

波の重畳による流れの特性の変化に関する研究

浅野敏之*・中川政博**・岩垣雄一***

1. はじめに

流れによる波の変形に関する研究は数多くあるが、波の重畳による流れの特性の変化に関しては、Lundgren¹⁾、Grant-Madsen²⁾ 等の研究があるのみで、その理解もきわめて不十分な状態である。流れに波が重畳すると時間平均した底面摩擦力が増加することにより、流れの流速分布や平均水面勾配などの特性に変化が生じる。これまで行われた数少ない研究では上記の現象が生じることを指摘するにとどまっており、その理論的考察も十分でなく、実験的検証は全く行われていないのが現状である。

本研究は波の重畳による平均底面摩擦力の増加と、それによって支配される流れの水理量の変化について、実験と理論の両面から考察したものである。

2. 底面摩擦を考慮した波と流れの共存場のエネルギー保存式

ここでは底面摩擦項を考慮した共存場のエネルギー保存式を展開するが、これは以降に展開する波の重畳による平均流の特性の変化についての議論の基礎となるものである。波と流れの共存場における運動量およびエネルギーの保存関係は Phillips³⁾ による展開が良く知られているが、そこでは底面摩擦をはじめとする逸散項についてはほとんど考慮されていない。本研究では底面摩擦項の導入に主眼を置いて共存場のエネルギー保存式を展開を行ったが、ここでは紙数の制約上結果のみを示す。共存場における波動のエネルギー保存式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ E + \frac{M_\alpha^2}{2\rho(h+\bar{\eta})} \right\} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left\{ U_\alpha E + F_\alpha \right. \\ & \quad \left. - \frac{\tilde{U}_\alpha M_\beta^2}{2\rho(h+\bar{\eta})} \right\} + S_{\alpha\beta} \frac{\partial U_\beta}{\partial x_\alpha} \\ & = \tilde{U}_\alpha \bar{\tau}_{\alpha, z=-h} - \int_{-h}^{\bar{\eta}} \frac{\partial \tau_{\beta\alpha}}{\partial z} u_\alpha^+ dz \quad \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ここで U_α は流れの流速、 u_α^+ は波と流れの合速度、 E 、 F_α はそれぞれ波のエネルギー密度、エネルギーフラックス、 M_α は波の運動による質量輸送量、 $S_{\alpha\beta}$ は radiation stress を示し、また h は波がない時の水深、 $\bar{\eta}$ は波の存在による平均水位の上昇量を示す。右辺は平均底面摩擦応力 $\bar{\tau}_{\alpha, z=-h}$ および内部粘性と Reynolds 応力の成分 $\tau_{\beta\alpha}$ によるエネルギー逸散項である。その他の記号は Phillips が示したものと同じであり、説明を省略する。

流れに対するエネルギー保存式は次式のとおりである。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{2} \tilde{U}_\alpha \tilde{M}_\alpha + \frac{1}{2} \rho g (\bar{\eta}^2 - h^2) \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left\{ \tilde{M}_\alpha \left(\frac{1}{2} \tilde{U}_\beta^2 + g \bar{\eta} \right) \right\} + U_\beta \frac{\partial S_{\alpha\beta}}{\partial x_\alpha} \\ & = -\tilde{U}_\alpha \bar{\tau}_{\alpha, z=-h} \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

Jonsson⁴⁾ や Brevik-Aas⁵⁾ の行った簡略な取扱いにならって、式 (1) 右辺第 2 項を次式で近似する。

$$\int_{-h}^{\bar{\eta}} \frac{\partial \tau_{\beta\alpha}}{\partial z} u_\alpha^+ dz \approx (\tau_{\beta\alpha} u_\alpha^+)_{z=-h} \quad \dots\dots\dots (3)$$

流れ方向 (x 軸方向) の流体運動に着目し、底面せん断応力 τ を流れの流速 U と波の底面での水粒子速度の振幅 $\hat{u}_y$ および摩擦係数 f_{cw} を用いて表示すると式 (3) の $\tau_{\beta\alpha}$ は次式で表わされる。

$$\tau = \frac{1}{2} \rho f_{cw} (U + \hat{u} \cos \sigma t) |U + \hat{u} \cos \sigma t| \quad \dots\dots\dots (4)$$

次に式 (1)、(2) を以下の仮定に基づいて簡略化する。(i) 波のエネルギー、流れの流速および平均水位は時間的に変化しない。(ii) 流れの流速分布は深さ方向に一樣である。(iii) 波の振幅と水深の比は小さい。(iv) 流れの空間的变化は小さい。以上の仮定の下に、振幅・水深比について 2 次より高次の項を無視すると、波に対するエネルギー保存式 (1) および流れに対するエネルギー保存式 (2) はそれぞれ次のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \{ E(U + c_g) \} \\ & = -\frac{1}{2} \rho f_{cw} \{ |\overline{U + \hat{u} \cos \sigma t}|^3 \\ & \quad - \overline{U(U + \hat{u} \cos \sigma t)} |U + \hat{u} \cos \sigma t| \} \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dx} \left\{ \frac{\rho}{2} U^2 (h + \bar{\eta}) \right\} + \frac{3}{2} U^2 \frac{dM}{dx}$$

* 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 工修 大阪市役所 港務局

*** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

$$\begin{aligned}
 & + \rho g h U \frac{d\bar{\eta}}{dx} + U \frac{dS_{xx}}{dx} \\
 & = -\frac{1}{2} \rho f_{cw} U (U + \hat{u} \cos \sigma t) |U + \hat{u} \cos \sigma t| \\
 & \dots\dots\dots (6)
 \end{aligned}$$

式(5)の右辺は波の成分に対するエネルギー逸散 $(E_w)_{cw}$ を示すが、流れのない時の波のエネルギー逸散 $(E_w)_w$ との比は次式となる。

$$\begin{aligned}
 & \frac{f_{cw} \{ |U + \hat{u} \cos \sigma t|^3 - U(U + \hat{u} \cos \sigma t) |U + \hat{u} \cos \sigma t| \}}{f_w |\hat{u} \cos \sigma t|^3} \\
 & = \frac{f_{cw}}{f_w} \frac{(E_w)_{cw}}{(E_w)_w} = \frac{(E_w)_{cw}}{(E_w)_w} \dots\dots\dots (7)
 \end{aligned}$$

一方、共存場における流れの成分に対するエネルギー逸散 $(E_c)_{cw}$ と、同じ流速を持つ流れのみの場のエネルギー逸散 $(E_c)_c$ の比は次式となる。

$$\begin{aligned}
 & \frac{f_{cw} U (U + \hat{u} \cos \sigma t) |U + \hat{u} \cos \sigma t|}{f_c U^3} \\
 & = \frac{f_{cw}}{f_c} \frac{(E_c)_{cw}}{(E_c)_c} = \frac{(E_c)_{cw}}{(E_c)_c} \dots\dots\dots (8)
 \end{aligned}$$

$(E_w)_{cw}/(E_w)_w$ および $(E_c)_{cw}/(E_c)_c$ は $\hat{u} \geq |U|$ と $\hat{u} \leq |U|$ とに分けて、解析的に表示することが可能である。図-1は $(E_c)_{cw}/(E_c)_c$ の値を示したものである。流れに波が重なると、流れに対するエネルギー逸散は流れのみの場合より大きくなり、波の構成比の増加とともにその比は大きくなることがわかる。ただし、ここでは波の重畳による流れの流速の減少については考慮していない。

共存場における波と流れの成分に対するエネルギー逸散の比は、摩擦係数 f_{cw} が両者に共通であるために、単に $(E_w)_{cw}$ と $(E_c)_{cw}$ の比となる。図-2は波と流れの構成比 $\hat{u}/(\hat{u} + |U|)$ を横軸にとり、 $(E_w)_{cw}/\{(E_w)_{cw} + (E_c)_{cw}\}$ の値を示したものである。図から $\hat{u}/(\hat{u} + |U|) = 0.5$ 、すなわち $\hat{u} = |U|$ の場合の $(E_w)_{cw}/\{(E_w)_{cw} + (E_c)_{cw}\}$ の値は0.4となり、共存場での流れのエネルギー逸散は波のその1.5倍であることがわかる。

3. 波の重量による平均水面の変化

3.1 実験装置・実験方法

実験は図-3に示した水槽を用いて行った。波高と平均水位の空間的变化を測定するために、造波板より5mの位置より2.5m間隔で6本の容量式波高計を設置した。限られた長さの水槽で大きなエネルギー減衰を得るために、断面が12mm×12mmのアクリル製角柱を100mmの間隔で貼り付けた人工粗度を底面に16mの範囲にわたって設置した。実験は波と流れの共存場における波高減衰と平均水面勾配の測定に加えて、波のみの場合の波高減衰および流れのみの場合の水面勾配の測定も併せて行った。実験に際しては波の反射が生じないように、水槽他端に設置した消波工・消波材の材質・配置を工夫するとともに、水槽側壁の汚れが波高減衰の原因と

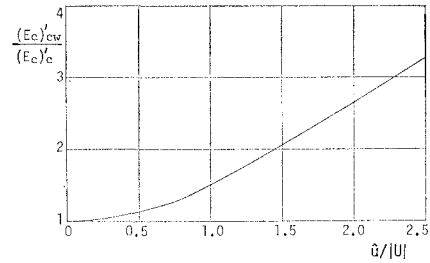


図-1 共存場と流れのみの場における流れの成分に対するエネルギー逸散の比 $(E_c)_{cw}/(E_c)_c$

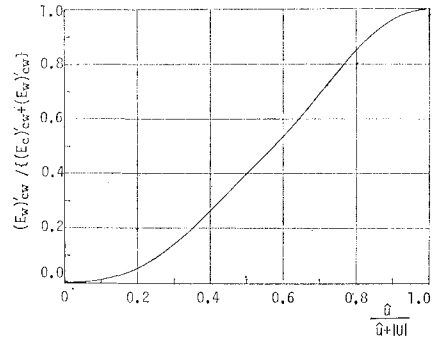


図-2 共存場における波と流れのエネルギー逸散 $(E_w)_{cw}$ 、 $(E_c)_{cw}$ の構成比

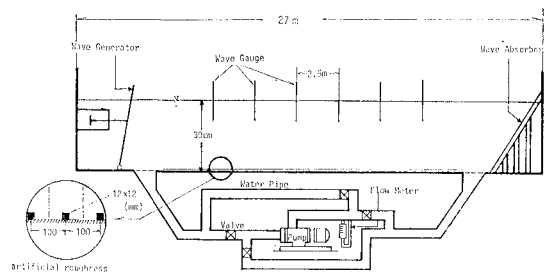


図-3 実験水槽

なることを考慮して⁶⁾、実験開始前には入念な清掃を行った。

3.2 波と流れの共存系

波の重畳による流れの変化は、波と流れの共存場がどのような状態で形成されるかによって異なるものとなる。本研究では図-3に示すように、水槽内に循環流を形成し、その流れに波を重ねて共存場を形成したが、この場合は水槽全体の流体の質量は変わらないから、空間的に平均した時間平均水位は不変であって、波の重量による平均底面摩擦力の増大は水槽内を通過する流れの流量の減少となって現われる。一方、水槽上流端からヘッドタンクによって一定の流量が供給される場合には、この水路に波が遡上すると水深や平均水面勾配の増加をひき起こすことになる。

一般に、実験水槽内に波と流れの共存場を、波と流れの両方の成分に対して整った形で形成することは必ずし

も容易でない⁷⁾。本水槽ではポンプの駆動によって揚げられた水頭は、配管系の管壁損失や、水槽部での底面摩擦、側壁摩擦等とつりあうことになるが、底面に大きな粗度を付けて底面摩擦による損失を他の損失に比較して大きくすると、誤差となる要因からの影響を小さくすることができる。本実験で比較的大きな粗度を設置したのはこうした理由による。したがって、ポンプの出力を一定とすれば、流れのみの場合と共存場はともに底面摩擦の水利特性に大きく支配されるため、両者の比較から波の重畳による流れの特性の変化を議論することが可能であると考えることができる。

3.3 平均水面勾配に関する実験結果

本解析に先だって、波高減衰に関する実験結果を解析したところ、共存場においても波高は指数関数的に減衰することが確かめられた。そこで、それぞれの実験ケースに対して最小二乗法を用いて波高減衰率を算出した。

また、本水槽内で発生する流れのみの場合の水面形について調べたところ、図-4に示す結果を得た。図から $x=5\text{m}$ の地点の水面を基準とした水面高さ Δh は、 $x=10\text{m}$ より上流ではほぼ直線的に変化すると考えてもよいことがわかる。

次に波を流れに重ねた場合の平均水面の変化に関する実験結果の一例を図-5に示す。図から波が重なりと順流・逆流を問わず、流れのみの場合より大きな水面勾配となることがわかる。また、この場合でも平均水面の変化はほぼ直線で表わすことができるようである。そこで実験データから最小二乗法により、平均水面勾配 dh/dx を差し引いた $d(\bar{\eta}+h)/dx$ についてその特性を議

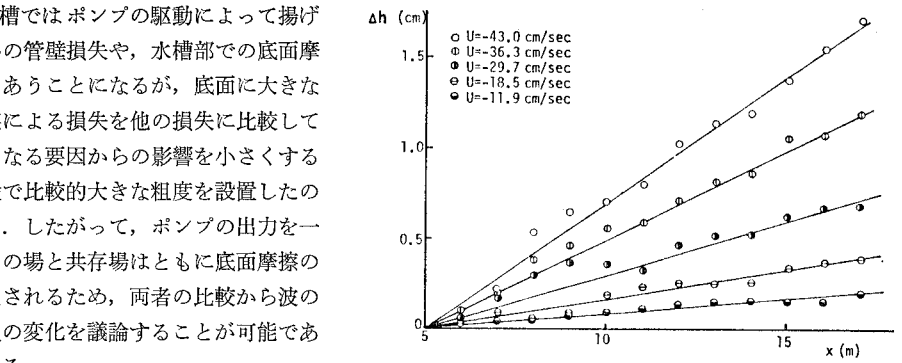


図-4 流れのみの場合の水面変化

論する。

図-6は流れの流速 U が同じ実験ケースでの $d\bar{\eta}/dx$ の実験値を、横軸に波と流れの構成比 $\hat{u}/(\hat{u}+|U|)$ をとって示したものである。図から波の構成比が大きくなる

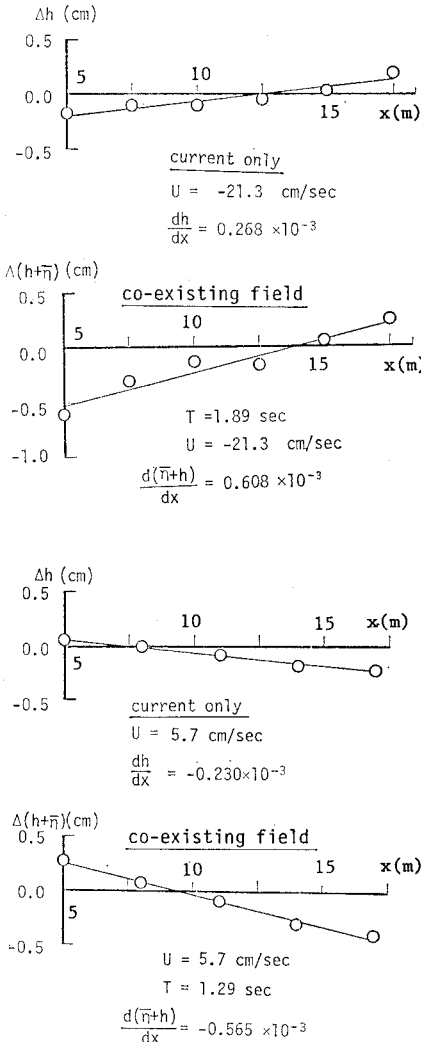


図-5 平均水面勾配の実験結果の一例

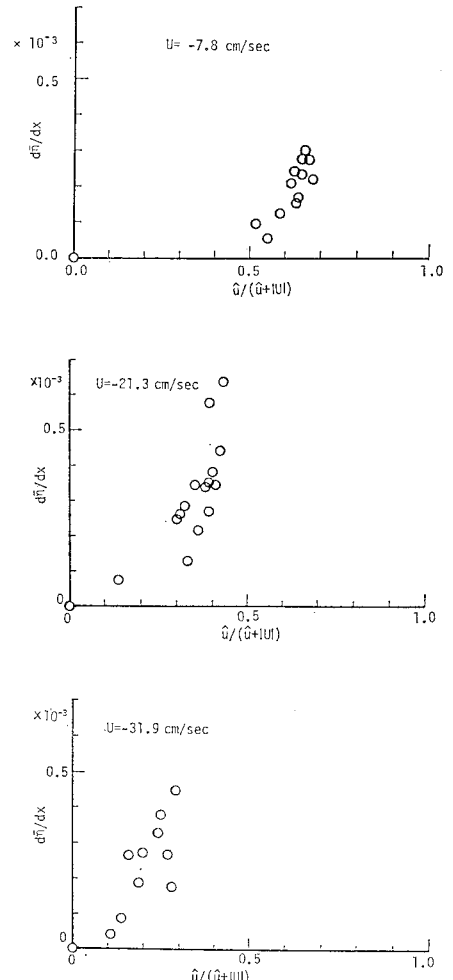


図-6 波と流れの構成比と平均水面勾配の関係

とともに、 $d\bar{\eta}/dx$ の値は大きくなることわかる。しかし、これらの値を一括して同じ図中にプロットすると $\bar{u}/(\bar{u}+|U|)$ だけでは結果を整理できない。この理由は流れに対するエネルギー保存式 (6) からわかるように、底面摩擦による逸散は、水面勾配 $d\bar{\eta}/dx$ のみならず、速度水頭の勾配、radiation stress S_{xx} の勾配および波による質量フラックス M の勾配とつりあうためである。したがって、共存場における底面摩擦によるエネルギー逸散を評価するためには、式 (6) の左辺全体の和によるものが妥当である。ここで S_{xx} , M は波高の二乗に比例するから、 dS_{xx}/dx および dM/dx は波高減衰率を含んだ形で表示される。すなわち、流れのエネルギー収支に、波高変化が結果として関与することになる。

以上より、共存場における流れに対するエネルギー逸散 $(E_c)_{cw}$ を、実験結果を用いて式 (6) の左辺で計算し、流れのみの場のエネルギー逸散 $(E_c)_c$ との比で示したものが図-7である。この図のようにエネルギー逸散の比で表示すると、実験値は $\bar{u}/|U|$ で良く整理できることがわかる。流れに対する波の水粒子速度の構成比が大きくなると、時間平均した底面摩擦によるエネルギー逸散は大きくなり、縦軸の値は増加する。

なお、式 (8) に基づいて $(E_c)_{cw}/(E_c)_c$ を計算した結果を参考のために示したものが図中の曲線である。摩擦係数 f_{cw} , f_c は、共存場の乱流境界層理論⁹⁾に基づき、実験ケースの平均的な値から $\ln(h/z_0)=4$, $\bar{u}/\sigma z_0=10$ とした場合の計算値を用いた。ここで、式 (8) の分子の流れの流速 U は、波の重畳による流速減少を考慮して後述する式 (11) で求められる $\bar{U}_{mod}$ で置き換える必要がある。ここでの理論値は、式 (3) などいくつかの仮定の下に導かれたものであるが、 $\bar{u}/|U| \leq 2$ の範囲では実験値とほぼ一致することがわかる。

4. 共存場における平均流の流速分布

流れに波が重なる時、流れのみの場合と比較して平均流の流速分布がどのように変化するかを、著者ら⁸⁾,

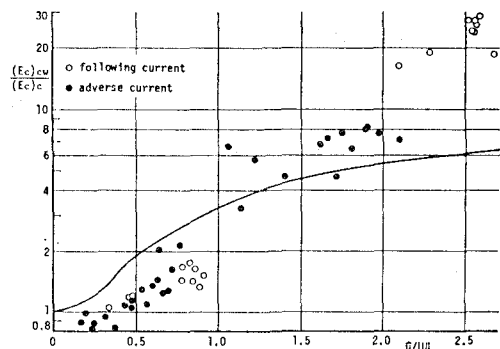


図-7 平均流に対するエネルギー逸散比 $(E_c)_{cw}/(E_c)_c$ に関する実験結果、および計算結果との比較

Bakker-van Doorn⁹⁾ および Kemp-Simons¹⁰⁾ の実験結果をもとに考察する。図-8 は著者らの実験による平均流の流速分布の結果の一例を示したものである。実験結果の特性を表示するためには、いくつかの特性量を導入する必要がある。図-8 に示されるように、流れのみの流速分布はほぼ対数分布となり、いまこの傾きを I_0 と定義する。一方、共存場における平均流は、流れの流速より減少するが、底面近くでの流速分布の勾配は流れのみの場合の勾配 I_0 より小さく、底面から離れるとその勾配は I_0 より大きくなる。すなわち、共存場における平均流の分布は二本の傾きの異なる直線で表現することができる。いま、下方の流速勾配を $I_{cw,i}$, 上方のそれを $I_{cw,o}$ とし、それらの屈曲点を δ_{exp} と定義する。また上方の流速勾配を延長し、 $U=0$ となる z 切片 z_a を求めると、これは共存場における仮想的な粗度高さを意味する。Grant-Madsen²⁾ の理論では、 $I_{cw,o}$ は I_0 と等しいとして取扱われているが、実験結果はすべて $I_{cw,o} \geq I_0$ となり、このことは波の重畳による平均底面摩擦力の増大によるためと考えられる。

以上のように波が重畳したことによる平均流の特性の変化は、 $I_{cw,i}$, $I_{cw,o}$, δ_{exp} および z_a で表現することができる。そこで実験結果から上記の諸量を読みとり整理したところ、次のような結果が得られた。

図-9, 10, 11 はそれぞれ、 δ_{exp}/z_0 , z_a/z_0 , $I_{cw,o}/I_0$ の結果を横軸に $\bar{u}/|U|$ をとって示したものである。

図-10 より z_a/z_0 と $\bar{u}/|U|$ の関係を見出すと次式のようである。

$$\frac{z_a}{z_0} = 1 + 1.85(\bar{u}/|U|)^2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

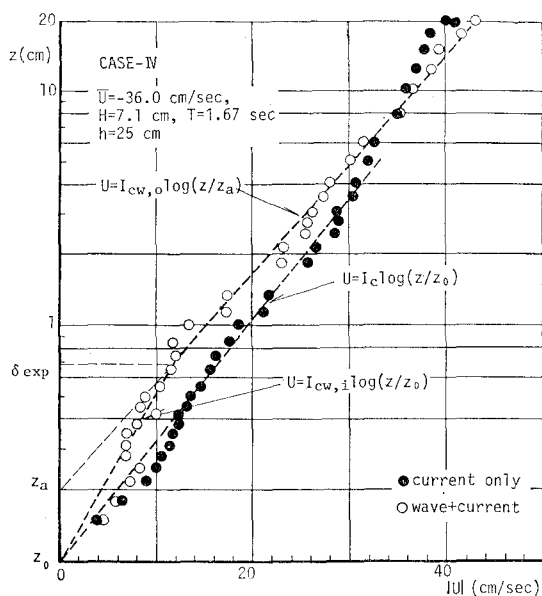


図-8 平均流の流速分布

また、図-11 から $I_{cw,o}/I_c$ は $\hat{u}/|U|$ とともに増加するが、この関係は次式で近似できる。

$$I_{cw,o}/I_c = 1 + 0.22(\hat{u}/|U|)^{1.4} \dots\dots\dots (10)$$

流れが重畳した時の流れの断面平均流速 $\bar{U}_{mod}$ と、流れのみの場合の断面平均流速 $\bar{U}$ の比は、 $z < \delta_{exp}$ の流速を微小として省略すると次式で計算される。

$$\begin{aligned} \frac{\bar{U}_{mod}}{\bar{U}} &\sim \frac{I_{cw,o}}{I_c} \frac{\ln(h/z_a) - 1}{\ln(h/z_0) - 1} \\ &= \frac{I_{cw,o}}{I_c} \left\{ 1 - \frac{\ln(z_a/z_0)}{\ln(h/z_0) - 1} \right\} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

上式と式 (9), (10) を用いて、 $\bar{U}_{mod}/\bar{U}$ は $\hat{u}/|U|$ と h/z_0 を与えれば計算することができる。

さらに、流れのみの流速分布が与えられた場合に、波

の重畳による平均底面摩擦力の増加を考慮して、共存場の平均流の流速分布を求める方法を考察し、その結果、実測値をかなり良く表現できることがわかったが、これについては別の機会に報告したい。

5. 結 論

以上、得られた結論を列挙すると次のとおりである。

(1) 波が流れに重畳することにより、平均底面摩擦力が増加し、それに伴って平均水面勾配が増加することが実験的に確認された。

(2) 共存場のエネルギー保存式に基づいて、平均水面勾配や波高減衰率の実測値から、底面摩擦による流れのエネルギー逸散量を求めると、その結果は波と流れの構成比によって良く整理できることがわかった。またこれを理論的に推算した結果も実験結果とほぼ一致した。

(3) 共存場における平均流の流速分布について既往の実験結果を整理し、平均流の流速分布を表現する特性量の波と流れの構成比による変化を明らかにした。

参 考 文 献

- 1) Lundgren, H.: Turbulent currents in the presence of waves, Proc. of 13th I.C.C.E., pp. 623~634, 1972.
- 2) Grant, W. D. and O. S. Madsen: Combined wave and current interaction with a rough bottom, J. of Geo. Res., Vol. 84, No. C4, pp. 1797~1808, 1979.
- 3) Phillips, O. M.: The Dynamics of the Upper Ocean, 2nd Edition, Cambridge Univ. Press, p. 336, 1977.
- 4) Jonsson, I. G.: Wave boundary layers and friction factors, Proc. of I.C.C.E., pp. 127~148, 1966.
- 5) Brevik, I. and B. Aas: Flume experiment on waves and currents, 1, Rippled bed, Coastal Engineering, Vol. 3, pp. 149~177, 1980.
- 6) van Dorn, W. G.: Boundary dissipation of oscillatory waves, J. Fluid Mech., Vol. 24, pp. 769~779, 1966.
- 7) Svendsen, I. A.: Physical modelling of water waves, Physical Modelling in Coastal Engineering, edited by R. A. Dalrymple, A. A. Balkema Press, pp. 13~47, 1985.
- 8) 浅野敏之・岡本 浩・岩垣雄一: 波と流れの共存場における底面乱流境界層に関する研究, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 84~88, 1983.
- 9) Bakker, W. T. and Th. van Doorn: Near-bottom velocities in waves with a current, Rept. of Delft Hydraulic Lab., Pub. No. 208, p. 25, 1980.
- 10) Kemp, P. H. and R. R. Simons: The interaction between waves and a turbulent current; wave propagating with the current, J. Fluid Mech., Vol. 116, pp. 227~250, 1982.

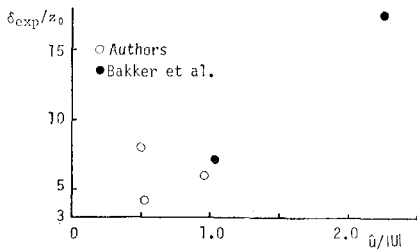


図-9 δ_{exp}/z_0 と $\hat{u}/|U|$ の関係

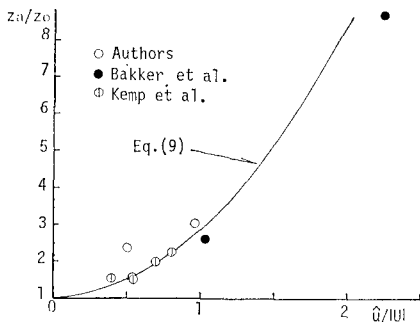


図-10 z_a/z_0 と $\hat{u}/|U|$ の関係

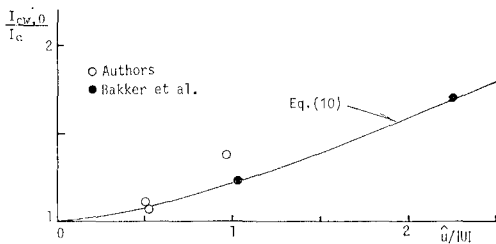


図-11 $I_{cw,o}/I_c$ と $\hat{u}/|U|$ の関係