流速域での流速の絶対値を U_S , 流速が $-U_S$ に達する高さを δ とし, 流速を (U_B+U_S) , y 座標を境界層厚さ δ で基準化して流速分布を示したものが 図-3 (a) である. δ は, 境界層内の流速分布を log 曲線で当てはめ, その曲線が $-U_S$ になる高さとして求めている. これから, $1>y/\delta>0.2$ では流速分布にかなりの相似性があることが分かる. この領域では流速分布は次式で比較的良く近似される.

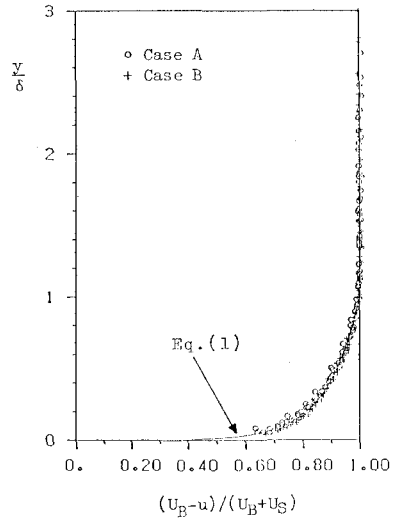
$$\left. \begin{aligned} \frac{U_B-u}{U_B+U_S} &= 1 + 0.268 \log_{10} \frac{y}{\delta}, \\ \text{または,} \\ \frac{U_S+u}{U_B+U_S} &= -0.268 \log_{10} \frac{y}{\delta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで, U_B-u は底面で速度がゼロのなるように座標変換したときの流速, U_S+u は一様流速部からの速度欠損を表している.

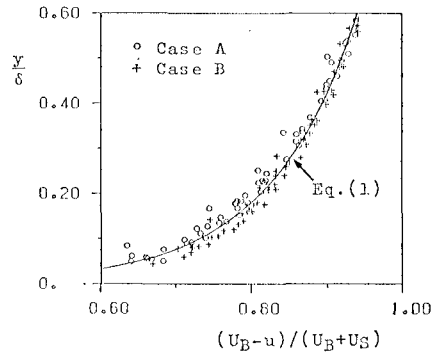
一方, $y/\delta < 0.2$ では Case A と Case B で少し差があり, 式 (1) では若干の誤差が生じる. (拡大図 図-3 (b)) しかし, この領域は薄いので, 連続の式の中で使う範囲では式 (1) をそのまま用いてもそれほど大きな誤差にはならない. ただし, 運動量の式の中で使うときは2乗で効くので, 波先端から離れ, 境界層厚が増すと, 誤差が無視できない場合もある.

4. レイノルズ応力分布の相似性に関する検討

$\overline{u'v'}$ を τ_0/ρ で無次元化して分布を示したものが 図-4 である. τ_0/ρ は先端から離れた所では $\overline{u'v'}$ を境界層内で直線近似して $y=0$ における値として求めた. しかし, この方法では波先端に近いところでは境界層内に少しのデータしか得られないので, 近似誤差が大きくなる可能性がある. そこで, 先端に近いところでは積分した運動量の式 (2) を利用して平均流速と波形の測定値から求めた. ただし, u^2 の積分は数値積分ではなく, 個々



(a) 平均流速分布



(b) 平均流速分布 (拡大図)

図-3

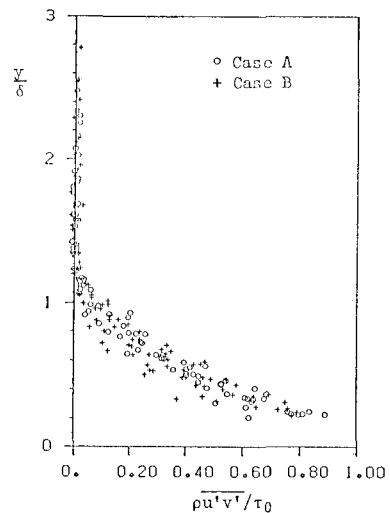
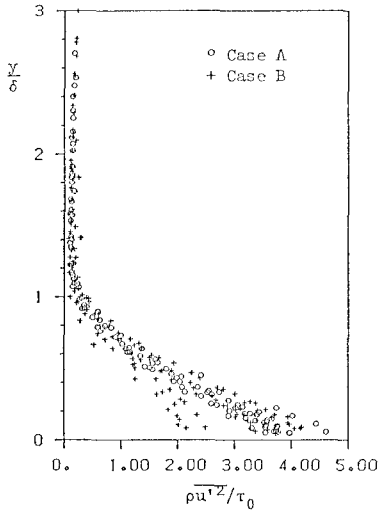
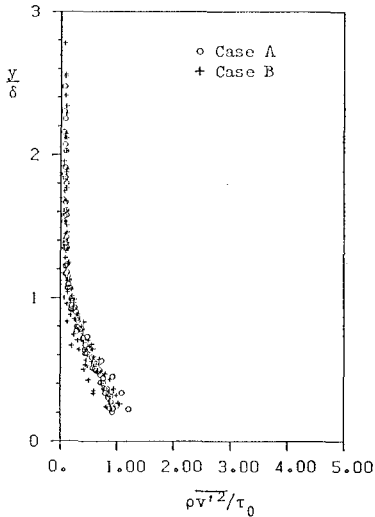


図-4 レイノルズ応力分布

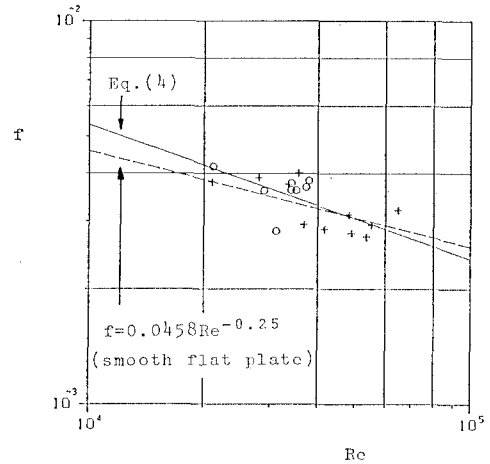
(a) $\overline{u^2}$ 分布(b) $\overline{v^2}$ 分布

図—5

の測線において $\log$ 曲線を当てはめて計算しており, x 方向の微分は数値的な微分をとっている.

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u^2 dy - gh \sin \theta + gh \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} \dots (2)$$

上述の通り, この方法では境界層厚が大きくなると誤差が大きくなるが, どちらの方法を採用するか境界の付近では両者の値がほぼ同じであることを確かめた. また, 式 (2) では x 方向のレイノルズ応力や分散項を無視しているが, 本実験の測定範囲ではそれらはほとんど問題にならない. 実際, $\int \overline{u^2} dy$ は $\int u^2 dy$ の 10% 以下, また, y 方向の運動量の式の中で, 移流項は重力項の 2% 以下である.



図—6 摩擦係数

図—4 から, 測定誤差や τ_0/ρ の計算誤差のためにばらつきはあるもののレイノルズ応力分布にもある程度の相似性があることが分かる. なお, レイノルズ応力は全体的には底面に向かってほぼ直線的に増加しているが, $y/\delta=1$ 付近でもゼロにはならない.

同様に, $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$ についてプロットしたものが 図—5 (a), (b) である. $\overline{u^2}$ と同様に, $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$ も y が δ より高いところから増加し始めている. また, $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{u'v'}$ などの量は平板境界層での測定例¹⁾と同じオーダーであり, 底面に向かって増加する傾向も同じである.

5. 摩擦係数の評価

以上の議論のように, (U_B+U_S) と δ による無次元化によって現象が相似になるならば, τ_0/ρ は x , h , U_B の特殊な状況に依らず, (U_B+U_S) と δ のみによって決まることが期待される. そこで, 摩擦係数 f を

$$\frac{f}{2} = \frac{\tau_0}{\rho(U_B+U_S)^2} \dots (3)$$

と定義してレイノルズ数 $Re=(U_B+U_S)\delta/\nu$ による変化を調べたものが 図—6 である. 図—6 に示した実験結果から, f の経験式として, 次式 (4) を得る.

$$f=0.136Re^{-0.35} \dots (4)$$

これは事実上, 乱流平板境界層のものとほとんど同じである. (図中点線が平板境界層理論を表している.) 結局, 今回の測定範囲内では底面走行式水路で造られるサージフロントの境界層の乱れ構造は平板境界層のものと非常に類似していると言えよう.

6. 渦動粘性係数, 混合距離, 及び速度欠損則

サージフロントの境界層の構造をさらに良く調べるため, また乱流の数値計算に用いる資料とするために, $\overline{u'v'}$ と平均流速の測定値から渦動粘性係数と混合距離を

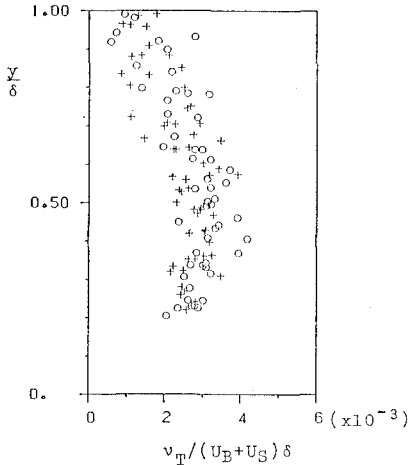


図-7 渦動粘性係数

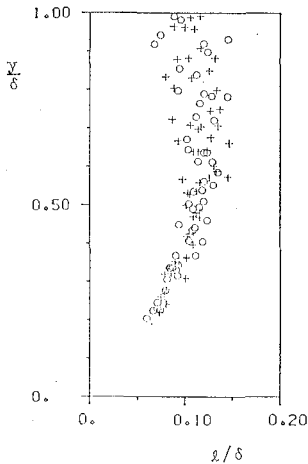


図-8 混合距離

求めた結果を図-7, 図-8に示す。ただし, 渦動粘性係数 ν_T , 混合距離 l は,

$$\nu_T = -\overline{u'v'} / (\partial u / \partial y),$$

$$l^2 = -\overline{u'v'} / ((\partial u / \partial y) |\partial u / \partial y|)$$

とし, $\partial u / \partial y$ は数値微分ではなく個々の測線での測定値を log 曲線に当てはめて計算した。

これから, 混合距離は $y/\delta < 0.4$ ではほぼ y に比例し, $l = 0.28y$ 程度であることが分かる。 $y/\delta < 0.4$ ではばらつきが大きい, l はほぼ一定と与えられるようである。渦動粘性係数は, $y/\delta < 0.4$ では y とともに増加し, $y/\delta > 0.4$ では逆に減少する傾向が見られる。しかし, 渦動粘性係数のデータは測線によるばらつきが大きく, 詳細な分布形は議論できない。

次に, すでに底面剪断力が求まっているので, 摩擦速度 $u_* (\sqrt{\tau_0/\rho})$ を基準にして流速分布を調べる。結果を図-9に示す。ただし, u_* には測定値そのものではない

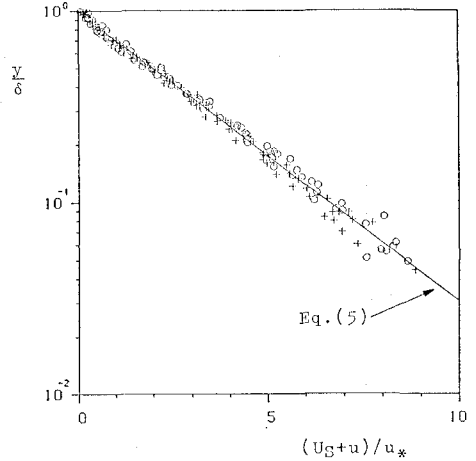


図-9 速度欠損則

く, U_S, δ の測定値から式 (3), (4) により計算される値を用いている。測定範囲のほぼ全域において,

$$\frac{U_S + u}{u_*} = -6.60 \log_{10} \frac{y}{\delta} \dots \dots \dots (5)$$

の速度欠損則が精度良く成り立つ。 $y/\delta < 0.1$ でのばらつきは実験上の y の設定そのものの誤差によるものだろう。すでに指摘したような平板境界層との類似から, 底面近くでは別の形の速度欠損則がなりたっているかもしれないが, 本実験からはそれは明らかにはならなかった。いずれにせよ, U_B による差は見られず, 式 (5) は式 (1) よりも良い近似になっていると言える。

7. 数値計算への取り入れ方

ここでは, 長波の数値計算における, τ_0/ρ の評価方法について考察する。

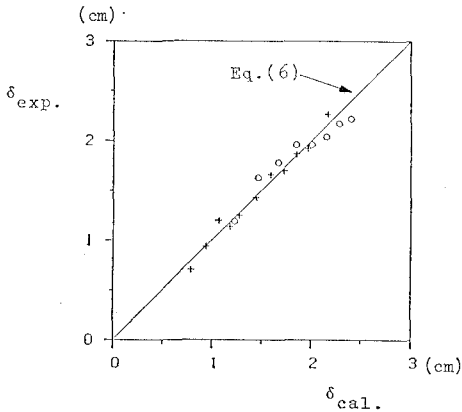
境界層内の流速分布や乱れの構造は本実験結果と類似していると仮定する。(なお, 流速分布の式としては式 (5) の方が式 (1) より優れているが, 式 (5) を用いると u_* を含んでしまうので, 簡単のため式 (1) を用いることにする。) 乱れの構造が本実験のものと類似していると見なせば, 式 (4) はそのまま使うことができるだろう。数値計算においては, α, h, U_B (断面平均速度) が各時間ステップにおいて計算されるので, それらの情報から U_S, δ を規定できれば, 式 (3), (4) を通じてその時刻における τ_0 の分布が評価できる。ところで, 平均流速分布, レイノルズ応力分布はほぼ相似と見なせるので,

$$u \sim (U_B + U_S) f_1(y/\delta),$$

$$\overline{u'v'} \sim \tau_0/\rho \cdot f_2(y/\delta)$$

$$\sim f((U_B + U_S)\delta/\nu)/2 \cdot (U_B + U_S)^2 f_2(y/\delta)$$

$$\sim ((U_B + U_S)\delta/\nu)^k (U_B + U_S)^2 f_2(y/\delta)$$



図—10 境界層の発達

と表すと、運動の式の各項は移流項を1として

$$\text{圧力項} \sim \frac{gh}{(U_B + U_S)^2},$$

$$\text{剪断力項} \sim \left(\frac{(U_B + U_S)x}{\nu} \right)^k \left(\frac{\delta}{x} \right)^{k-1}$$

のオーダーと言える。従って、 δ の発達は

$$\delta/x \sim f_3((U_B + U_S)x/\nu, (U_B + U_S)^2/gh)$$

と記述できるだろう。ベキ乗の形を仮定して最適な係数を選べば、式(6)を得る。

$$\delta/x = 32.5((U_B + U_S)x/\nu)^{-0.49}((U_B + U_S)^2/gh)^{0.10} \dots\dots\dots (6)$$

これを実験値と比較すると 図—10 となり、良い評価となっていることが分かる。さらに、連続の式と式(1)により式(7)を得る。

$$Ush = 0.268(U_B + U_S)\delta/\ln 10 \dots\dots\dots (7)$$

これらは、定常状態でのサージフロントにおける実験式であり、実際の非定常の波でも同じように δ が発達するとは限らないが、同じように発達すると仮定すれば、式(6)、(7)から U_S 、 δ とが求まる。実際に式(6)、(7)から U_S 、 δ を求めるには、両式の δ を等値して得られる式(8)を用いての簡単な繰返し計算を要する。

$$\left[1 - \frac{\alpha c}{\nu^\beta g^\gamma \ln 10} \frac{x^{1+\beta}}{h^{1+\gamma}} (U_B + U_S)^{\beta+2\gamma} \right] (U_B + U_S) = U_B, \dots\dots\dots (8)$$

$$c = 0.268, \alpha = 32.5, \beta = -0.497, \gamma = 0.0997$$

式(8)から得られた U_S を式(6)又は式(7)に代入すれば δ が得られる。

従って、数値計算は以下の手順の繰返しとなる。

- (i) ある時間ステップにおいて、 $h(x)$ 、 $U_B(x)$ が計算されている。
- (ii) 式(8)により $U_S(x)$ が求まる。
- (iii) 式(6)または式(7)により $\delta(x)$ が求まる。
- (iv) 式(3)、(4)により $\tau_0(x)/\rho$ が評価される。
- (v) τ_0/ρ を含んだ運動の式と連続の式を連立して解くことにより、次の時間ステップの $h(x)$ 、 $U_B(x)$ が計算される。

8. 結 論

底面走行式水路において定常状態での滑面上のサージフロントを実験的に調べ、抵抗則や、数値計算での利用方法について考察した。その結果、以下のことが明らかになった。

1) サージフロントの境界層では、平均流速分布、レイノルズ応力分布の相似性が認められる。ただし、 $y/\delta < 0.2$ では式(1)の速度欠損則からはややはずれる。それに対し、式(5)の速度欠損則は本実験の測定範囲の全域で成立する。

2) 今回の測定範囲内ではサージフロントの境界層の乱れ構造は平板境界層のものと類似しており、摩擦係数もほぼ同じである。

3) 底面摩擦は、式(3)、(4)に従う。

4) 数値計算においては、 x 、 h 、 U_S から式(6)、(7)により δ 、 U_S を求めることにより式(3)、(4)で底面剪断力を評価できる。

5) サージフロント境界層では、 $y/\delta < 0.4$ で混合距離 $l = 0.28y$ 、 $y/\delta > 0.4$ で $l = \text{const.}$ とおける。渦動粘性係数は底面から $y/\delta = 0.4$ までは増加し、 $y/\delta > 0.4$ では逆に減少する。ただし、 $y/\delta = 1$ 付近でもレイノルズ応力はゼロにはならず、厳密にはこの付近では渦動粘性モデルは成立しない。

今後、実用のためには U_B や水路勾配 θ の広い範囲での実験が必要である。特に、粗面や非定常性の効果についての議論が必要であろう。

参 考 文 献

- 1) 例えば、異友正編：乱流現象の科学，pp. 389～420，1985。