

断面一次元数値解析手法によるソリトン分裂の発生条件の検討

久保田博*・大橋良弘**・高本全徳**

1. ま え が き

津波の数値解析に関する研究が、これまでに数多く実施され、現在では、断層モデルによる波源を初期条件とし、浅水理論に基づく長波式を用いた平面二次元の数値計算を実施することにより、波源域から沿岸域までの津波挙動がある程度の精度で再現可能となっている。

ところが、1983年日本海中部地震の際に津波による被害が大きかった秋田県能代市や峰浜村では、風波程度の短周期波を伴った段波津波が観測され、ソリトン分裂が発生したものと考えられている。ソリトン分裂といった非線形な津波挙動を再現するためには、非線形分散波理論の方程式を用いる必要があると考えられる。しかし、それを支配方程式とする平面二次元数値解析手法の実用化には時間がかかるものと思われる。

ところで、ソリトン分裂はある特定の条件下で発生する現象と考えられる。従って、対象とする津波あるいは地点によっては、従来の浅水理論に基づく手法で十分な場合が多いと考えられる。そこで、本研究ではソリトン分裂の発生条件の整理を試みることにし、そのために非線形分散波理論の方程式に基づく断面一次元の数値解析手法を用い、ソリトン分裂と関係すると思われる要因に着目したパラメータスタディを実施する。

2. 断面一次元数値解析手法

非線形分散波理論の方程式には Boussinesq 式¹⁾、KdV 式²⁾、Peregrine 式³⁾、後藤の大アーセル数非線形分散波の方程式⁴⁾などがある。このうち前3者は波高水深比および相対水深が小さくアーセル数が1のオーダの波を対象としているのに対し、大アーセル数非線形分散波の方程式は波高水深比が1のオーダで相対水深が小さくアーセル数が大きい波を対象としている。また、Peregrine 式と大アーセル数非線形分散波の方程式は水深変化を考慮している。

長尾ら⁵⁾は Peregrine 式および大アーセル数非線形分散波の方程式を用いて断面一次元の数値計算を行い、水

理実験との比較から次の諸点を指摘している。Peregrine 式では波高水深比が小さいと精度良く計算できるが、波高水深比が大きくなると波高を過大評価し、波の分裂も早めに起きる。大アーセル数非線形分散波の方程式では波高水深比が大きくても精度良く計算できる。計算時間は Peregrine 式による場合に比べ大アーセル数非線形分散波の方程式による場合は10倍程度である。

ソリトン分裂の発生条件を調べる上では、水深変化を考慮している Peregrine 式あるいは大アーセル数非線形分散波の方程式を採用することが考えられる。本研究では、波高水深比が大きい場合には精度が劣ると思われるが、計算時間が短かくてすみ Peregrine 式を用いた。

Peregrine 式を以下に示す。式(1)は連続方程式である。式(2)は運動量方程式であり右辺が分散項である。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial [(h + \eta)u]}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ = \frac{1}{2} h \frac{\partial^3 (hu)}{\partial x^2 \partial t} - \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} \\ = \frac{1}{3} h^2 \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + h \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{1}{2} h \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \\ \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここに、 η は静水面から鉛直上方にとった水位変動量、 h は鉛直下方にとった水深、 u は断面平均流速、 g は重力加速度である。

数値計算は Peregrine^{3),6)} に示されている方法によることとし、時間ステップ(s)に前進差分、空間ステップ(r)に中心差分を用い、 u および η を格子点上に配置する。そして図-1に示す計算手順により各時間ステップの計算を行う。

3. 本解析手法の適用性の検討

鶴谷ら⁷⁾は、かなり緩やかな斜面上の海岸において、ソリトン分裂がどのように現れ、変形していくかについて水理実験により検討している。ここでは、鶴谷らの実験モデルを数値シミュレートし、実験結果との比較から本数値解析手法の適用性について検討する。

* 正会員 東京電力(株) 原子力研究所耐震研究室
** 東電設計(株) 第二土木本部技術開発部

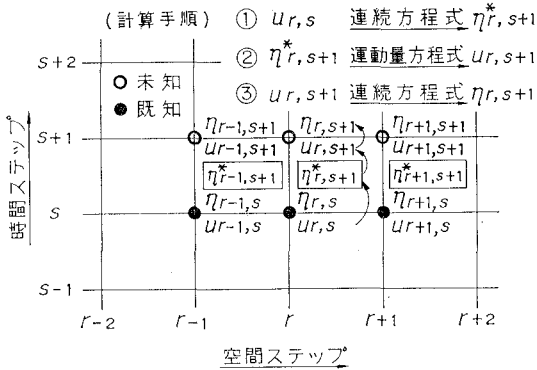


図-1 計算格子と手順

(1) 計算条件及び計算ケース

水理実験 (1/200 の無歪縮尺模型) に用いられた海底勾配は, 1/200 と 1/50 の 2 ケースである. 解析モデルは, その内ソリトン分裂が発生した海底勾配 1/200 の実験モデルを模擬し, 図-2 に示すように設定した. 図中の $H \sim 0$ の各点は実験における測定位置を示しており, その水深は表-1 に示すとおりである.

数値計算における境界条件は, 陸側境界として測定点 0 に鉛直壁を設け, そこでの流速をゼロとした. また, 沖合境界における入力条件として, 実験報告では測定点 H での波形勾配と周期に関する情報が与えられていることから, 式 (3) を利用して波高を求め, 実験とはほぼ同じ波高・周期を持つ正弦波を測定点 H から入力した.

$$\text{波形勾配} = H/(\sqrt{gh} \times T) \dots \dots \dots (3)$$

ここに, H は波高, g は重力加速度, h は水深, T は周期である.

計算格子間隔は 5 cm とし, 計算時間間隔は C.F.L. 条件を満たすように 0.01 秒とした. 計算ケースは, 実験ケースの中から表-2 に示す 5 ケースを選んだ.

(2) 実験結果との比較

図-3 は, 第一波の段波波高 a_1 (図-4 参照) と水深 h の関係を示した実験結果図に, 計算結果を書き加えたものである. ただし, 段波になっていない沖側では静水面から最大水位までの値を a_1 としている. 図中の破線は岸³⁾による有限振幅長波の変形理論に基づき計算された理論値であり, また, 実験における砕波点を連ねたものが実線で示されている. 実験結果によると, ケースに

表-1 各測定点の水深

測定点	現地 (m)	模型 (cm)
O	5.0	2.5
A	6.5	3.25
B	8.0	4.0
C	11.25	5.625
D	17.5	8.75
E	30.0	15.0
F	45.0	22.5
G	100.0	50.0
H	200.0	100.0

表-2 計算 ケース

ケース	海底勾配	入力波形		波長 (m)	波形勾配 ($\times 10^{-4}$)
		波高 (cm)	周期 (秒)		
1	1/200	3.01	40	125.2	2.40
2		2.40			1.92
3		2.05			1.64
4		1.55			1.24
5		1.06			0.85

よって異なるが, 測定点 D 付近から段波先端にソリトン分裂が発生し, さらに測定点 C を過ぎたあたりから先導するソリトンが砕波しておりその時の段波波高と水深の比 a_1/h は 0.44~0.49 とされている. 計算結果は砕波の効果を考慮していないため, 測定点 C までの値についてプロットしている. 図-3 によると, 測定点 H から C に至るまでの計算結果は実験結果, 理論値と比較的良好な整合を示している.

図-5 は, 実験及び計算ともにソリトン分裂が発生した 3 ケースについて, 測定点 C における第一波のソリ

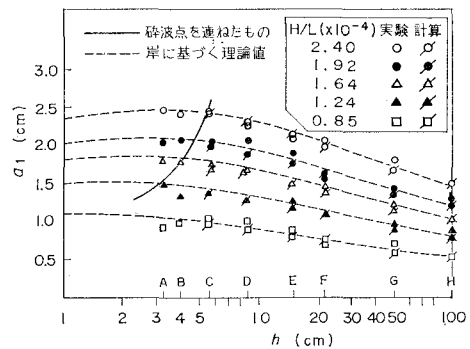


図-3 段波波高 a_1 の比較

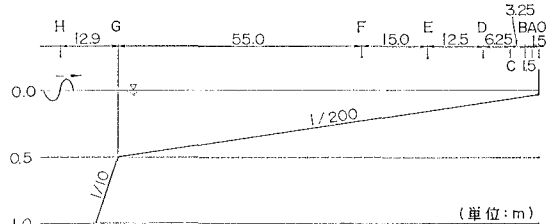


図-2 解析モデル

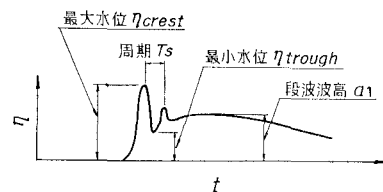


図-4 段波波高, 最大水位等の定義

ソリトンの波形を示したものである。図中の実線は計算結果を、破線は実験結果をそれぞれ示している。図の上段のケース1については浅水理論に基づいて計算した結果も合わせて示したが、これから、浅水理論ではソリトン分裂を表現できないことが分かる。

図-6の上段は、図-5と同じケースの測定点Cについて、ソリトンの最大水位 η_{crest} を段波の波高 a_1 で無次元化したものと、段波波高と水深の比 a_1/h との関係を示したものであり、図-6の下段はそれに対応するソリトンの最大波の周期 T_s を示したものである。ただ

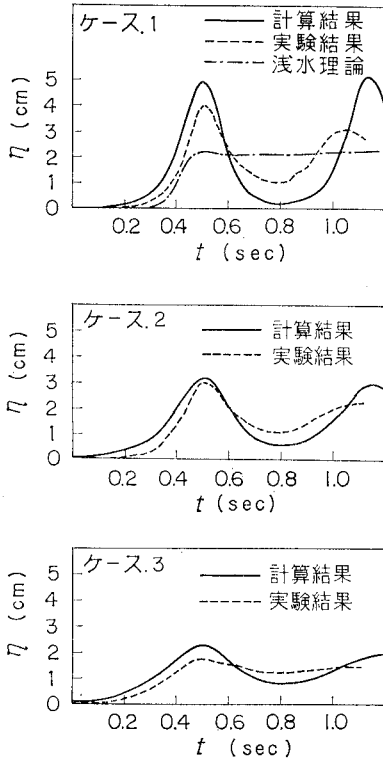


図-5 ソリトン波形の比較(測定点C)

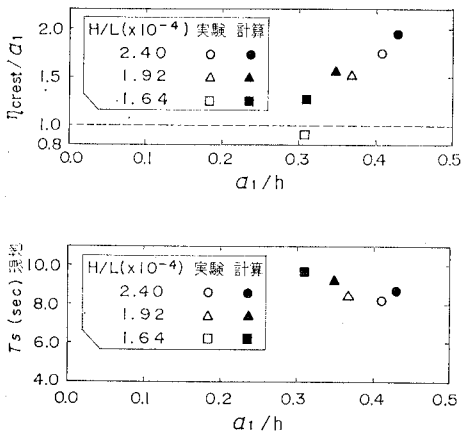


図-6 η_{crest}/a_1 , T_s の比較(測定点C)

し、実験のケース3(波形勾配 1.64×10^{-4} のケース)については、測定点Cにおいて分裂波が1波であるために、図中において周期 T_s を示していない。

図-5, 6から、本解析手法による計算結果と実験結果は比較的良好の整合を示している。ただし、計算の η_{crest} および T_s は実験のそれらに比べていずれもやや大きめの値を示している。これは測定点Cにおける波高水深比 a_1/h が $0.3 \sim 0.45$ 程度と比較的大きいことから、長尾ら⁹⁾が指摘しているように、Peregrine式に基づく解析手法による計算結果では、ソリトン分裂がより早く(水深のより深い所で)発生するためと考えられる。

4. パラメータスタディ

ソリトン分裂と関係する要因としては、入力波の波高 H , 周期 T , 海底勾配 i および大陸棚の距離 X が考えられる。ここでは、これらの量に着目し、ソリトン分裂の発生条件を整理するために実施したパラメータスタディの結果を示す。

パラメータスタディは、まず始めに海底勾配 i と入力波の波高 H , 周期 T の影響を調べるため、図-7に実線で示す3つの地形モデル(海底勾配の変曲点を水深100mとしたモデル)を対象とし、表-3に示す9ケースの正弦波を入力条件とする場合の計算を行った。計算格子間隔は10m、計算時間間隔は0.15秒であり、沖合境界から正弦波を入力してから第一波が汀線に到達するまでの間について計算した。この計算結果から、ソリトン分裂の発生条件を整理して図-8に示す。図中の○印

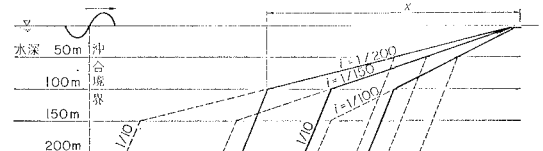


図-7 パラメータスタディに用いた海底勾配

表-3 パラメータスタディに用いた入力波の波高・周期

入力波形	長波		波形勾配 ($\times 10^{-4}$)
	波高(m)	周期(分)	
3	5	13.3	2.26
	10	26.6	1.13
	15	39.8	0.75
4	5	13.3	3.01
	10	26.6	1.51
	15	39.8	1.00
5	5	13.3	3.76
	10	26.6	1.88
	15	39.8	1.25

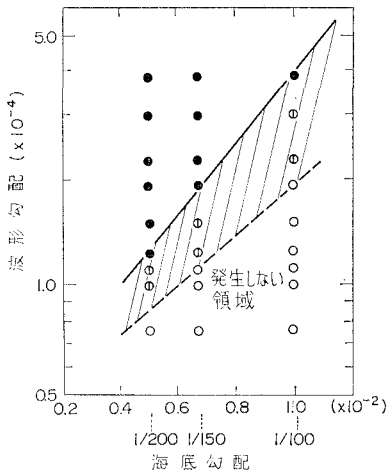


図-8 ソリトン分裂の発生条件の結果整理図

はソリトン分裂が発生しなかったケースを、○印は段波先端で波の分裂が起き始めているケースを、さらに●印は明瞭にソリトン分裂が発生したケースをそれぞれ示している。ここで、明瞭にソリトン分裂が発生したとしたのは、ソリトンの波数が2波以上で、かつ η_{crest}/a_1 が1.0を超える場合である。

次に大陸棚の距離 X の影響を調べるため、水深 50m と 150m に海底勾配の変曲点を設けた地形モデル(図-7の破線)を対象とし、図-8の斜線部付近の波形勾配の条件について計算を行った。計算格子間隔等の条件は上述の場合と同じである。その結果によると、変曲点を水深 100m とした上述の計算結果に比べ、変曲点を水深 50m とした場合には段波の形成あるいはソリトン分裂の発生がやや遅れ、変曲点を 150m とした場合には反対にそれらの現象がやや早まるが、図-8に示した○印、○印及び●印の判定結果は変わるものではなかった。従って、ソリトン分裂の発生にとっては、今回の地形モデルの場合大陸棚の距離 X の影響は小さく、入力波の波形勾配と海底勾配が重要な要因であると言える。

前述のように、本解析手法による計算結果は、波高水深比が大きい場合にソリトン分裂をやや過大に評価する。従って、図-8に示した破線の上側はソリトン分裂が発生する可能性がある領域と考えられ、下側はソリトン分裂が発生しない領域と考えられる。

5. ソリトン分裂発生に関する推定例

ここでは、図-8を利用して対象地点に襲来する津波の先端にソリトン分裂が発生するか否かについて1983年日本海中部地震の際の峰浜村を対象に推定を試みる。

図-9は、断層モデルとして相田⁹⁾の Model 10を用い、浅水理論による平面二次元数値計算を実施し、対象地点付近について地震発生後25分までの津波先端線を

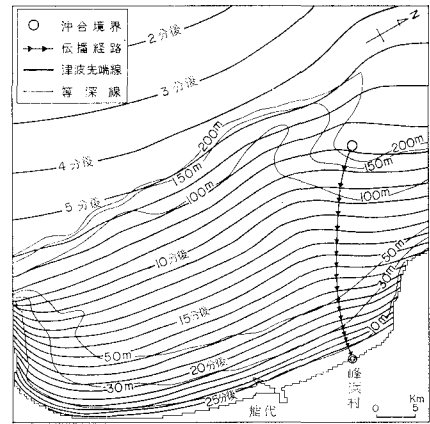


図-9 津波先端線及び伝播経路

描いたものである。この先端線を利用して、対象地点に襲来したと考えられる津波の伝播経路を推定し、その経路に沿った海底地形を水深 200m を越える地点(図中○印)まで求めるとともに、○印の地点における津波波形を平面二次元の計算結果から求めた。このようにして求めた海底勾配及び津波波形を図-10, 11に示す。図-10における海底勾配は、水深 100m までが約 1/200でその先が急激に深くなっており、パラメータスタディでの地形モデルとはほぼ一致している。パラメータスタディでは入力波を正弦波としたが、図-11に示した波形は不規則波である。このため、同図に示すように津波先端の波形に着目し、不規則な波形を正弦波に置きかえる。津波先端に着目したのは、ソリトン分裂の発生にとって第一波の前傾化の程度が重要と考えられるからである。こうして設定した正弦波の波高および周期を用い、式(3)から波形勾配を求めると約 1.7×10^{-4} となる。この値と海底勾配 1/200 の条件を図-8にプロットすれば、実線の上側に位置し、ソリトン分裂発生の可能性があることになる。この結果は、峰浜村でソリトン分裂が

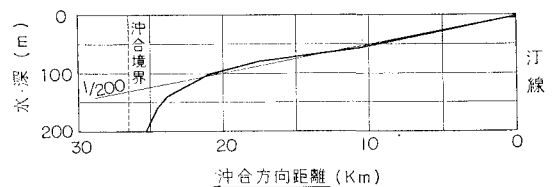


図-10 海底勾配

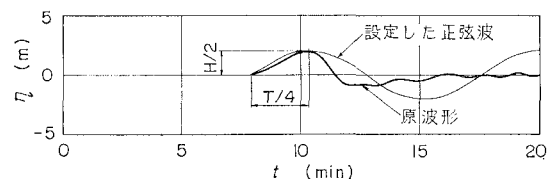


図-11 津波波形

観測された事と符合する。

6. あとがき

本研究では、Peregrine 式を支配方程式とする断面一次元数値解析手法を用いてパラメータスタディを実施しソリトン分裂の発生条件の整理を行った。また、その結果を利用して対象地点に來襲する津波の先端にソリトン分裂が発生するか否かの推定例を示した。今回の例はソリトン分裂が発生する可能性があるかと推定された例であるが、同様な方法で発生しないと推定できる場合には、従来の浅水理論に基づく平面二次元の数値解析手法によって津波挙動を予測しても良いと考える。

謝 辞: 本研究の実施に当り、終始御指導を賜った東京電力(株)ならびに東電設計(株)の関係各位に、また、数値計算に関して御助力下さった中田雅章氏に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Boussinesq, M. J.: Essai sur la théorie des eaux courantes, Hemo. Acad. Science, 2éme Sér, Tome 23, No. 1, 1877.
- 2) Korteweg, D. J. and G. De Vries: On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves, Phil. Mag., Vol. 39, 1895.
- 3) Peregrine, D. H.: Long waves on a beach, J.F.M., Vol. 27, Part 4, pp. 815~827, 1967.
- 4) 後藤智明: アーセル数が大きい場合の非線形分散波の方程式, 土木学会論文集, 第351号/II-2, 1984.
- 5) 長尾昌朋・後藤智明・首藤伸夫: 非線形分散波の数値計算, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 114~118, 1985.
- 7) 鶴谷広一・中野 晋・一戸秀久: 浅海における津波の変形と遡上に関する実験的研究——1983年日本海中部地震津波の検討——第31回海岸工学講演会論文集, pp. 237~241, 1984.
- 8) 岸 力: 波動論, 土木学会水理委員会編, 水工学シリーズ No. 64-05, 1964.
- 8) 相田 勇: 1983年日本海中部地震津波の波源数値モデル, 地震研究所彙報 59号, pp. 93~104, 1984.