

有限要素法による箱型係留浮体の動揺解析

今井 貫爾*・利穂 吉彦**・秋山 義信**・高橋 俊彦***

1. ま え が き

大水深海域の利用が進むに従い、各種の浮遊式構造物が建造されるようになって来た。また、大規模海洋構造物では、施工時に浮遊状態となることが多い。従って、これらの構造物を安全でかつ経済的なものとするためには、浮体に働く力を精度良く評価し、浮体の動的応答を事前に予測する必要がある。

浮体に働く自然環境外力としては、波、流れ、風があるが、後2者が、抗力係数を用いて、浮体が存在しない状態での流速あるいは風速の2乗に比例する量として比較的簡単に扱われることに對し、動揺中の浮体に働く波力は、浮体運動と密接な関係があるために浮体表面上の境界条件を満たす境界値問題として扱われる。この境界値問題の解析法としては、船舶を対象とした多重極展開法¹⁾、矩形及び軸対称浮体を対象とした領域分割法²⁾、並びに任意形状浮体を対象とした境界積分法³⁾、有限要素法等がある⁴⁾。境界積分法は、グリーン関数を用いて流体内部の支配方程式を浮体表面上の積分方程式に帰着させて解く手法であるが、無限領域を扱い易く、メッシュ分割が構造物表面上のみで良いという利点から、この分野における汎用的解析法として用いられることが多い。但し、境界積分法は、基本的に一樣水深海域を前提とすると共に、完全没水型でない構造物を対象とする場合、数学的に解が一意的に定まらない特別の条件 (irregular frequency) が存在する等の短所を有する⁵⁾。

一方、有限要素法ではこのような欠点は無いものの、無限領域の取扱いに工夫を要する。阪東ら⁶⁾は、固定構造物に働く波力 (diffraction 問題) を対象とし、無限要素を導入した有限要素法が有力な解析法として用いることができることを示した。本報では、有限要素法による浮体動揺中の流体場 (radiation 問題) の解析法を紹介し、土木構造物に多く見られる箱型浮体を対象として、各種解析法との比較検討を行う。また、浮体の共振周期近傍における波浪応答を解析するために、有限要素法解

析で求められた非粘性流体力に造渦減衰力としての粘性流体力を加味した非線型浮体運動方程式を時間領域で解く手法を示し、3次元水理実験結果との比較検討を行う。

2. 解 析

流体は非粘性、非圧縮、非回転とし、速度ポテンシャル Φ の存在を仮定する。剛体浮体の運動は、任意の1点 (通常は浮体重心に取りられる) の6成分の変動量 X_j により記述される。規則波による浮体の運動成分 X_j 及び速度ポテンシャルは、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} X_j(t) &= R_0 [x_j \exp(-i\omega t)] \quad (j=1\sim6) \cdots \cdots (1) \\ \Phi(x, y, z, t) &= R_0 [\phi(x, y, z) \exp(-i\omega t)] \\ &= R_0 \left[(\phi_0 + \phi_1 + \sum_{j=1}^6 x_j \phi_j) \exp(-i\omega t) \right] \\ &\cdots \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

ここに、 ϕ_0 , ϕ_1 は入射波及び固定状態の浮体により生じる diffracted wave の速度ポテンシャルの複素振幅、 ϕ_j ($j=1\sim6$) は浮体が方向に単位振幅振動した時に生じる radiated wave の速度ポテンシャルの複素振幅、 ω は入射波の角周波数である。

波浪による浮体の動揺解析は、浮体動揺時の流体場の解析と、浮体運動方程式の解法の2段階に分類して考えられる。

2.1 有限要素法による浮体動揺中の流体場の解析

解析領域を、図-1に示すように内部領域 Ω_1 と外部領域 Ω_2 に分けて考える。内部領域では、任意形状浮体及び任意海底地形を扱うために3次元解析を行うが、外部領域では2次元解析を行う。

内部領域において速度ポテンシャルが満たすべき基礎

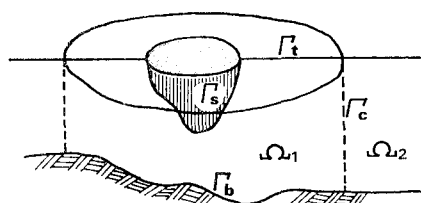


図-1 解析領域

* 工博 鹿島建設技術研究所
** 正会員 工修 鹿島建設技術研究所
*** 正会員 理修 鹿島建設(株)情報システム部

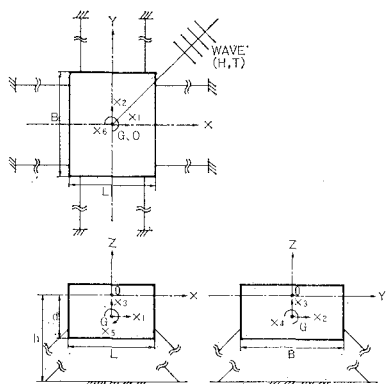


図-2 座標系と記号の定義

方程式は以下の通りである。

$$\Delta\phi_j=0 \quad (j=0\sim7) \text{ in } \Omega_1 \cdots (3)$$

$$\partial\phi_j/\partial z - (\omega^2/g)\phi_j=0 \quad (j=0\sim7) \text{ on } \Gamma_t \cdots (4)$$

$$\partial\phi_j/\partial n=0 \quad (j=0\sim7) \text{ on } \Gamma_b \cdots (5)$$

$$\partial\phi_7/\partial n = -\partial\phi_0/\partial n \quad (j=0\sim7) \text{ on } \Gamma_s \cdots (6)$$

$$\partial\phi_j/\partial n = V_n \quad (j=1\sim6) \text{ on } \Gamma_s \cdots (7)$$

$$\phi_j=\phi_j^* \quad (j=0\sim7) \text{ on } \Gamma_e \cdots (8)$$

$$\partial\phi_j/\partial n = -\partial\phi_j^*/\partial n \quad (j=0\sim7) \text{ on } \Gamma_e \cdots (9)$$

ここで、 Ω_1 は内部領域、 Γ_t は自由表面、 Γ_b は海底面、 Γ_s は浮体表面、 V_n は物体の振動速度の n 方向成分、 n は面に垂直なベクトル、 k は波数、 ϕ^* は外部領域における速度ポテンシャルの複素振幅である。

外部領域では、速度ポテンシャルの水深方向の変化を cosh 型として Berkhoff の理論を用いて 2 次元問題として扱う。基礎方程式は、式 (8), (9), (11), (12) で表わされる。

$$\phi_j^*(x, y, z) = \phi_j(x, y) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad \cdots (10)$$

$$\text{div}(C \cdot C_g \text{grad } \phi_j) + (C_g/C)\omega^2 \phi_j = 0 \quad (j=0\sim7) \text{ in } \Omega_2 \quad \cdots (11)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r}(\partial\phi_j/\partial r - ik\phi_j) = 0 \quad (j=1\sim7) \quad \cdots (12)$$

ここに、 ϕ_j は静水面上の速度ポテンシャルの複素振幅、 C は波速、 C_g は群速度である。

上記基礎式に対して、汎関数は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} II = & \int_{\Omega_1} \frac{1}{2} (\text{grad } \phi_j)^2 d\Omega - \int_{\Gamma_t} \frac{\omega^2}{2g} \phi_j^2 d\Gamma \\ & - \int_{\Gamma_s} V_n \phi_j d\Gamma \quad \left(\text{or } + \int_{\Gamma_s} \frac{\partial\phi_0}{\partial n} \phi_j d\Gamma \right) \\ & + \int_{\Omega_2} \frac{1}{2} \left\{ CC_g (\text{grad } \phi_j)^2 - \frac{C_g}{C} \omega^2 \phi_j^2 \right\} d\Omega \quad \cdots (13) \end{aligned}$$

式 (13) の停留条件を導き、要素内の未知量 ϕ_j を形状関数と各節点上の未知パラメータで表わし、有限要素法による定式化を行う。なお、外部領域には、形状関数が指数的に減衰する項を含む無限要素^{7), 8)}を用いた。

以上の定式化のもとに、各節点における速度ポテンシ

ヤルが求まり、 ϕ_0, ϕ_7 より波強制力、 $\phi_1 \sim \phi_6$ より流体力係数(付加慣性力係数、造波減衰力係数)が算出される。

2.2 浮体の運動方程式

剛体浮体の運動は、次式で表わされる 6 自由度の連立 2 階微分方程式を解くことにより求められる。

$$[M_{ij} + m_{ij}]\{\ddot{X}_j\} + [N_{ij}]\{\dot{X}_j\} + [C_{ij}]\{X_j\} + \{F_i^V(\dot{X})\} + \{F_i^M(X)\} = \{F_i^E\} \quad \cdots (14)$$

ここで、 M_{ij} : 浮体の質量・慣性モーメント、 m_{ij} : 付加慣性力係数、 N_{ij} : 造波減衰力係数、 C_{ij} : 静水圧による復元力係数、 F_i^V : 粘性流体力、 F_i^M : 係留反力、 F_i^E : 波強制力であり、 $[]$ は 6×6 の係数行列、 $\{ \}$ は 6 元 of the vector を表わす。

係数行列は、浮体の運動方程式を立てる点(回転中心)に依存するものであるが、以後回転中心は浮体重心にとることとする。

M_{ij} , C_{ij} は、浮体の形状、質量分布により定まる。箱型浮体の場合、 $M_{11}=M_{22}=M_{33}=M$, $M_{44}=I_{xx}$, $M_{55}=I_{yy}$, $M_{66}=I_{zz}$, $C_{33}=\rho g L B$, $C_{44}=\rho g L B d \overline{GM}_x$, $C_{55}=\rho g L B d \overline{GM}_y$ となり、他の成分は 0 となる。ここで、 M は浮体質量、 I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} は、それぞれ x , y , z 軸回りの慣性モーメント、 $\overline{GM}_x$, $\overline{GM}_y$ は、 x 及び y 軸回りのメタセンター高、 ρ は浮体密度、 L , B , d は、浮体長さ、幅、吃水である(図-2)。

m_{ij} , N_{ij} , F_i^E は、有限要素法による解析結果より算定される。なお、 m_{ij} , N_{ij} は対象マトリックスとなる。

浮体の水平軸回りの成分の共振点近傍では、流体の粘性流体力 F_i^V を考慮する必要がある。粘性の寄与分は、一般に浮体形状に依存するが、任意形状浮体に対する粘性流体力の解析法は確立されておらず、多くの場合水理実験により評価されている。ここでは、山下ら⁹⁾の扱いに従い、Kirchhoff の死水モデルを用いて、浮体回転成分の 2 乗に比例する造波減衰力として考える。

$$F_i^V(X) = [N_{ij}]\{\dot{X}_j\} \quad (i=j=4 \text{ or } 5) \quad \cdots (15)$$

N_{ij}^V は、浮体の没水部分の形状寸法と浮体重心座標から算定される量である。

係留反力 F_i^M は、係留系が変位に対して線形な場合、次式で表わされる。

$$F_i^M(X) = [K_{ij}]\{X_j\} \quad (i, j=1\sim6) \quad \cdots (16)$$

K_{ij} は、それぞれの係留取り付け位置及び係留バネ定数 k_{lm} (m 方向の変位に対する l 方向の反力バネ定数)より算定される。

粘性体力を考慮する場合、運動方程式は非線形となるため、Runge-Kutta-Gill 法で時間領域で解いた。

3. 他の解析法との比較

表-1 に示す諸元を有する箱型浮体を対象とし、有限要素法による 3 次元解析結果を、境界積分法による 3 次

元解析結果¹⁰⁾並びに領域分割法²⁾による2次元解析結果と比較することにより、本解析法の精度並びに現象の3次元性に関する検討を行った。図-3に有限要素法で用いたメッシュ図を示す。

図-4(a)~(c)に、上記の3種法による無次元波強制力 $\bar{F}_i$ 、無次元付加慣性力係数 $\bar{m}_{ij}$ 、無次元造波減衰力係数 $\bar{N}_{ij}$ の算定結果を示す。横軸は、無次元周波数 ξ_B ($=(\omega^2/g) \cdot (B/2)$) である。

これより、有限要素法と境界積分法による3次元解析結果が良く一致することが分かる。また、箱型浮体に入射波が直角方向から作用する場合と領域分割法による2次元解析で扱う場合には、heave に関する波強制力 F_3 、付加質量 m_{33} 、造波減衰係数 N_{33} がいずれも過大に評価される傾向にあることが分かる。強制波力が浮体動揺の応答倍率に影響し、付加慣性力係数が共振周波数、造波減衰力係数が共振時の応答値に関連するものであることを考えれば、浮体の各運動成分の固有周期にも依存する

が、2次元解析では、heave (X_3) は共振周波数が小さ目となり、共振ピークが顕著でなくなる傾向があること、surge (X_1) 及び pitch (X_5) に関しては、3次元解析とはほぼ同様な傾向にあることが予想される。図-5は、3次元解析と2次元解析の結果を用いて浮

	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = 45^\circ$
F, E, M	●●●	●●●	●●●
B, E, M	△△△	△△△	△△△
領域分割法	×	×	×

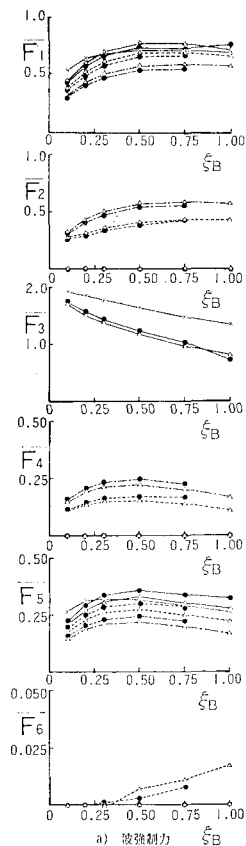


図-4 流体力係数の計算結果

表-1 計算条件

浮体諸元	$L \times B \times d$ (m)	50×50×10
	質量 M (kg)	2.5×10^7
	慣性モーメント (kg・m ²)	$I_{xx} = I_{yy} = 1.21 \times 10^{10}$
	メタセンター高さ (m)	$GM_x = GM_y = 15.8$
	静止時重心座標 (m)	(0.0, 0.0, 0.0)
入射波	波高 H (m)	2.0
	周期 T (sec)	10~30
	波向き θ	0° 30° 45°
	水深 h (m)	20

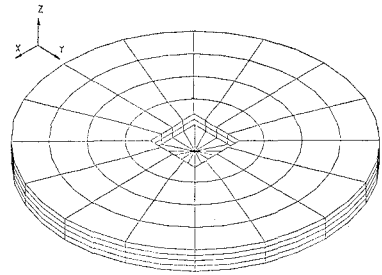


図-3 メッシュ図

体の動揺量を計算した結果である。浮体は係留しておらず、粘性流体力は考慮されていない。この図より、上記の傾向が確認できる。但し、heave に関しても、波強制力、造波減衰の両方が大きくなるため、動揺量としては、2次元解析と3次元解析結果は比較的近い値となっている。しかしながら、動揺中の浮体に働く波力としては、2次元解析の場合、過大な評価になっている可能性があることに留意する必要がある。

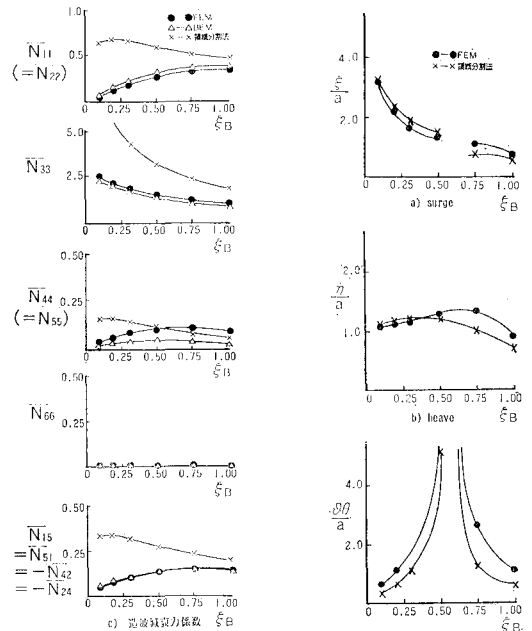


図-5 浮体動揺量計算結果

4. 水理実験による検証

8点係留の箱型浮体の規則波による動揺実験を行い、有限要素法による解析結果と比較し、粘性流体力の評価法について検討した。

実験条件を 表-2 に示す。実験は、平面水槽 ($L \times B \times h = 58 \text{ m} \times 20 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$) を用いて行った。

図-6 (a)~(c) に浮体動揺量 (surge, heave, pitch) に関する実験結果並びに計算結果を示す。計算値としては、有限要素法による3次元解析より求めた波強制力、流体力係数を用いて、(1) 粘性流体力を考慮せずに、線形運動方程式を周波数領域で解いたもの、(2) 粘性流体力を造渦減衰力 (式 (15)) として評価し、非線形運動方程式を時間領域で解いたものが示されている。なお、後者の場合は、入射波高に対して、浮体の応答値は線形とならないために、実験で用いた波高を H とすると $0.5H$, H , $2.0H$ の3ケースについて計算した。

図-6 (b) に示す heave は、pitch と連成しないために、造渦減衰の導入は計算結果に影響しない。heave に関する非粘性流体力による計算結果は、実験値と良い一致を示す。

pitch に関しては、図-6 (c) に示すように、造渦減衰を考慮することにより、共振ピーク値が小さくなる。入射波高としては、 $0.5H$ として計算したものが実験値に最も近い結果となり、若干、減衰力の評価が大き目となる傾向にあるが、共振時における応答を概ね予測することができると考えられる。

surge は pitch と連成しているために、非粘性流体力のみによる解析では、pitch の共振周期近傍で実験値と合わなくなっている。pitch に関する造渦減衰を導入することにより、surge の応答も実験値に近づく傾向があるが、その修正量は pitch に比べて小さい。特に、pitch の共振周期の短周期側で surge は過小評価となっているが、この傾向は、pitch に造渦減衰を入れてもほとんど

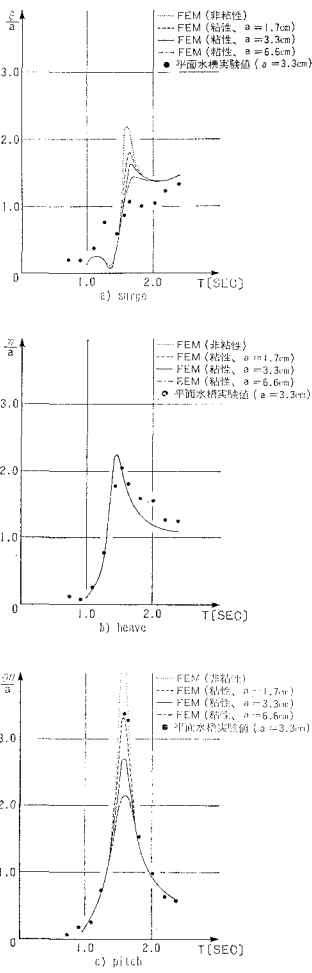


図-6 実験結果と計算結果

変化しない。従って、surge に及ぼす影響を加味した粘性流体力の評価法に関する検討が必要と考えられる。

5. あとがき

有限要素法による浮体動揺中の流体場の解析法を示し、箱型浮体を対象として、境界積分法、領域分割法による流体力の解析結果との比較を行うと共に、3次元水理実験結果による検証を行った。その結果、非粘性流体力の解析法としての有限要素法の精度が確認されると共に、粘性流体力として浮体の回転速度の2乗に比例する造渦減衰を導入し、運動方程式を時間領域で解くことにより、共振点近傍を含む箱型浮体の波浪応答現象を記述することができる等が明らかになった。

有限要素法は、波浪場の解析法として最も汎用性のあるものの一つであると同時に、数学的な不安定性を伴わない実用的な手法である。その短所は、流体領域を3次元メッシュ分割するためのデータ作成労力にあるとされている。しかしながら、昨今のコンピューターの進歩に

表-2 実験条件

模型諸元	$L \times B \times d$ (m)	0.8×1.0×0.30
	質量 M (kg)	243.0
	慣性モーメント ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	$I_{xx} = 1.76 \times 10^1$ $I_{yy} = 1.68 \times 10^1$
	メタセンター高さ (m)	$GM_x = 0.27$ $GM_y = 0.17$
	静止時重心座標 (m)	(+0.00, +0.00, -0.16)
係留系	単位長さ当りの質量 (kg/m)	0.125
	初期張力 (N/本)	0.36
	バネ定数 (N/m)	$K_{xx} = 21.66$ $K_{xz} = 6.96$ $K_{zx} = 8.77$ $K_{zz} = 5.00$ (± 0.40 , ± 0.35 , -0.16)
	取り付け位置座標 (m)	(± 0.23 , ± 0.50 , -0.16)
	波高 (m)	0.067
入射波	周期 (sec)	0.73~2.37
	向き	浮体軸に直角方向
	水深 (m)	1.0

伴う自動メッシュ分割機能の拡充を鑑みるに、この分野における今後の有力な解析法となり得ると考えられる。

参 考 文 献

- 1) Grim, O.: A method of a more precise computation of heaving and pitching motions both in smooth water and in waves, Proc. 3rd Symp. Navel Hydrodynamics, 1960.
- 2) 井島武士・田淵幹修・湯村やす: 有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形, 土木学会論文集, 202, 1972.
- 3) Garrison, C. J.: Hydrodynamic loading of large offshore structures; three dimensional source distribution method, Numerical Methods in Offshore Engineering, edited by O. C. Zienkiewicz et al., Wiley, pp. 87~140, 1978.
- 4) 原平八郎: 有限要素法による海洋構造物の波浪応答解析——無限要素および境界積分要素の適用——, 第26回海岸工学講演会論文集, pp. 476~479, 1979.
- 5) Ursell, F.: Irregular frequencies and the motion of floating bodies, J. Fluid Mech., Vol. 105, pp. 143~156, 1981.
- 6) 阪東浩造・相河清実・利穂吉彦: 有限要素法による波力解析, 第31回海岸工学講演会論文集, pp. 601~605, 1984.
- 7) Zienkiewicz, O. C., P. Bettess and D. W. Kelly: The finite element method for determining fluid loadings on rigid structures two- and three-dimensional formulations, Numerical Methods in Offshore Engineering, edited by O. C. Zienkiewicz et. al., Wiley, pp. 141~183, 1978.
- 8) Bettess, P. and O. C. Zienkiewicz: Diffraction and refraction of surface waves using finite and infinite elements, Int. J. Numerical Methods in Engineering, Vol. 11, pp. 1271~1290, 1977.
- 9) 山下誠也・片桐徳二: 浅喫水箱型浮体の横揺れに関する系統的实验結果, 西部造船協会会報, 第60号, pp. 77~86, 1980.
- 10) 日本造船研究協会: 箱型海洋構造物の運動特性及び係留システムに関する研究, 第179研究部会報告書, 研究資料 No. 346, 311 p., 1982.