

ソリトン波列の碎波後の波速に関する研究

南 将人*・眞野 明**

1. はじめに

斜面上で碎波するような周期波が入射した場合には、戻り流れによって、2波目以後の週上高が小さくなることが知られている。一方、ソリトン波列が適当な間隔で入射した場合には、第1波の週上途中で第2波が追いつくため、その週上高は孤立波1個が入射した場合よりも高くなることが永富¹⁾により指摘されている。この週上高は、第2波が追いつく位置により変化するもので、この位置を予測する準備段階として、ソリトン波列の碎波以後の波速がどのようになるかを実験及び段波モデルにより解析したものである。

福井ら²⁾は水平床上を伝播する段波を運動量方程式を用いて解析し、外力項として乱流境界層論による底面摩擦力を導入し段波波速を検討している。堀川ら³⁾は周期波が斜面上で碎波した後の波速を測定し、段波理論が実験値をよく説明するとしている。一方佐伯ら⁴⁾は孤立波が斜面上で碎波した後の波速を段波理論と比較し、よく合うとしているが、周期波の実験では⁵⁾、段波理論からはずれた結果となっている。これらの段波理論は理想段波を考えておりその適用には注意を要する。本研究は、最初に段波面を囲む検査面をとり、運動量方程式を適用して、斜面反力の影響や、流速分布から決る運動量補正係数、底面摩擦力などの影響を全てとり入れ、各々がどのような重みをもつかを実験より明らかにしようとするものである。さらに第1波の波速変化を、Kellerらの特性曲線法に摩擦力や段波不連続部の長さの効果を取り入れて初期値問題を解き、摩擦係数を検討する。

2. 実験装置および実験方法

実験に使用した水路の概要を図-1に示す。全長100m、幅1m、低水路高1m、高水路高0.5mの鉄筋コンクリート製の二次元水路を用いた。水路端から20.5mは低水路部で、45°の斜面が0.5mあり高水路部へと続いている。高水路部において17.4mの一様水深部を設け、その後に勾配 $\tan \theta = 1/75$ の斜面を設置した。斜面

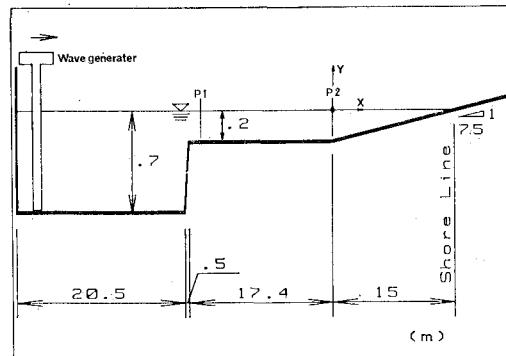


図-1 実験装置と座標

は木製で表面はビニコートで仕上げてある。造波は低水路部において、造波板を水平方向に1回限り移動させることにより行なった。このようにして作られた一山の波は、45°の斜面で前傾化が促され、高水路部の水平床上で2波のソリトン波列に分裂したのち斜面に入射するようになっている。水深は、低水路部で0.7m、高水路部で0.2mである。初期波高水深比は斜面法先で第1波で0.56、第2波で0.27であり、斜面上での碎波型式はSpilling型であった。座標は、斜面法先を基準にX軸をとり岸向きを正とした。Y軸は静水面上を0とし鉛直上向きを正とした。

水理量の測定には、容量式波高計、抵抗線式波高計さらに超小型 φ3mm プロペラ流速計を用いた。沖波測定用の測点として、P1、P2を設け波高計を常置した。斜面上における測定は、第2波の碎波位置以後、波高計と流速計を移動させて行なった。この時、波高計をX方向に25cm離して2本設置し、流速計は、波高計のX座標が同じ位置になるように設置した。測定は、水平方向に0.5cm、鉛直方向に1cm間隔で行なった。測定結果は、20HzでA/D変換し諸量の計算に用いた。

3. 波形の変形特性

(1) 波の伝播

本実験で扱った波の変形過程について述べる。図-2には、第1波先端と第2波波頂の軌跡を示す。碎波位置は第1波で $X=5.3\text{m}$ (B.P. 1)、第2波で 10.2m (B.P.

* 学生員 東北大学大学院 工学研究科

** 正会員 工博 東北大学講師 工学部土木工学科

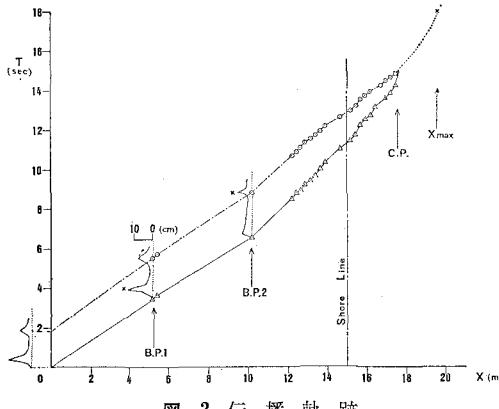


図-2 伝播軌跡

2) であった。追い付き位置は $X=17.6\text{ m}$ (C.P.) で、汀線を越えた位置である。週上高は 6.1 cm ($X=19.6\text{ m}$) であった。

(2) 波形変化

図-3 に水位の経時変化を示す。第1波の立ち上がり点が一致するように描いてある。第1波の碎波点の波高水深比は 1.06 で、Street⁶⁾ らの実験式の値 1.08 にはほぼ等しい。また、第1波は碎波後 $X=10.2\text{ m}$ 程度で段波状に変形していることがわかる。さらに、この位置では第2波前面の波谷の水位上昇により段波に変形した第1波の上を進んでいることがわかる。第2波の碎波波高水深比は 1.25、第1波による水位上昇を入れて計算すると 0.85 と近い値になる。

波速の実験値は、25 cm 離した 2 本の波高計の水位の経時変化より次のようにして求めた。第1波は立ち上り時間の差で、第2波は波頂の通過時刻の差で波高計の間隔 25 cm を割って波速を求めた。

(3) 流速分布

図-4 に $X=15.2\text{ m}$ での流速の測定結果を示す。Bottom は底面、+1 は底面から 1 cm 上での流速の経時変化を表わしている。段波の不連続部の長さを決める場合、水位の経時変化のみではピークの時間が明確でないので、流速の経時変化でピークの生じている時間を読みとり、実験で求められた波速を乗じて、段波の長さとした。ただし、この時プロペラが水面以上にある場合

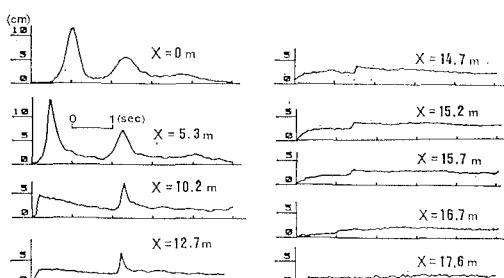
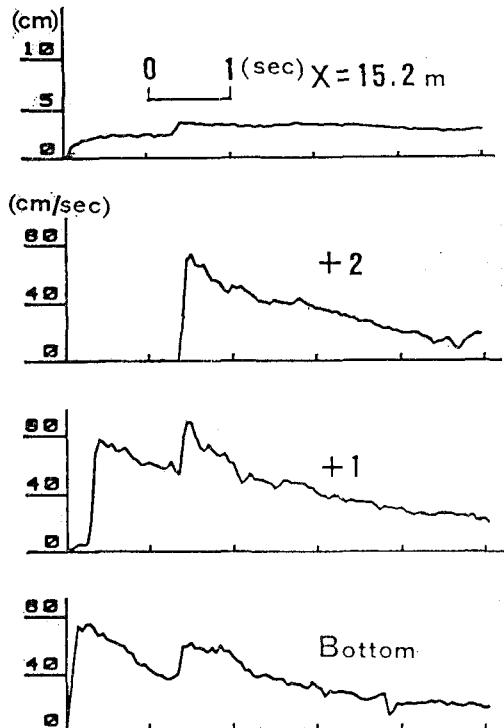


図-3 水位の経時変化

図-4 流速の経時変化 ($X=15.2\text{ m}$)

は、プロペラ応答に遅れがあるため、データとしては静水面以下の測定結果を採用した。

4. 運動量方程式による波速の評価

碎波以後の波速を推定するために、図-5 のように斜面上に検査面を仮定し、 x 方向の運動量方程式を適用する。

$$\frac{dM(t)}{dt} + \int_{-h_2}^{h_1} \rho u_i^2 dy - \int_{-h_1}^{h_2} \rho u_i^2 dy = \Sigma F_x \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで、

$$M(t) = \int_{x_2}^{x_1} \int_{-h(x)}^{\eta(x,t)} \rho u dy dx \quad \dots \dots \dots (2)$$

とおく。式 (1) の第1項を差分近似して

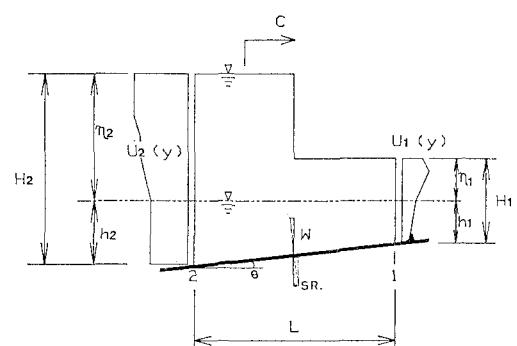


図-5 段波モデル

$$\frac{dM(t_0)}{dt} = \rho C \left\{ \int_{-h_2}^{\eta(x_2)} u(x_2, y, t_0 + dt) dy - \int_{-h_1}^{\eta(x_1)} u(x_1, y, t_0 - dt) dy \right\} \dots \dots (3)$$

ここで、段波は波形を変えずに波速 C で伝播するものと仮定している。

外力 F_x として、静水圧、底面摩擦 (F_{re})、斜面反力 (SR) の 3つを考える。

F_{re} は、底面セン断力 $\tau_0 = \rho f \bar{u}^2$ を仮定し、

$$F_{re} = \frac{fL}{2} \frac{(\bar{u}_1^2 + \bar{u}_2^2)}{\cos \theta} \dots \dots \dots \dots (4)$$

と表わした。 SR は、

$$SR = W \times \tan \theta \dots \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 W は検査面内の水の自重を密度 ρ で割った量である。

以上より波速 C は、

$$C = \frac{\int_{-h_2}^{\eta_2} u(x_2, y)^2 dy - \int_{-h_1}^{\eta_1} u(x_1, y)^2 dy + \frac{g}{2} (H_2^2 - H_1^2) - F_{re} - SR}{\int_{-h_2}^{\eta_2} u(x_2, y) dy - \int_{-h_1}^{\eta_1} u(x_1, y) dy} \quad \text{--- (6)}$$

となる。

図-6 に、上式との実験値との比較を示す。 C_{exp} は実験による値で、 C_{cal} は式 (6) によって計算したものである。図中、丸印は①項に流速分布を考えたもので、●印が第1波、○印が第2波に対する波速である。+印は①項に平均流速を使ったものである。この時 f は 0.01、 L は 25cm とした。相対誤差 10% 以内に納まっている。

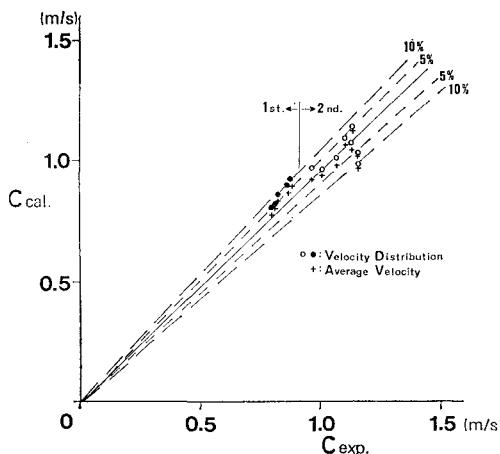


図-6 式 (6) と実験値の比較

図-7 に、式 (6) の分子の各項の寄与率を示す。図中の数字が式 (6) の各項の数字に対応している。寄与率は、各項の絶対値を総和したものでそれぞれの項を割り百分率で表わした。これより、

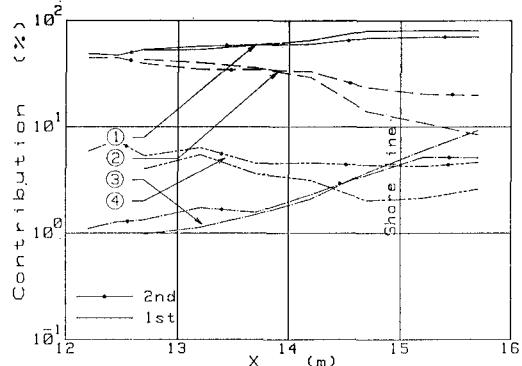


図-7 寄与率

1) 運動量流束は 50~80% と最も大きい。流速分布が波速に与える影響を調べるために、次式で定義される運動量補正係数 β を計算した。

$$\beta = \int_{-h}^{\eta} u^2 dy / \bar{u}^2 (\eta + h) \dots \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 \bar{u} は断面平均流速である。図-8 は、 $X=15.2$ m での β の経時変化である。 $t=12.9$ sec は、第2波波頂の時刻である。 β は 0.03 程度変化するだけであり、平均流速を用いても波速に与える影響は小さい。

2) 反力項は、第1波の場合 2~5% に対し、第2波は 4~7% となった。これは、第1波の水位上昇によるものと考えられる。

3) 汽側では、摩擦と反力項は他の 2 つに比べ 1 オーダー小さく、波速は理想段波で計算される。しかし、汀

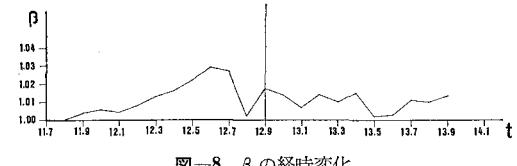


図-8 β の経時変化

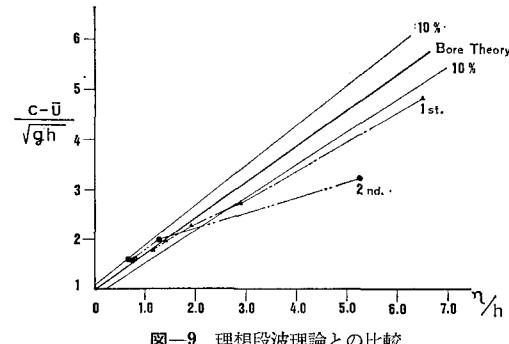
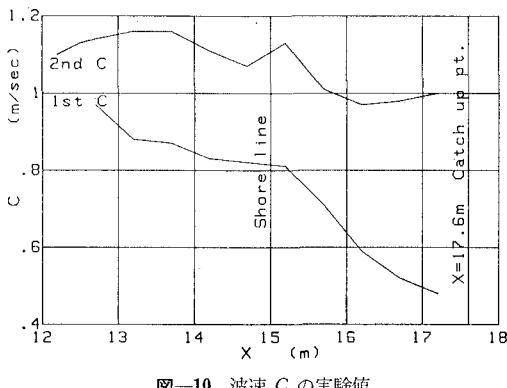


図-9 理想段波理論との比較

線に近づくに従って、静水圧項が小さくなり、摩擦項が大きくなると理想段波では誤差は大きくなる。図-9には理想段波式と実験値との比較を示す⁴⁾。第1波の場合前面の平均流速 \bar{u} はゼロとした。第2波の \bar{u} は検査面をとった時の前面平均流速を用いた。この結果より、汀線に近づく ($h \rightarrow 0$) に従って、外力項として静水圧以外に摩擦項が必要となってくる。

図-10には、実験で求めた波速を示す。汀線以後、第1波は大きく減速しながら進行するのに対し、第2波はほとんど減速せず進行している。第1波と第2波の波速差は 0.2~0.5 m/s で、この波速差により追い付いた。波速差と第2波前面の平均流速の比は、0.6~0.75 で、第1波後面の流速場は、第2波波速に大きく影響していると考えられる。

図-10 波速 C の実験値

5. 特性曲線法を用いた解法

式(6)による予測では、各検査面での波高、流速が必要であるがここでは、境界条件を与えてその後の変形を予測するために、特性曲線法による解法を行なう。計算範囲は、 $X=12.7\sim14.7$ m で、第1波を対象とする。

理想段波の斜面上での変形を理論的に解く方法として Keller ら⁷⁾の方法がある。彼らは、連続式と浅水長波の運動量方程式を特性曲線法で解き、理想段波条件式を加えて微分方程式を導き、解いた。本研究では、運動量方程式と段波式に摩擦項を加え、同様の解析を行なった。解析に用いた記号を 図-11 に示す。

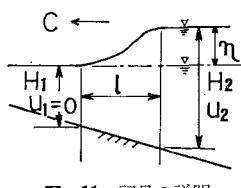
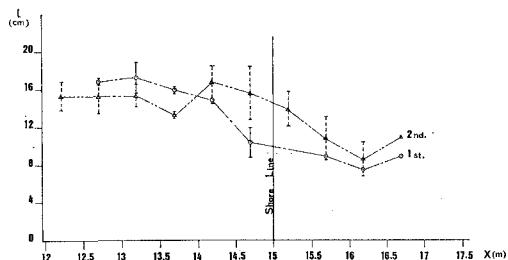


図-11 記号の説明

また、段波条件式で l を段波部の長さとした 図-12 に l の変化を示す。汀線以後、第1波は希薄波になるが

底面摩擦により先頭が放物線状になる⁸⁾。第2波は、汀線以後、第1波の存在により底面摩擦が少ないので、 $X=12.7\sim14.7$ m まで第1波の l は減少する傾向があるが、平均値 $l=15$ cm を用いた。

この解析では、碎波部分を有限な長さ l をもつ段波に近似しており、碎波によって逸散されるエネルギーは段波によって失われるエネルギーで表わされるものと仮定している。

図-12 段波の不連続部長さ l の変化

基礎式として、連続式と長波方程式を考える。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial((h+\eta)u)}{\partial x} = 0 \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = - \frac{fu^2}{h+n} \quad \dots \dots \dots (9)$$

段波条件式は

$$C = \sqrt{\frac{g(H_2+H_1)}{2}} \frac{H_2^2}{H_1 H_2 + f l (H_2 - H_1)} \quad \dots \dots \dots (10)$$

$$C = H_2 U_2 / (H_2 - H_1) \quad \dots \dots \dots (11)$$

Keller らの方法と同様に

$$M = C / \sqrt{gh_2} \quad \dots \dots \dots (12)$$

とおき、 dM/dh_1 を求めると

$$\frac{dM}{dh_1} = \frac{D_8 - D_4 D_0 D_2 - D_6}{D_4(D_5 + D_1 D_2)} \quad \dots \dots \dots (13)$$

ここで、

$$D_0 = \frac{fLM^2}{2ah_1^2\sqrt{\alpha^2-\beta}} \{2 - \sqrt{\alpha^2 - \beta} - \alpha\}$$

$$D_1 = \frac{M}{\alpha\sqrt{\alpha^2-\beta}} \left\{ \left(1 + \frac{fl}{h_1}\right) (\sqrt{\alpha^2 - \beta} + \alpha) - \frac{2fl}{h_1} \right\}$$

$$D_2 = 2 + M + M/a^2$$

$$D_3 = \frac{gh_1 f(a^2-1)^2 M^2 + gsh_1 a^4}{\{a^2 + (a^2-1)M\} sh_1 a^3}$$

$$D_4 = gh_1$$

$$D_5 = (a^2-1)/a$$

$$D_6 = g \left(\frac{a^2-1}{2a} M + a \right)$$

$$\alpha = 2M^2 \left(1 + \frac{fl}{h_1} \right) - 1$$

$$\beta = 8flM^2/h_1$$

$$a = \sqrt{\frac{\sqrt{\alpha^2 - \beta} + \alpha}{2}}, \quad s = \frac{1}{75}$$

初期値には、 $X=12.7\text{ m}$ での測定値を用い、微分方程式(5-6)をRunge-Kutta-Gill法で解いた。

図-13には、波速の結果を示す。 $f=0$ (Kellerらの解)の場合は、摩擦の影響が無視できない汀線近付で大きくなった。 f は0.01~0.02が適当と考えられる。図-14には η を図-15には U_2 の結果を示す。 $f=0.01$ 程度が、最も良く実験値を説明する。

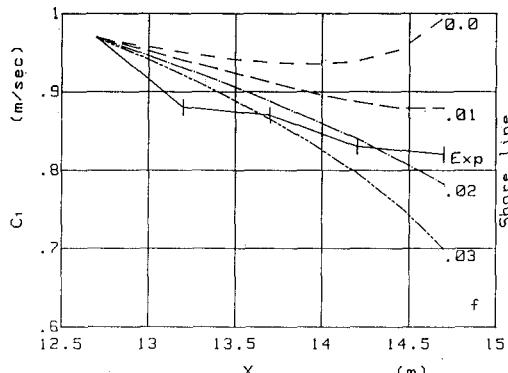


図-13 波速 C の計算結果

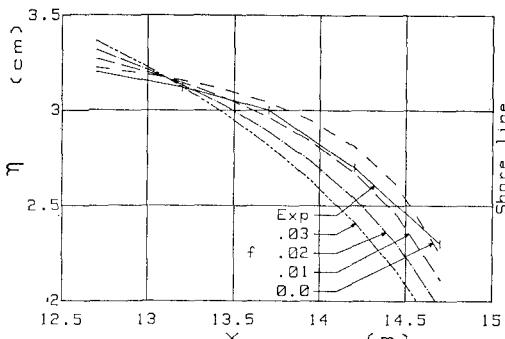


図-14 波高 η の計算結果

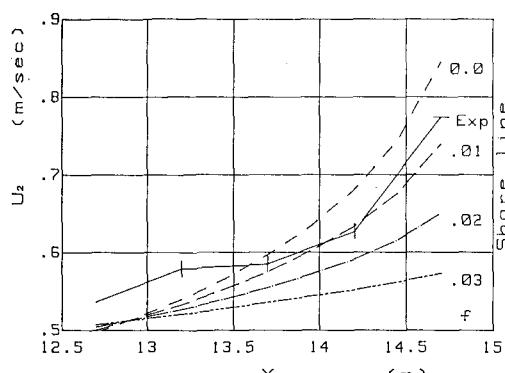


図-15 平均流速 U_2 の計算結果

以上、碎波後の波形を段波と考えて、碎波後の波速について検討し、次のような結果を得た。

- 1) 碎波後の波速は、式(6)で予測出来、運動量補正係数は1としても誤差は小さい。沖では、運動量流束と静水圧の項が支配的であるが、汀線付近では摩擦項が無視できなくなる。
- 2) 第2波の波速は、第1波の作る流速場と水位上昇により速くなる。流速場による波速の増加は60~75%である。
- 3) 摩擦を加えた波速式(10)を用い、特性曲線法による解析では、 $f=0.01\sim0.02$ が適当であり、波速、波高および平均流速の変化を予測できる。

4) 波高水深比が2.0より大きい領域では、波速は理想段波式より小さくなる。

終りに、本研究は昭和60年度文部省科学研究費補助金自然災害特別研究(研究代表者 東北大学首藤伸夫教授)より研究費の補助を受けた。ここに記して厚く謝意を表する。

参考文献

- 1) 永富政司・後藤智明・真野明: ソリトン波列の碎波変形に関する実験、第32回海岸工学講演会論文集、pp. 41~45、1985.
- 2) 福井芳朗・白石英彦・中村充・佐々木泰雄: 津波の研究(1)、第9回海岸工学講演会論文集、pp. 44~49、1962.
- 3) Horikawa, K. and Kuo, C.: A study on wave transformation inside surf zone, Proc. 10th Conf. Coastal Eng., pp. 217~233, 1966.
- 4) 佐伯浩・佐藤滋男・尾崎晃: 孤立波の変形に関する研究(3)、第19回海岸工学講演会論文集、pp. 173~176、1972.
- 5) 佐伯浩・佐々木幹夫: 碎波後の波の変形に関する研究(1)、第20回海岸工学講演会論文集、pp. 559~564、1973.
- 6) Camfield, F. E. and R. L. Street: Shoaling of solitary waves on small slope, Proc. ASCE, Vol. 95, WW1, pp. 1~22, 1969.
- 7) Keller, H. B., Levine, D. A. and Whitham, G. M.: Motion of a bore over a sloping beach, Journ. of Fluid Mech. pp. 302~317, 1959.
- 8) Freeman, J. C. and B. L. Me'haute: Wave Breakers on a Beach and Surges on a Dry Bed, Proc. ASCE, Vol. 90, HY2, pp. 187~216, 1964.