

砕波帯における戻り流れについて

土屋義人*・山下隆男**・植本 実**

1. 緒 言

海浜流に関しては、最近種々の理論的検討のほか、現地観測が行われて、その実態が究明されてきた。その中で、砕波による質量輸送に対する補償流としては、従来離岸流として取扱われてきたが、二次元海浜においても生じる戻り流れ (undertow) が注目されるようになってきた。1940年 Bognold¹⁾ によって観測されたこの流れについては、その後観測のみならず、流速計の進歩に伴って実験的にその構造が究明されつつある。

Svendsen ら²⁾ によれば、砕波帯は砕波直後の領域とそれ以後砕波を継続しながら、乱れへ移行する過程の領域とに分けられ、それぞれ outer および inner region といわれる。1984年、Svendsen³⁾ は、運動量方程式を用いて戻り流れの流速分布を理論的に求め、このうち後者に対して、これが砕波による質量輸送と wave set-up にによって表されることを明らかにしている。

本研究では、Svendsen³⁾ の研究に基づいて、戻り流れの流速分布を理論的に表示するため、trough level における境界条件を新たに導入して、その理論を修正する。その流速分布は、Stive ら⁶⁾ の実験結果と比較して、Svendsen³⁾ の表示と対比される。

2. 基礎方程式

砕波帯における二次元の流れを対象とすれば、図-1のような座標系において、まず x -方向の運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_0}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 u および w は水平および鉛直流速成分、 τ_0 は粘性せん断応力および p は圧力である。砕波帯内の流れを organized, periodic および unorganized, residual 成分の和として次式のように表す。

$$\left. \begin{aligned} u(x, z, t) &= \bar{u}(x, z, t) + u'(x, z, t) \\ w(x, z, t) &= \bar{w}(x, z, t) + w'(x, z, t) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

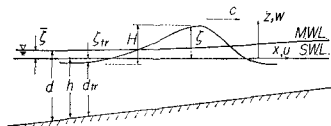


図-1 砕波帯における座標系

このうち、前者については、さらに平均流と periodic 成分とに分けて、次式で表す。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}(x, z, t) &= \bar{u}_p(x, z, t) + U(x, z) \\ \bar{w}(x, z, t) &= \bar{w}_p(x, z, t) + W(x, z) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 W は存在しないものとし、 U が戻り流れの流速となる。 τ_0 を省略し、これらの表示を式 (1) に代入し、一周期平均をとれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{u}_p + u' + U) + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}_p + u' + U)^2 \\ + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{u}_p + u' + U)(\bar{w}_p + w') = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}' &= 0, \quad \bar{u}_p \bar{U} = 0, \quad \bar{u}' \bar{U} = 0, \quad \bar{u}_p \bar{w} = 0, \\ \bar{U} \bar{w}' &= 0, \quad \bar{U} \bar{w}_p = 0, \quad \bar{u}_p + \bar{U} = 0, \quad \bar{u}_p u' = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

を仮定すれば、式 (4) は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}_p^2 + \bar{u}'^2 + U^2) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{u}_p \bar{w}_p + \bar{u}' w') \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial z}(\bar{w}_p^2 + \bar{u}'^2) + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}_p \bar{w}_p + \bar{u}' w') \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + g \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、同様な方法で得られた z -方向の方程式も付加してあるが、左辺第 2 項は第 1 項に比べて省略される。

式 (6) において、圧力項を消去すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2}{\partial x \partial z}(\bar{u}_p^2 + \bar{u}'^2 + U^2) + \rho \frac{\partial^2}{\partial x \partial z}(\bar{u}'^2 - \bar{w}'^2) \\ = -\rho \frac{\partial^2}{\partial z^2}(\bar{u}_p \bar{w}_p + \bar{u}' w') \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

** 正会員 工修 京都大学助手 防災研究所

*** 正会員 工修 日本工営株式会社 第 1 土木技術部

ここで、戻り流れの基礎方程式を考えるに当たって、さらに次の仮定を行う。

1) 前述した organized, periodic 成分においては、 $\rho u_p w_p \ll \rho u' w'$ とし、この Reynolds 応力を通常のように、 $-\rho u' w' = \rho \nu_t \partial \bar{u} / \partial z = \rho \nu_t \partial U / \partial z$ と表す。ここに、 ν_t は渦動粘性係数とする。

2) 乱れによる運動量束の寄与を表す左辺第2項も、便宜的に同様に表すこととして、 $-\rho(\bar{u}^2 - \bar{w}^2) = \rho \nu_t \partial \bar{u} / \partial x = \rho \nu_t \partial U / \partial z$ とし、その係数も同一と仮定する。

このような実用的な仮定に、さらに渦動粘性係数 ν_t が一定であるとすれば、式(7)は z について積分でき、次のように表される。

$$\begin{aligned} & \left(\rho \nu_t \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \rho \nu_t \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) \\ &= \rho \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}_p^2 - \bar{w}_p^2) + \rho \frac{\partial}{\partial x} (U^2) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho g \bar{\zeta}) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 $\bar{\zeta}$ は平均水面の上昇、すなわち wave set-up である。

次に、戻り流れにおける質量保存則について考える。簡単のために、伝播に伴う砕波の波形の変化は十分小さいとして、流量束 I を次式で表す。

$$I = \int_{-h}^{\bar{\zeta}} \rho u dz = \rho c (\bar{\zeta} - \bar{\zeta}_t) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 c は波速である。二次元の流れの場を考えているので、次式が成立しなければならない。

$$\int_{-h}^{\bar{\zeta}} u dz = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

岸向きの流れは、砕波に依存し、主として砕波の峯から谷の間で起こる。Svendsen⁸⁾ は運動量およびエネルギー保存則において、砕波に伴う surface roller が重要な役割を果たすことを示している。砕波の前面における著しく乱れた領域においては、砕波の伝播に伴って多量の海水が岸側に輸送されることになる。その輸送量は Stokes drift Q として、次式で与えられる。

$$Q \equiv \int_{\zeta_{tr}}^{\bar{\zeta}} u dz \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 ζ_{tr} は図-1に示したように trough level を表すので、式(11)は次式のように変形される。

$$\int_{-h}^{\zeta_{tr}} u dz = \int_{-h}^{\zeta_{tr}} U dz = U_m d_{tr} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 d_{tr} は trough level から海底までの距離である。これらの諸式によって、質量保存則は、結局、次式で表される。

$$\int_{-h}^{\zeta_{tr}} U dx = -Q \quad \dots\dots\dots (13)$$

3. 戻り流れの流速分布

前述した基礎方程式に基づいて、戻り流れの流速分布

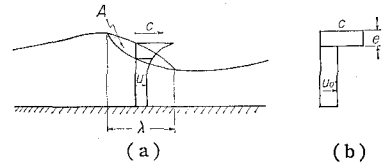


図-2 戻り流れの流速分布の仮定

を求めるためには、式(7)の右辺第1項、式(11)の U_m および Stokes drift を評価しなければならない。すでに Svendsen⁸⁾ によって、これらの表示は砕波による水粒子速度との関係で与えられている。すなわち、図-2(b)に示すように、砕波による岸向きの流れを表し、surface roller は波速 c で伝播するものとし、その鉛直分布は考慮せず、岸向きであると仮定し、その下方では一様流速 u_0 で岸向きであるとする。このようなモデル化によって、前述した諸量は次のように表される。まず、流速束 Q は次式のように表される。

$$Q = \int_{\zeta_{tr}}^{\bar{\zeta}-\bar{e}} u dz + \int_{\bar{\zeta}-\bar{e}}^{\bar{\zeta}} c dz = c \bar{e} + u_0 (\bar{\zeta} - \bar{e} - \zeta_{tr}) \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $\bar{e}$ は次式で定義される。

$$\bar{e} = \frac{1}{T} \int_0^T e dt \sim \frac{1}{Tc} \int_0^2 e dx \quad \dots\dots\dots (15)$$

ただし、 λ は surface roller の長さである。Roller の大きさ A は、

$$A \equiv \int_0^2 e dx \quad \dots\dots\dots (16)$$

によって表されるので、式(15)は次式のようになる。

$$\bar{e} = \frac{A}{Tc} = \frac{A}{L} \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 L は波長、 ζ および ζ' をそれぞれ静水面および平均水面からの距離として、

$$\zeta' = \zeta - \bar{\zeta} \quad \dots\dots\dots (18)$$

で、 $\bar{\zeta}' = 0$ である。これらを用いて、式(14)の右辺を

$$\begin{aligned} u_0 (\bar{\zeta} - \bar{e} - \zeta_{tr}) &= c \left(\left(\frac{\zeta'}{h} \right)^2 d_{tr} + \bar{e} \frac{\zeta_{tr}}{h} \right) \\ &+ O \left(\left(\frac{\zeta'}{h} \right)^3 \right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (19)$$

のように表せば、流速束 Q は、結局、次式となる。

$$Q = c \left\{ \left(\frac{\bar{e}}{h} + \left(\frac{\zeta'}{h} \right)^2 \right) d_{tr} + O \left(\left(\frac{\zeta'}{h} \right)^3 \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで、

$$B_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{\zeta}{H} \right)^2 dt \quad \dots\dots\dots (21)$$

を定義すれば、式(20)はさらに次式のように表される。

$$\begin{aligned} Q &= c \frac{H^2}{h} \left(B_0 + \frac{A}{H^2} \frac{h}{L} \right) \frac{d_{tr}}{h} + O \left(\left(\frac{\zeta}{h} \right)^3 \right) \\ &\dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

一方、 u_0 は periodic 成分 $\bar{u}$ と定常項 U_m とに分けられるので、

$$u_0 = \bar{u} + U_m \quad \dots\dots\dots (23)$$

と表されるが、これは次のように変形される。

$$u_0 = c \frac{(\zeta - e)}{h} \left(1 - \frac{\zeta}{h} + \left(\frac{\zeta}{h} \right)^2 - \dots \right) \quad \dots\dots\dots (24)$$

当然、 $\bar{u}=0$ であるから、式 (23) および (24) を一周平均すれば、次式のように表される。

$$U_m = -c \left(\frac{H}{h} \right)^2 \left(B_0 + \frac{A}{H^2} \frac{h}{L} \right) d_{tr} + O \left(\left(\frac{\zeta}{h} \right)^3 \right) \quad \dots\dots\dots (25)$$

したがって、 $u_w = u_p + u'$ は次式のようになる。

$$u_w = c \frac{\zeta'}{h} - c \frac{\zeta' - \zeta'^2}{h^2} - c \frac{e - \bar{e}}{h} + \dots \quad \dots\dots\dots (26)$$

これらの諸式を用いれば、運動量項は次のように表される。

$$\rho(\overline{u_p^2} - \overline{w_p^2}) = \rho \overline{u_p^2} = c^2 \left(\frac{H}{h} \right)^2 B_0 + O \left(c^2 \left(\frac{\zeta}{h} \right)^3 \right) \quad \dots\dots\dots (27)$$

次に、渦動粘性係数 ν_t をどう評価するか検討しなければならない。一般に、これは底面効果としての ν_b と砕波による乱れの効果 ν_u に分けられるが、便宜上 図-3 のように鉛直分布を仮定すれば、渦動粘性係数 ν_t は

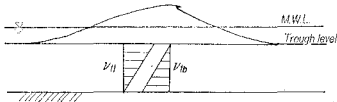


図-3 渦動粘性係数の仮定

鉛直方向に一定であると考えられる。詳細な検討はたとえば Deigaard ら⁴⁾ の研究を参考にすべきかも知れないが、ここでは簡単のため一定であると仮定しておく。また bore についての研究を参考にすれば、次式のように仮定される。

$$\nu_t = \kappa(u_1 - u_0)(h_1 - h_0) \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここに、 (h_0, u_0) および (h_1, u_1) はそれぞれ bore の前後における諸量であり、また κ は係数である。図-2 (a) を参考にすれば、 $u_1 - u_0 \approx c$ および $h_1 - h_0 = H$ と仮定できるので、式 (28) は次のように表される。

$$\nu_t = \kappa c H \quad \dots\dots\dots (28')$$

さて、式 (7) を解くためには必要な境界条件を与えなければならない。Svendsen³⁾ はまず trough level 以下の平均の運動量束が式 (12) で表される trough level 以上のそれと平衡するという境界条件を与えたが、これは釣合関係として与えてよいであろう。そして、第2の境界条件として、海底における流速 U_b を考え、境界層外縁における質量輸送として与えた。しかし、これは長波としての極限を考えると、

$$\frac{U}{c} \Big|_{z=h} \rightarrow \frac{U_b}{c} = \frac{3}{16} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (29)$$

となるが、柴山ら⁵⁾によると、砕波帯においては境界層はそんなに発達しないとして、むしろ $U_b \approx 0$ が仮定さ

れた。このように、両者の研究では、根本的な相違がとくに海底近くについて存在するので、ここでは次のように仮定する。戻り流れの流速の鉛直分布は海底の流速によっては決定されるものではなく、trough level 上の運動に依存するものとする。前述したように、この領域における砕波による運動量は峯と谷との間に集中するので、強風などの作用がなければ、その運動量の減少は次式で近似的に与えられる。

$$S = \dot{M} = \dot{E}/c \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここに、 S は trough level における平均のせん断応力として考えられ、 M は運動量で $\dot{M} = \partial M / \partial t$ である。この領域に作用する Reynolds 応力を S とすれば、浅水近似において、式 (30) は trough level で次のように表される。

$$S = \rho \nu_t \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\partial M}{\partial t} \sim c \frac{\partial M}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (31)$$

ここに、質量束 M は次式で与えられる。

$$M = \int_{\zeta_{tr}}^{\zeta} \rho u dz = \rho Q \quad \dots\dots\dots (32)$$

ここに、 ρQ は surface roller による岸向きの質量輸送として式 (20) で表されている。式 (31) を式 (13) に代入することによって、第2の境界条件は次のように表される。 $z = \zeta_{tr}$ において、

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{c}{\nu_t} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (33)$$

さらに、式 (13) を解くためには、 x についての境界条件を対象とする領域点において与えなければならない。その1つは、砕波が汀線に近づくとき、roller に伴う質量輸送も減少し、そこで $U(z)=0$ となるだろうが、いま1つの条件は outer region と inner region の境界、または近似的に砕波点で与えられるかも知れない。いずれにしても、このような平均操作に対応させた詳細な実験にまたなければならない。したがって、ここでは式 (13) の右辺第2項を省略して、Svendsen³⁾ と同様に一樣な inner region における戻り流れの流速分布を求めるとにする。そうすれば、解くべき基礎方程式は次式となる。

$$\rho \nu_t \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial x} \rho (\overline{u_p^2} - \overline{w_p^2}) + \frac{\partial}{\partial x} \rho (U^2) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho g \bar{\zeta}) \quad \dots\dots\dots (34)$$

これは基本的には Svendsen が用いた方程式と同じであるが、与えるべき境界条件が相違する。式 (34) において、 $U^2 \ll u_p^2$ と仮定すれば、右辺の諸項はすべて前述した表示によって x のみ関係として表されているので、これを z について2回積分すれば、次式が得られる。

$$U(z) = \frac{\partial M_r}{\partial x} \int \frac{z}{\nu_t} dz + C_1(x) \int \frac{dz}{\nu_t} + C_2(x) \quad \dots\dots\dots (35)$$

ここに, $M_r = \rho(u_p^2 - w_p^2) + \rho g \bar{\zeta}$, および $C_1(x)$ および $C_2(x)$ は前述した境界条件によって決定される. 式 (12) および (33) を用いると, 戻り流れの流速分布は次式で表される.

$$U(z) = \frac{1}{2\rho\nu_t} \frac{dM_r}{dx} z^2 - \left(c \frac{dQ}{dx} + \zeta_{tr} \frac{dQ}{dx} \right) \frac{z}{\nu_t} - \frac{1}{\rho d_{tr}} \left\{ \frac{dM_r}{dx} \int_{-h}^{\zeta_{tr}} \frac{z^2}{2\nu_t} dz - \left(c \rho \frac{dQ}{dx} + \zeta_{tr} \frac{dM_t}{dx} \right) \int_{-h}^{\zeta_{tr}} \frac{z}{\nu_t} dz \right\} + U_m \dots (36)$$

この表示から明らかなように, 戻り流れの流速分布は放物分布であり, そこに含まれた第1, 2および3項はいずれも水深のみの関係として与えられ, また第4項は定数である. そして, これらはすべて砕波波高と水深によって表されているので, 結果的には inner region の水深によって計算されることになる.

4. 数値計算結果と実験値との比較

前述した戻り流れの表示を具体的に数値計算して, Svendsen⁹⁾ による理論曲線のみならず, Stive⁹⁾ らによる実験値と比較する. その実験条件は表-1に示すようである. ここに, d は set-up d_{tr} を含んだ水深, d_b は砕波水深および H は波高である. この結果によれば, 式 (29) における係数 $x=0.01$ とし, $\nu_t=0.01cH$ とする. 式 (20) で定義されたパラメータは戻り流れの流速分布を規定する重要な指標であるが, これは図-4のように実験的に与えられている. また, 式 (16) における roller の大きさ A は, Svendsen によって次式のように表され

表-1 実験条件 (Stive ら⁹⁾ による)

d/d_b	H (m)	d (m)	d_{tr} (m)
0.88	0.119	0.185	0.154
0.76	0.090	0.164	0.131
0.65	0.070	0.144	0.110
0.53	0.061	0.123	0.090
0.41	0.046	0.100	0.073

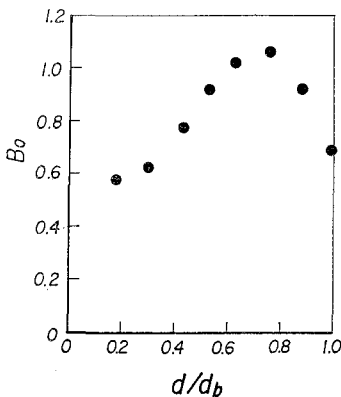


図-4 パラメータ B_0 の d/d_b による変化

ている.

$$A \doteq 0.9H^2 \dots (37)$$

さらに, 砕波の波速は実用上,

$$c \doteq (gh)^{1/2} \dots (38)$$

で表わし, また次式を仮定する.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dB_0}{dx} &\doteq -1.7B_0 \\ \frac{dH}{dx} &\doteq -0.20 \end{aligned} \right\} \dots (39)$$

このように仮定した諸量を用いて, 新しく導入した式 (33) の境界条件のもとに計算した式 (34) の理論曲線と実験値とを比較した結果を図-5に示す. 図中には, 比較のために, Svendsen⁹⁾ による理論曲線も図示してあるが, これから次のことがわかる. 全体的な傾向としては, d/d_b の値が大きい領域, すなわち砕波点に近いところでは, 両理論曲線にはかなり大きな相違があるが,

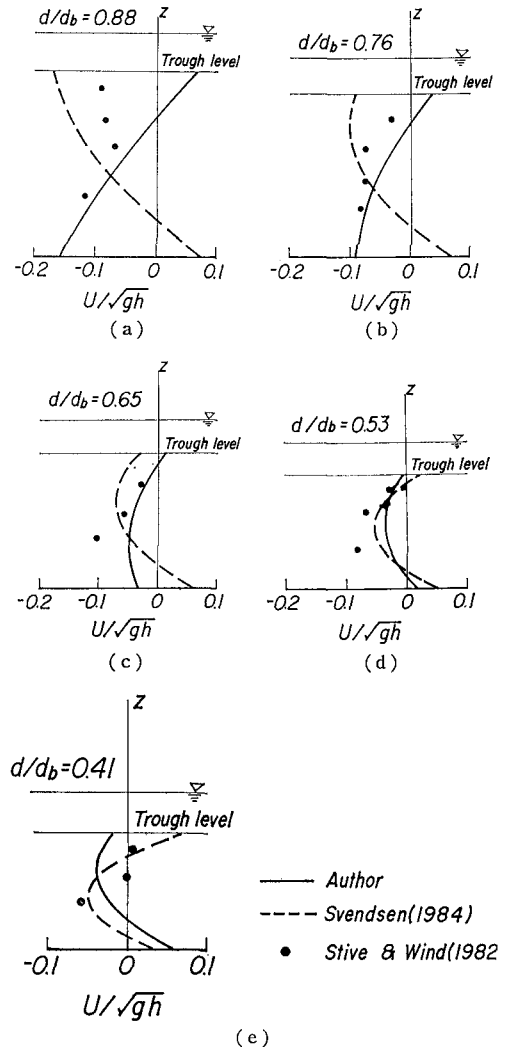


図-5 戻り流れの流速分布の理論曲線と実験値との比較

これは前述した境界条件の与え方によるものと思われる。実験値が十分でないので、その適用性を確かなものとすることは困難であるが、いずれかといえば式 (33) を用いた理論曲線の方が実験値に近い傾向を示しているといえよう。

一方、 d/d_0 の値が小さくなると、両理論曲線はよく似た傾向を示すが、当然のこらながら海底付近の流速分布に相違を見出すことができる。いずれにせよ、実験値と理論曲線はかなりよく一致するので、新しく導入した境界条件の有用性を評価してよいであろう。これらの比較から、 $0.5 < d/d_0 < 0.88$ の範囲では理論曲線は実験値とよく一致するが、 $d/d_0 < 0.5$ になると、Svendsen の理論曲線の方がむしろよく傾向を表している。このことは、この領域になると、沖向きの質量輸送や断面平均流速が非常に小さくなっていることによるためであり、それは流速分布の仮定や式 (39) における係数によるものと思われる。

5. 結 論

以上、戻り流れの流速分布に関する Svendsen の理論に与えるべき境界条件を新しく仮定して、修正した流速分布を求め、実験結果と比較したが、得られた成果は次のように要約される。

(1) 戻り流れの流速分布は碎波の変形のみならず、碎波による渦動粘性係数の評価に依存するが、運動量およ

び質量保存則の適用によって理論的に表示することができる。境界条件を新しく設定して求めた戻り流れの流速分布は実験値とかなりよく一致する。この場合、碎波の変形に対して導入されたパラメータ B_0 を非線形波の理論によって評価すれば、さらにその適用性を高かめることができるであろう。

(2) 本理論では、渦動粘性係数を一定と考えたが、碎波帯の乱れ理論を展開して、その鉛直分布を導入すれば、戻り流れの流速分布をさらに修正することができるであろう。また、水平方向の境界条件を導入できれば、戻り流れの空間分布を求めることも可能となろう。

参 考 文 献

- 1) Bagnold, R. A.: Beach formation by waves; some model experiments in a wave tank, J. Inst. Civil Eng., Vol. 15, pp. 27~52, 1940.
- 2) Svendsen, I. A.: Wave heights and set-up in a surf zone, Coastal Eng., Vol. 8, pp. 303~329, 1984.
- 3) Svendsen, I. A.: Mass flux and undertow in a surf zone, Coastal Eng., Vol. 8, pp. 347~365, 1984.
- 4) Deigaard, R., J. Fredsøre and I. B. Hedegaard: Suspended sediment in the surf zone, J. WPCOE, ASCE, Vol. 112, No. 1, pp. 115~128, 1986.
- 5) 柴山知也・樋口雄一・岡安章夫: パックウォッシュと巻き碎波による碎波帯内流速場の構造, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp. 65~69, 1985.
- 6) Stive, M. L. F. and H. D. Wind: A study of radiation stress and set-up in nearshore region, Coastal Eng., Vol. 6, pp. 1~25, 1982.