

振動流境界層への $k-\varepsilon$ モデルの適用

イスマイル・アイデン*・首藤伸夫**

1. 序

海底上の振動流の研究は数多くなされているが、全ての点で完成したと言えるものはまだ見あたらない。なかでも、乱流の時間的経過を予測する事は難しい問題として残されている。ここでは $k-\varepsilon$ モデルを使用して数値計算を実施する。定常流に対する標準的な $k-\varepsilon$ モデルでは、乱れの運動エネルギー k および乱れエネルギー消散率 ε についての偏微分方程式を高乱流レイノルズ数の流れの部分について数値的に解き、壁面近傍の壁法則と結合する。しかし、非定常流では、乱流の時間的遷移性を適切に表現しうる壁法則が見あたらない。そのため、壁から境界層外の流れまでの全てについて上記偏微分方程式を数値的に解かねばならない。低乱流レイノルズ数効果と表面粗度効果を取り入れて数値計算を試みた。

2. 方程式と解法

使用した方程式群は次の通りである。

平均流は一次元で u に対する運動の式を使用する。移流項は微少であるとして無視してある。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \frac{\partial u_e}{\partial t} \dots\dots\dots (1)$$

ν_t は渦動粘性係数であり、次のように仮定する。

$$-\overline{u'v'} = \nu_t \frac{\partial u}{\partial y} = C_\mu f_1 \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial y} \dots\dots\dots (2)$$

乱れの運動エネルギーは移流項を無視し次式で与える。

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \nu_t) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \\ & - \varepsilon - \frac{2\nu k}{y^2} + \xi \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

乱れエネルギー消散も移流項を無視し次式を仮定する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + C_1 \nu_t \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \\ & - C_2 f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} - \frac{2\nu \varepsilon}{y^2} f_3 \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

境界条件は次のように与える。

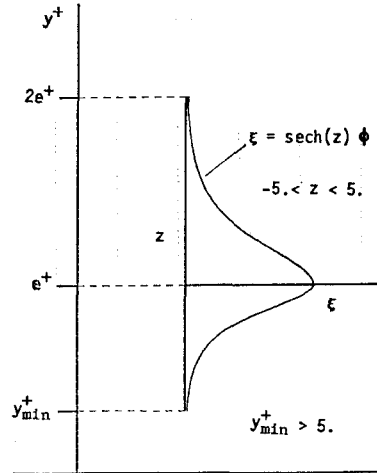


Fig. 1 Roughness Energy Source

$$u = k = \varepsilon = 0 \quad \text{at } y = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \quad \text{at } y = \delta$$

ここで、 u_e は境界層外の流速、 ν は水の動粘性係数、 u_* は摩擦速度で、その他の係数は次の通りである。

$$C_\mu = 0.09, \quad C_1 = 1.35, \quad C_2 = 1.8, \quad \sigma = 1.3$$

$$f_1 = 1 - \exp(-0.0115y^+),$$

$$f_2 = 1 - 0.22 \exp(-R_t^2/36),$$

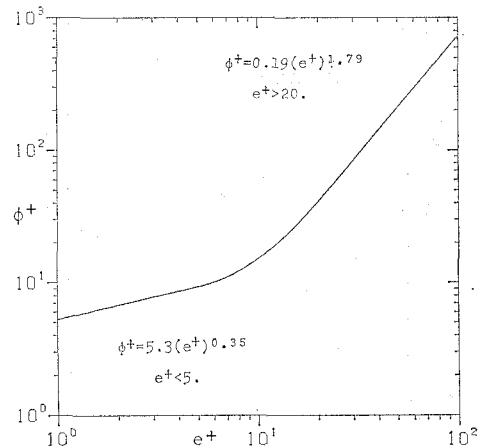


Fig. 2 Roughness Energy Production Rate

* 学生員 工修 東北大学大学院 工学研究科

** 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

$f_3 = \exp(-0.5y^+), \quad y^+ = yu_* / \nu, \quad R_t = k^2 / \nu \epsilon$

式(3)および(4)における低乱流レイノルズ数効果を
示す項 $2\nu k/y^2, 2\nu \epsilon/y^2$, 常数 C_1, C_2 , damping func-
tion f_1, f_2, f_3 は Chien (1982) の提案によるもので,
Patel et al. (1981) の定常流の実験に最も良く適合する
値を採用している。

乱れの運動エネルギーに対する式(3)の最後の項 ϵ は
底面粗度による乱れエネルギーの発生を示すもので,
図-1 に示す分布をすると仮定する。粗度高さを k_s と
するとき, z の原点を $e^+ (=k_s u_* / \nu)$ にとって

$\xi = \phi \operatorname{sech}(z) \dots\dots\dots (5)$

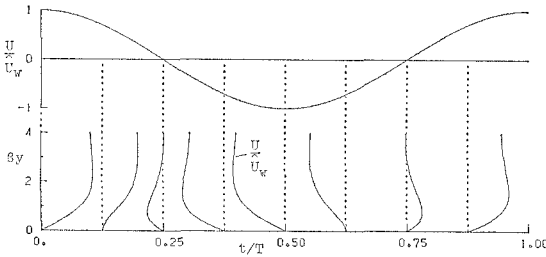


Fig. 3 Unsteady Laminar Boundary Layer $\theta_1=45^\circ$

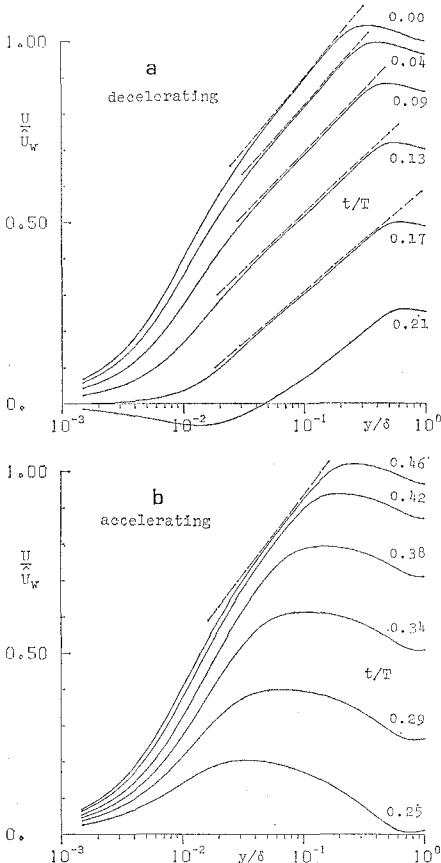


Fig. 4 Velocity Profiles a) decelerating, b) accelerating
 $R_e=3.7 \times 10^5$

と与えられる。 ϕ はエネルギー発生率の最大値であり,
 $\phi^+ (= \phi k_s^2 / \nu u_*^3)$ と e^+ との間に 図-2 のような関係が
管水路流れにおいて求められていることを利用する。

計算に当たっては, y 軸を次のように変換する。

$\eta = \log_{10}(y/L+1), \quad 0 \leq \eta \leq 2 \dots\dots\dots (6)$

ただし $L=\delta/99$, δ は式(10)で与えられる量である。

式(1)から(4)迄を $L, \tilde{U}_w, T, \nu$ を使って無次元
化し次のような簡略な形式にして取り扱う。

$$\gamma \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{C^2}{y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\nu_x}{y} \frac{\partial X}{\partial \eta} \right] + S_x \dots\dots\dots (7)$$

ここで, $\gamma=L^2/\nu T, C=2.718$ である。 X は $u/\tilde{U}_w, k/\tilde{U}_w^2, \epsilon L/\tilde{U}_w^3$ の何れかである。 ν_x は無次元拡散係数で例
えば $X=u/\tilde{U}_w$ に対しては $\nu_x=1+\nu/\nu$ となる。 S_x は
拡散項以外をまとめて表している。

数値計算では, 式(7)を η について中央差分で, t に
関しては前進差分を使用して差分化する。結局各方程式
は係数が三重対角行列をなす連立方程式となる。

計算の初期値は次のように与える。流速, 渦動粘性係
数については混合距離を使用した定常流の結果を使用す
る。乱れエネルギーの消散はその結果を使って次式によ
ってきめる。

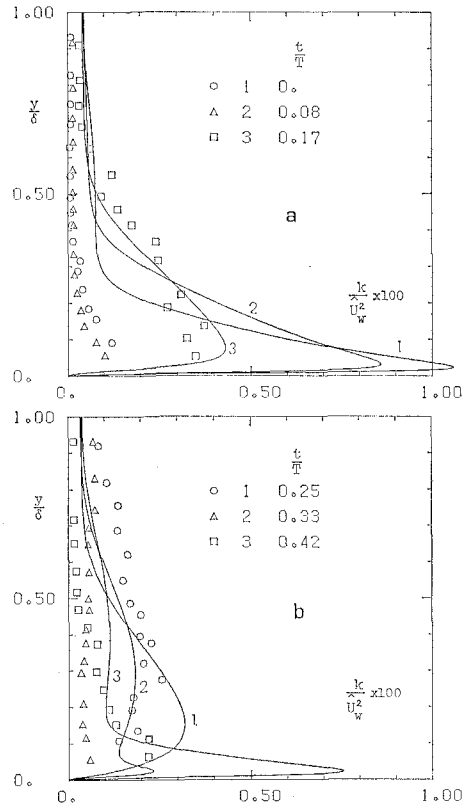


Fig. 5 Turbulence Kinetic Energy a) decelerating,
b) accelerating
○, △, □: measured, Hayashi; 1, 2, 3 $k-\epsilon$
model

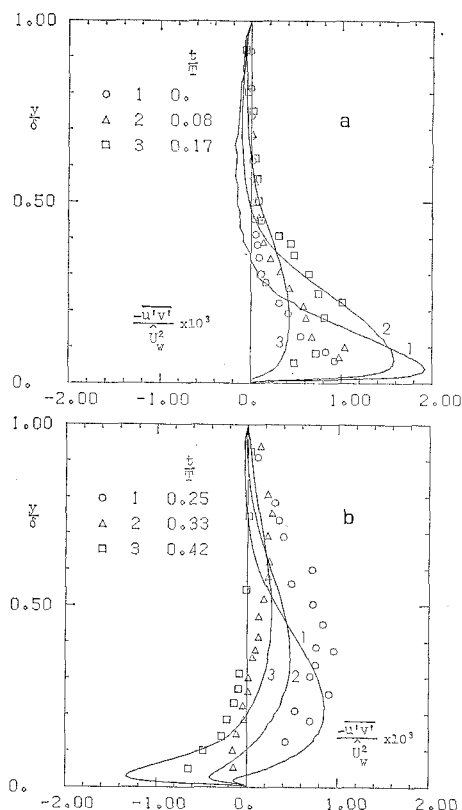


Fig. 6 Reynolds Stress a) decelerating
b) accelerating
○, △, □: measured, Hayashi; 1, 2, 3
 $k-\varepsilon$ model

$$\varepsilon = \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} = \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (8)$$

以上の量が判れば乱れの運動エネルギー k の初期値は式 (2) から求められる。

境界層外の流速は、図-3 に示す通り

$$u_e = \hat{U}_w \cos(2\pi t/T) \quad \dots\dots\dots (9)$$

で与えられるとする。

u_* は、壁面近傍の 2 点のせん断応力から壁面の値を補外して求めた。

計算の開始後、最初の 2 周期分については t_0^* の値から t_{n+1}^* の値をもとめるように計算する。最終的な計算では t_0^* と t_{n-1}^* の値から t_{n+1}^* の値を修正するように計算する。ここで n は第 n 回目のサイクルを示す。

3. 計算結果

底面は滑面および粗面とする。最大のレイノルズ数は 10^7 である。

境界層の厚さに似た特性長さ δ は次式で求める。Kajiura (1968) の δ はこれの 0.23 倍になっている。

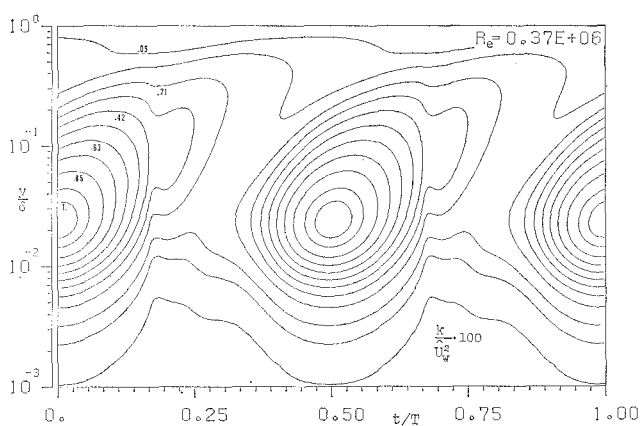


Fig. 7 Turbulence Kinetic Energy Contours

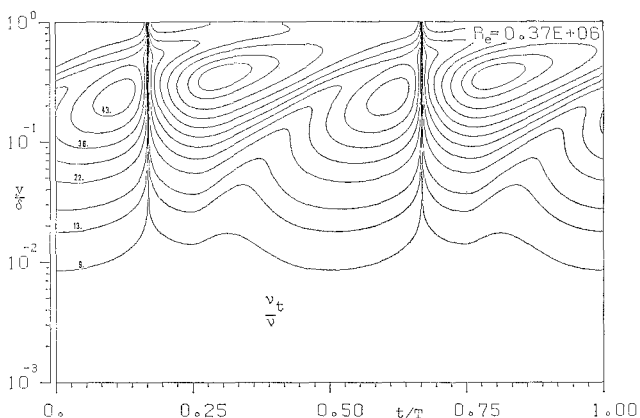


Fig. 8 Turbulent Viscosity Contours

$$\delta = u_*/\omega, \quad \omega = 2\pi/T \quad \dots\dots\dots (10)$$

図-4~11 に $Re = 3.7 \times 10^5$ に対する計算結果を示す。

3-1 平均流速分布

図-4 は流速分布である。減速期には対数則が適用出来る範囲 (図中直線部) がかなり広い。流れが反転する時期 (t/T が 0.21 から 0.29 付近) で直線部と見なせる場所は殆ど無くなり、加速されるに従って又出現する。

3-2 乱れの運動エネルギーとレイノルズ応力

図-5, 6 は乱れの運動エネルギーとレイノルズ応力については、林らの実験値と比較したものである。大体の傾向は似通っているが、最大値についてみると実験値がかなり小さい。計算での最大値が、底面近くのごく薄い層の中に、ごく短時間のみ、出現することから考えて、実験では十分には測定出来なかったものと想像される。

3-3 乱れの運動エネルギー

図-7 は乱れ運動エネルギーの時空間分布である。減速期 ($t/T = 0-0.25$) と加速期 ($t/T = 0.25-0.50$) とで構造が異なることが判る。こうした差がある事は、林ら (1982) や日野ら (1983) の実験でも報告されている。乱れの運動エネルギーは高速期に生産され、低速期に上方

へ運ばれて行く。減速期における乱れ運動エネルギーの最大値は加速期のそれよりも 30% 程大きい。

3-4 渦動粘性係数

図-8 は渦動粘性係数の時空間分布である。渦動粘性係数は、流れが反転する時期に極めて鋭く変化する。図-9 を見ればもっと明白である。 t/T にして前後に 0.04 だけ離れた曲線 4 及び 6 と比較して、曲線 5 の急変ぶり

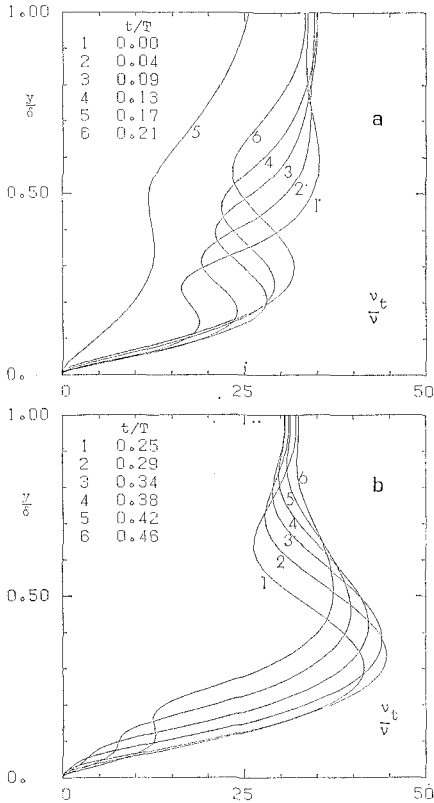


Fig. 9 Turbulent Viscosity Profiles
a) decelerating b) accelerating

が判るであろう。 $u_* = 0$ で $f_1 = 0$ となることが効いている。 v_t が零となるのは物理的に容認しがたく、今後きの形を検討する必要がある。

3-5 底面摩擦速度

境界層外の流れは式 (9) で与えたように時間に関して正弦的に変化する。底面に働く摩擦速度にはこれと比べて位相差があり、また正弦的に変化するという保証もない。後述する位相差 θ_1 の補正を行ってピークをあわせ、 u_* の時間的変化をみると、たとえば図-10 のようになる。

境界層内の流れが層流である時には、層外と同じく正弦的に変化する。ところが遷移状態 ($10^5 < Re < 3 \times 10^6$) ではやや歪んでくる。減速期には正弦曲線より下に、加速期では上に離れる。図-10 のケースのように完全に乱れると、平均的には正弦曲線に近付くが、2 倍周波数成分がかなり明瞭に現れてくる。

3-6 滑面での抵抗法則

滑面での摩擦係数は図-11 に示す通り、Kamphius (1975) の実験値にかなり近い。式は図中に示されている。

境界層外流速と底面での摩擦速度との位相差 θ_1 を図-12 に示す。 $k-\epsilon$ モデルによる位相差は、Kajiura (1968) の理論とは大きく異なったものとなる。

3-7 粗面での抵抗法則

粗面に対する摩擦係数について、Jonsson (1963), Kajiura (1968), Kamphius (1975) の結果と、著者らの $k-\epsilon$ モデルの計算結果とを比較したのが図-13 である。

$\hat{U}_w/\omega k_s$ が小さいところで、 $k-\epsilon$ モデルは他に比較して小さい値となる。 $\hat{U}_w/\omega k_s$ が小さく、 Re が小さく、 k_s が大きいところでは、式 (3) 右辺で ξ が他項に比して支配的となるのであるが、 ξ に想定した形 $\text{sech}(z)$ が必ずしも適切でないため、境界層内での乱れの運動エネ

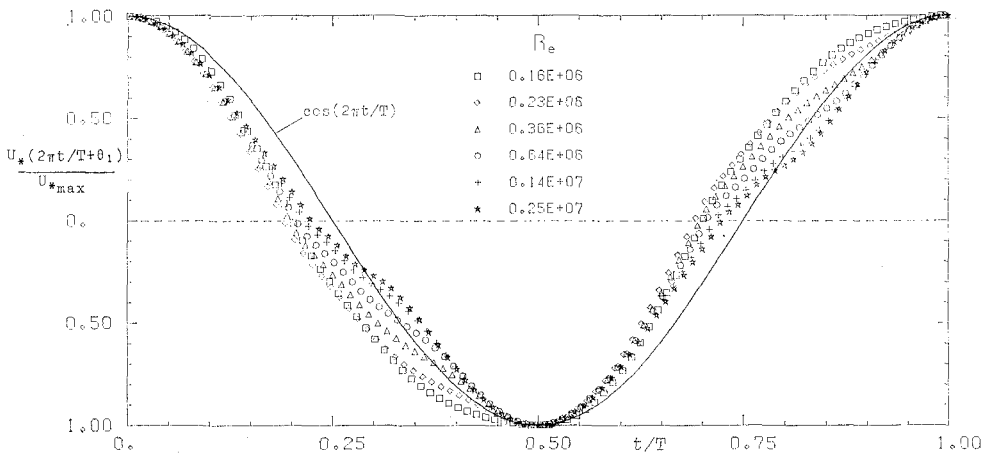


Fig. 10 Phase Shifted Shear Velocity

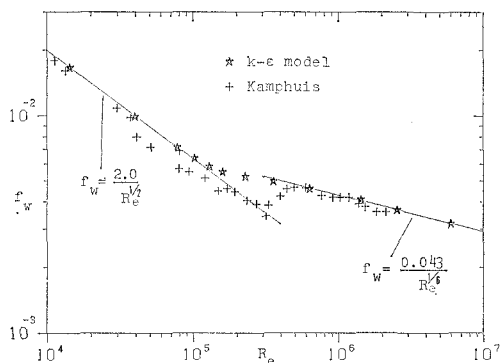


Fig. 11 Smooth Bed Friction Factor

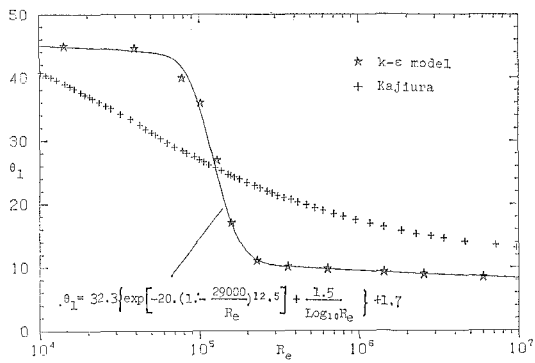
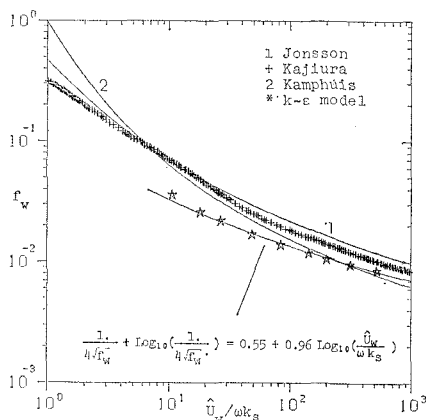
Fig. 12 Smooth Bed Phase Shift "θ₁"

Fig. 13 Rough Bed Friction Factor

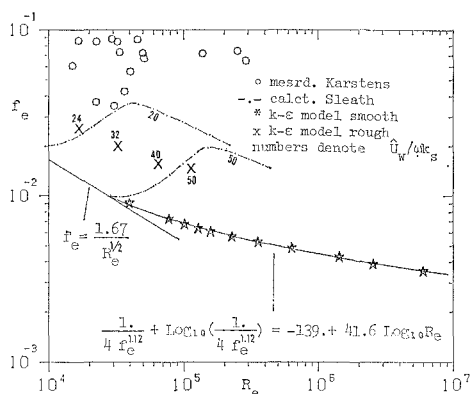


Fig. 14 Wave Energy Dissipation Factor

ルギーの分布を正しく表現出来ていないのであろう。

しかし、高レイノルズ数になると、結果は良好である。

3-8 波高減衰係数

滑面及び粗面に対し、波高減衰係数をもとめ、図—14に示す。滑面では Sleath (1984) の曲線と一致する。

粗面の場合には、 $k-\varepsilon$ モデルの計算値は4点のみで、明確な結論は出せないが、Sleath (1984) の提案するものに似た値をえている。なお、図中の数字は $\bar{U}_w/\omega k_s$ の値である。

4. 結 論

$k-\varepsilon$ モデルによる検討を行った。摩擦係数、波高減衰係数などの計算結果は近似式にまとめて、それぞれ関連する図中に示して置いた。この手法は有効ではあるが、 ξ の形など非定常流に適用するためには更に検討すべき事項も残されている。

引用文献

- 1) Chien, K. Y.: Prediction of channel and boundary layers flows with a low-Reynolds number turbulence model, AIAA J., Vol. 20, No. 1, pp. 33~38, 1982.
- 2) Hayashi, T. and M. Ohashi: A dynamical and visual study on the oscillatory turbulent boundary layer, Turbulent Shear Flows, Springer Verlag, 1982.
- 3) Hino, M. et al.: Experiments on the turbulence statistics and the structure of a reciprocating oscillatory flow, J.F.M., Vol. 131, pp. 363~400, 1983.
- 4) Jonsson, I. G.: Measurements in the turbulent wave boundary layer, Proc. 10th Congress, IAHR, pp. 85~92, 1963.
- 5) Kajiura, K.: A model of the bottom boundary layer in water waves, Bull. Earthquake Res. Inst., Vol. 46, pp. 75~123, 1968.
- 6) Kamphuis, J. W.: Friction factors under oscillatory waves, Proc. ASCE, WW2, 101, pp. 135~144, 1975.
- 7) Patel, V. C.: Evaluation of turbulence models for near-wall and low-Reynolds number flows, Proc. Third Symp. Turbulent Shear Flows, Davis, pp. 1.1~1.3, 1981.
- 8) Sleath, J. F. A.: Sea Bed Mechanics, Wiley, 1984.