

任意反射率岸壁に非線形係留された船体の不規則動揺解析

清 川 哲 志*・平 山 彰 彦**

1. はじめに

著者らは、これまでに岸壁の反射率が船体の動揺特性におよぼす影響について検討してきた^{1),2)}。そして、岸壁の反射率を下げることは必ずしも船体動揺を低減することにはならず、逆に増幅する場合があることを理論的に示した。また、樫木ら³⁾も著者らとは異なった方法で同様の結果を得ている。岸壁の反射率を下げることによって、実際に船体動揺が増幅される可能性があるとしたら、港内静穏度の確保のための消波岸壁の施工ということをも根本から見直す必要が生じることになり、工学的に重要な意味を持つ。しかし、これまでの結果は、非係留状態にある船体が規則波によって動揺する場合についてのものであり、実際の条件とは異なる。したがって、本報では、入射波を不規則波とし、係留による復元力は変位の方角に対して非対称でかつ変位量に対して非線形であると、このような実際に近い条件下でも、上で述べたようなことが起こるかどうかを理論的に検討することを主な目的とした。

ところで非線形係留された船体に不規則波が入射する場合、船体の運動方程式を解くには逐次積分による時系列解析が必要となるが、この際に、周波数依存性をもつ付加質量および造波減衰をどう取り扱うかが重要となる。これに対し、Cummins⁴⁾ および Ogilvie⁵⁾ は、動揺による時々刻々の流体力が単位インパルス応答に対する量み込み積分の形で表現できることに着目し、この単位インパルス応答が周波数領域における造波減衰係数の逆フーリエ変換として導かれることを明らかにした。Oortmerssen⁶⁾ は、これを遅延関数 (retardation function) と名付け、遅延関数を用いて表した運動方程式を実際の問題に適用して数値的に解いた。この方法は、高木ら⁷⁾ によって従来の方法に比較して実際の現象をより忠実に説明することが指摘されており、樫木ら⁸⁾ によってもその有効性が確かめられている。したがって、本研究でも運動方程式の時間積分にはこの方法を用いることにし、周波数領域での流体力の計算には、岸壁の反射率を考慮

した著者らの方法を用いることにした。以下では、本研究の理論的基礎を示すとともに、数値計算例として、岸壁係留された 10 万トンタンカーの動揺特性におよぼす岸壁の反射率の影響について考察する。

2. 時間領域で記述された運動方程式

(1) 運動方程式

図-1 に示すような任意反射率岸壁前面の 2 次元船体運動を考える。船体動揺は微小変位運動と仮定し、線形理論による解析を行う。このとき時間領域における運動方程式を Cummins⁴⁾ に従って次式のように表す。

$$\sum_{j=1}^3 \left[\{m_{ij} + a_{ij}(\infty)\} \ddot{x}_j(t) + \int_0^t K_{ij}(t-\tau) \dot{x}_j(\tau) d\tau + c_{ij} \dot{x}_j(t) + T_{ij}(x_j(t)) + U_{ij}(x_j(t)) \right] = F_i(t) \quad (i=1 \sim 3) \quad (1)$$

ここに、 x_j : 時刻 t における船体の運動変位で $j=1 \sim 3$ は、各々 sway, heave, roll に対応し、 $\cdot$ はその微分を表す。 m_{ij} : 質量マトリクスの ij 要素、以下同様に、 $a_{ij}(\infty)$: 角振動数 $\omega \rightarrow \infty$ における付加質量係数、 K_{ij} : 遅延関数、 c_{ij} : 静水圧による復元力、 T_{ij} : 係留による復元力、 U_{ij} : フェンダによる復元力、および $F_i(t)$: 波強制力ベクトルの i 要素である。

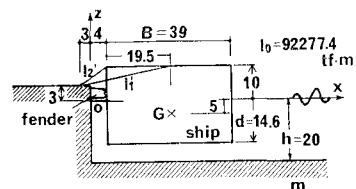


図-1 岸壁前面の 10 万トンタンカーと座標系

(2) 流体反力

式 (1) の $a_{ij}(\infty) \ddot{x}_j(t)$ および量み込み積分で表される流体反力の数学的基礎については、まだ一般的とは言えないので、次に高木ら⁷⁾ に準じ、これらに関する若干の説明を行う。船体に単位インパルス速度、および単位速度を入力したときの発生波のポテンシャルをそれぞれ $\phi_j^{(v)}$ および ϕ_j とすると、一般に両者は次のようなフー

* 正会員 清水建設(株) 大崎研究室

** 正会員 清水建設(株) 技術研究所

リエ変換, 逆変換の関係にある.

$$\phi_j = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_j^{(s)} e^{-i\omega t} dt \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\phi_j^{(s)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_j e^{i\omega t} d\omega \quad \dots\dots\dots(3)$$

単位インパルス運動により船体に働く流体反力 $f_{ij}(t)$ は, 圧力 $p = -\rho \partial \phi_j^{(s)} / \partial t$ (ρ : 流体密度) の各方向成分を, 次式のように船体没水表面 S 上で積分することによって得られる. なお, 添字以外の i は虚数単位, n_i は船体表面上の速度の法線方向成分である.

$$f_{ij}(t) = -\rho \int_S \frac{\partial \phi_j^{(s)}}{\partial t} n_i ds \quad \dots\dots\dots(4)$$

また, よく知られているように, 時間項を $e^{i\omega t}$ とすると, 単位速度振幅を有する調和運動によって生じる流体反力 $g_{ij}(\omega)$ は, 付加質量 $a_{ij}(\omega)$ および造波減衰係数 $b_{ij}(\omega)$ と, 次式によって関係づけられる.

$$g_{ij}(\omega) = -b_{ij}(\omega) - i\omega a_{ij}(\omega) \quad \dots\dots\dots(5)$$

式(3)を式(4)に代入し, 式(5)の関係をを用いて整理すると次式が得られる.

$$f_{ij}(t) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{b_{ij}(\omega) + i\omega a_{ij}(\omega)\} e^{i\omega t} d\omega \quad \dots\dots\dots(6)$$

すなわち, 式(5)で表される周波数領域での単位速度運動により生じる流体反力の逆フーリエ変換が, 単位インパルス応答によって生じる時間領域での流体反力を表す. ただし, これは形式上の議論であり, 上式のフーリエ変換が実際に成り立つには, 被積分関数が角振動数 $\omega \rightarrow \infty$ で 0 に収束する必要がある. ところが, 一般に $b_{ij}(\omega)$ は $\omega \rightarrow \infty$ で 0 に収束するが, $a_{ij}(\omega)$ は 0 以外の値に収束するので, 計算上若干の工夫が必要となる. すなわち, 式(6)を以下のように変形する.

$$\begin{aligned} f_{ij}(t) = & -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [b_{ij}(\omega) + i\omega \{a_{ij}(\omega) \\ & - a_{ij}(\infty)\}] e^{i\omega t} d\omega \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} i\omega e^{i\omega t} d\omega a_{ij}(\infty) \quad \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

右辺第二項の積分はデルタ関数 $\delta(t)$ の微分を表すから⁹⁾, 上式は次のようになる.

$$\begin{aligned} f_{ij}(t) = & -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [b_{ij}(\omega) + i\omega \{a_{ij}(\omega) \\ & - a_{ij}(\infty)\}] e^{i\omega t} d\omega - \dot{\delta}(t) a_{ij}(\infty) \quad \dots\dots\dots(8) \end{aligned}$$

以上の操作により, 式(8)における積分は存在し, 周波数領域における付加質量と造波減衰係数が求められれば, 式(8)より単位インパルス運動をしたときの流体反力が求められる. 式(8)は関数の因果性 ($t < 0$ で関数が 0 となる性質) を利用することによりさらに簡単になる. すなわち, $t < 0$ で $\phi_j^{(s)} = 0$ であるので流体反力も $f_{ij}(t) = 0$ である. 右辺第2項は $t \neq 0$ で常に 0 なので, これを除いた第1項も同様に因果性をもつ. このとき, 第1

項を $-K_{ij}(t)$ とおくと, 被積分関数のうち $e^{i\omega t}$ を除いた実部と虚部に対して次の関係が成り立つ¹⁰⁾.

$$K_{ij}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} b_{ij}(\omega) \cos \omega t d\omega \quad (t > 0) \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$K_{ij}(t) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \omega \{a_{ij}(\omega) - a_{ij}(\infty)\} \sin \omega t d\omega \quad (t > 0) \quad \dots\dots\dots(10)$$

したがって式(8)は, 次のようになる.

$$f_{ij}(t) = -K_{ij}(t) - \dot{\delta}(t) a_{ij}(\infty) \quad \dots\dots\dots(11)$$

連続的入力, すなわち運動速度 $\dot{x}(t)$ に対する応答は, 上式の畳み込み積分により求まり, これが時間領域における流体反力 $R_{ij}(t)$ を表す.

$$\begin{aligned} R_{ij}(t) = & \int_0^t f_{ij}(t-\tau) \dot{x}_{ij}(\tau) d\tau \\ = & -\int_0^t K_{ij}(t-\tau) \dot{x}_{ij}(\tau) d\tau - a_{ij}(\infty) \dot{x}(t) \quad \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

上式(12)の K_{ij} は R_{ij} に及ぼす $\dot{x}_{ij}(t)$ の影響の程度を示すもので, 最初にも述べた遅延関数である. K_{ij} の影響持続時間を T とすると積分の下限は $t-T$ とすることができる¹¹⁾.

3. 係留系による復元力

タンカーなど乾吃水が大きい船体が, ロープで岸壁に係留されている場合, 船体の運動方向と係留ロープの伸びる方向は一致しない. また係留ロープがたるんでいる時は復元力が働かないため, 実際の係留系は, 船体の変位に対して非線形かつ非対称である. そこで, 復元力および復元モーメントを次のようにして求める. いま船体が x 方向にのみ変位したと考える. このとき係留ロープ方向に働く復元力を h_i とすると, i 方向に働く復元力および復元モーメント T_{ii} は, 図-2 に示すようになる. ここに, (p_0, q_0) : 岸壁側係留点の座標, (p_4, q_4) : 初期状態の船体側係留点の座標, (x_0, z_0) : 船体重心の座標, G' : 移動後の重心位置, m : G' から係留ロープにおろした垂線の長さである. 同様の考え方に基づき, T_{ij} を j 方向に船体が運動したときの i 方向に働く係留による復元力とすると, マトリクスの各成分は次のようになる.

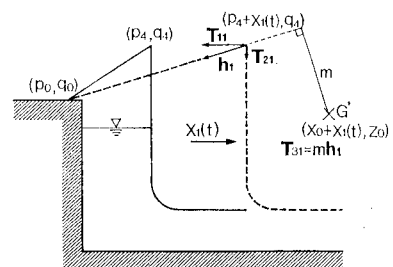


図-2 x 方向へ移動時に働く復元力

$$T_{ij} = \frac{h_j}{s_j} \times \begin{cases} (p_j - p_0) : i=1 \\ (q_j - q_0) : i=2 \\ |(q_j - q_0)(x_0 - p_0) - (p_j - p_0)(z_0 - q_0)| : i=3 \\ (j=1 \sim 3) \dots\dots\dots (13) \end{cases}$$

ここに、 (p_j, q_j) は船体が j 方向へ変位したときの時刻 t における船体側の係留点の座標で、次式で表される。

$$(p_j, q_j) = \begin{cases} (p_1 + x_1(t), q_1) & : j=1 \\ (p_1, q_1 + x_2(t)) & : j=2 \\ [(p_1 - x_0) \cos x_3(t) - (q_1 - z_0) \sin x_3(t) + x_0, \\ (q_1 - z_0) \cos x_3(t) + (p_1 - x_0) \sin x_3(t) + z_0] & : j=3 \\ \dots\dots\dots (14) \end{cases}$$

また、係留ロープ方向に働く復元力 h_j はロープのバネ定数を k 、ロープの初期長さ（復元力 0 の状態）を l とすると、 $h_j = k\sqrt{s_j - l}$ ($j=1 \sim 3$) で表される。ここで、 s_j はある時刻におけるロープ長で、 $s_j = \sqrt{(p_j - p_0)^2 + (q_j - q_0)^2}$ で表され、 $s_j < l$ の時には $h_j = 0$ とする。

4. 運動方程式の逐次積分法と計算精度

運動方程式 (1) の数値積分にはニューマーク β 法を用いて、 $\beta=1/6$ 、時間刻み 0.1 秒として計算を行った。まず、計算精度を確認するために、係留系による復元力を 0 として波強制力を余弦波で与えたときの動揺量を計算し、この結果を前報²⁾で示した周波数領域で求められる動揺量と比較した。波強制力 F_i は、系に衝撃力を与えるのを避けるために、 $\alpha = t/(5T_{1/3})$ ($t \leq 5T_{1/3}$ 、それ以外で $\alpha=1$ ただし $T_{1/3}$: 有義波周期) を係数として乗じて徐々に入力した。計算の結果、入力後 300 秒間は過渡応答の影響が残るため、それ以降の計算結果を解析に用いた。周波数を変化させ計算を行ったところ、時間領域と、周波数領域の結果は 5% の誤差に収まり良い一致を示した。したがって以下の計算は上記の条件で実施した。

5. 岸壁係留された 10 万トンタンカーの不規則波による動揺

図-3 に示すように、10 万トン級タンカーが直径 60 mm、弾性率 100 kgf/mm² のロープ 10 本で係留されている場合を考え、岸壁の反射率 K_r を 0.4, 0.7, および 1.0 の 3 種類に変化させて、不規則波中での動揺を運動方程式 (1) の逐次積分によってシミュレートする。

(1) 係留による復元力特性

図-3 の l_1, l_2, l_3 の長さを各々 32.2 m, 8.6 m, 13.4 m とすると、各ロープのバネ定数は $k_1=5600$ kgf/m, $k_2=32900$ kgf/m, $k_3=13600$ kgf/m となる。これを 2 次元領域に変換し、船体単位長さあたりで考えると、ロ

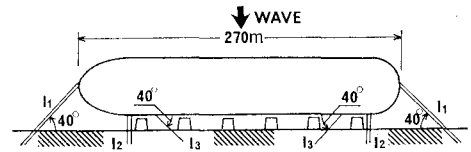


図-3 10 万トンタンカーの接岸・係留状況

ープの位置は図-1 に示した l'_1, l'_2 となり、ロープのバネ定数は各々 85 kgf/m, 580 kgf/m となる。また、図中 I_0 は慣性モーメントを示す。フェンダは岸壁から 4 m 海面上に突き出しており、フェンダによる復元力は変位に線形で、フェンダが変形している間 sway にのみ働くとし、単位長さ当たりのバネ定数は 4500 kgf/m とする。船体は初期状態として岸壁より 4 m の位置でこのフェンダに接岸した状態で係留されている。図-4 にこの場合の復元力特性を示す。横軸は船体の変位で、 T_{i3} ($i=1 \sim 3$) に関しては 0.02 rad 単位、それ以外は m 単位で示してある。ただし、回転に係する復元力は、反時計回りを正としている。

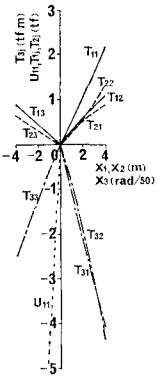


図-4 係留系による復元力特性図

(2) 不規則波力

i 方向に働く不規則波力 F_i は、次式で求められる i 方向の波強制力の応答スペクトル S_{oi} を用いて、式 (16) により計算される。

$$S_{oi}(\omega_k) = |E_i(\omega_k)|^2 S(\omega_k) \dots\dots\dots (15)$$

$$F_i(t) = \alpha \sum_{k=1}^N \sqrt{2S_{oi}(\omega_k) \Delta\omega_k} \cos(\omega_k t + \theta_k + \varepsilon_i(\omega_k)) \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 E_i : 波強制力の伝達関数、 S : 入射波スペクトル、 $\Delta\omega_k$: 角振動数の刻み幅、 θ_k : $0 \sim 2\pi$ の乱数、 ε_i : 入射波に対する位相で振動数の関数である。

図-5 は、図-1 で示したタンカーに作用する sway の波強制力 E_1 の無次元角振動数に対する伝達関数を示している。図中、 H_0 : 入射波高、 g : 重力加速度である。

各モードの伝達関数と有義波高 2 m, 有義周期 10 秒

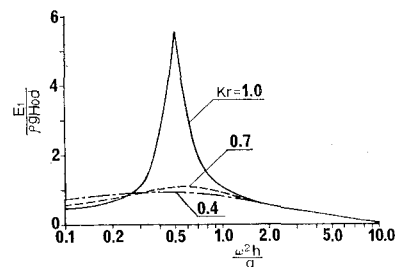


図-5 波強制力の伝達関数特性

の Bretschneider-光易型スペクトルを用い、式 (15) および式 (16) より不規則波力をシミュレートする。

(3) 遅延関数

図-6 は、遅延関数 K_{11} の無次元値を、時間を横軸にとって示したものである。これから反射率が小さくなるほど、遅延関数の減衰は早くなっており、 $K_r=0.4$ の場合約 10 秒以前の動揺の影響はないことがわかる。一方 $K_r=1.0$ の場合、特に遅延関数の減衰が遅く、影響持続時間は約 150 秒である。樫木ら⁹⁾による完全反射岸壁に係留された 22 000 トン船の K_{11} の影響持続時間は約 70 秒で、これに比べると約 2 倍の時間を要している。これは、吃水・水深比が樫木らの 0.43 に対して 0.73 と大きいため動揺による発生波が船体と岸壁間で定在波に近くなり、その減衰に時間を要するためと考えられる。

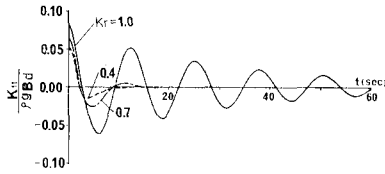


図-6 遅延関数におよぼす反射率の影響

ところで、式 (1) からわかるように、運動方程式を逐次積分していく際に、そのつど畳み込み積分の計算が必要となるので、遅延関数の計算精度が悪いと、タイムステップの増加とともに誤差が蓄積する可能性がある。

したがって、次に遅延関数の計算精度を確認する。式 (9) のフーリエ変換をとると次式が得られる。

$$b_{ij}(\omega) = \int_0^\infty K_{ij}(t) \cos \omega t dt \quad \dots\dots\dots (17)$$

これより、任意の振動数について、遅延関数から造波減衰係数が求められるので⁵⁾、これと周波数領域で予め求めた造波減衰係数とを比較することにより、遅延関数の計算精度を確かめることができる。図-7 は b_{11} について両者を比較したもので、縦が周波数領域で求めた造波減衰係数、記号が式 (17) から求めた造波減衰係数を示している。両者は良く一致しており、遅延関数は十分な精度で計算されていることがわかる。図中 Δ は船体の排水体積である。

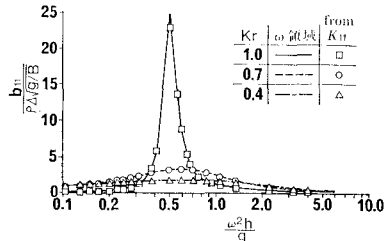


図-7 造波減衰係数と遅延関数の計算精度

(4) 角振動数無限大における付加質量

式 (10) のフーリエ変換により、遅延関数および任意の角振動数における付加質量を用いて、角振動数 $\omega \rightarrow \infty$ における付加質量が求まる³⁾。

$$a_{ij}(\infty) = a_{ij}(\omega) + \frac{1}{\omega} \int_0^\infty K_{ij}(t) \sin \omega t dt \quad \dots\dots (18)$$

図-8 は、周波数領域で求めた付加質量係数とともに、式 (18) により角振動数を変化させて 20 点程で角振動数無限大における付加質量を求めた結果である。理論上、全ての振動数で一致すべき $a_{ij}(\infty)$ の値が $K_r=1.0$ の場合、 $\omega^2 h/g=0.3 \sim 0.6$ の範囲で変動している。これは、図からわかるように、この領域では $a_{ij}(\omega)$ の変動が大きく、 $a_{ij}(\omega)$ に含まれる誤差の絶対値が他の領域に比べ大きいためであると考えられる。そこで、 $a_{ij}(\infty)$ の値は $a_{ij}(\omega)$ の変化が小さい範囲、すなわち $a_{ij}(\infty)$ の値がほぼ一定となる周波数領域で求めた平均値を用いた。その結果、 $a_{ij}(\infty)$ の平均値に対する標準偏差は 3% に収まり、 $K_r=1.0$ の場合、 $a_{ij}(\infty)$ の平均値は次のように求められた。

$$a_{ij}(\infty) = \begin{bmatrix} 316\ 300 & 285\ 300 & -1\ 311\ 000 \\ 255\ 000 & 3\ 091\ 000 & -2\ 811\ 000 \\ -1\ 341\ 000 & -2\ 373\ 000 & 6\ 579\ 000 \end{bmatrix}$$

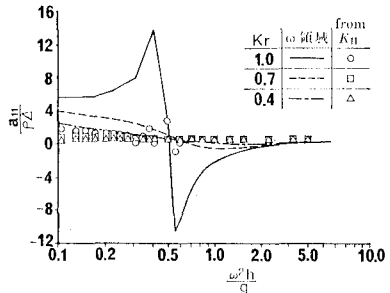


図-8 付加質量係数と角振動数無限大の付加質量

(5) 動揺におよぼす岸壁反射率の影響

時系列計算は、岸壁の反射率 0.4, 0.7, 1.0 について 1 400 秒まで行った。図-9 は、 $t=600 \sim 800$ 秒の各運動変位を示したものである。どの反射率の場合も、sway は岸壁から離れる方向に、また roll は反時計回りに、各々運動の中心がずれていることがわかる。次に、 $t=0 \sim 300$ 秒を除いた時系列データから各動揺振幅の自乗平均値および最大値を求めたのが各々表-1, 2 である。これらの表からいずれも heave は反射率が小さいほど変位

表-1 岸壁反射率と動揺振幅(自乗平均値)

K_r	Sway (m)	Heave (m)	Roll (rad)
1.0	0.54	0.40	0.019 (1.1°)
0.7	0.42	0.37	0.024 (1.4°)
0.4	0.47	0.36	0.023 (1.3°)

表-2 岸壁反射率と動揺振幅(最大値)

K_r	Sway (m)	Heave (m)	Roll (rad)
1.0	1.8	1.2	0.661 (3.5°)
0.7	1.4	1.1	0.077 (4.4°)
0.4	1.5	1.0	0.076 (4.4°)

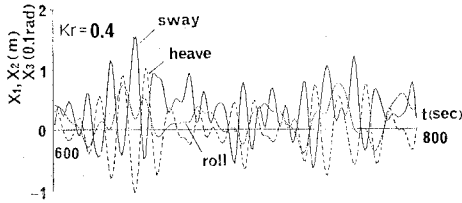
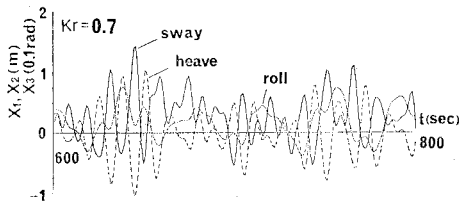
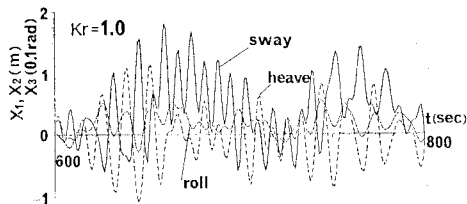
(1) $K_r=0.4$ (2) $K_r=0.7$ (3) $K_r=1.0$

図-9 運動変位におよぼす反射率の影響

も小さいが, sway は反射率 0.7 の場合が最も変位が小さい。また, roll は反射率 1.0 の場合の変位が最も小さく, 岸壁反射率の低減と, 動揺振幅の低減は必ずしも一致しないことがわかる。このように, 反射率を下げることでより動揺が増大する場合のあるということは, 今

後, 低反射岸壁を採用する際に十分考慮にいれる必要があると言える。

6. あとがき

任意反射率岸壁前面に係留されたタンカーの動揺解析を遅延関数を用いて表された時間領域における運動方程式を用いて行った。その際に, 実際に近い条件として係留系を非線形, 入射波を不規則波として取り扱った。その結果, roll において, 反射率が 1.0 の場合に動揺が最も小さくなるなど, 反射率の低減が必ずしも動揺の低減につながらない事が, 規則波で係留無しとした前報²⁾の場合と同様に, 今回の検討によっても得られた。今後は 3 次元問題も含め, 岸壁反射率低減効果のより一般的な特性について考えていきたい。

参考文献

- 1) 清川哲志・平山彰彦・高梨和光・小林 浩: ハイブリッド境界要素法による任意反射率防波堤前面の船体動揺解析, 第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 450~454, 1983.
- 2) 清川哲志・平山彰彦: 任意反射率防波堤前面の船体動揺特性, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 476~480, 1984.
- 3) 榎木 亨・久保雅義・京路光高: 荷役限界からみた港内静穏度に関する研究 (第 3 報), 第 26 回海岸工学講演会論文集, pp. 646~650, 1979.
- 4) Cummins, W. E.: The impulse response function and ship motions, Schiffstechnik Bd. 9, Heft 47, pp. 101~109, 1962.
- 5) Ogilvie, T. F.: Recent progress toward the understanding and prediction of ship motions, 5th Symposium on Naval Hydrodynamics, Bergen, 1964.
- 6) Oortmerssen, G. van: The motions of a moored ship in waves, N.S.M.B. publication No. 510, 1976.
- 7) 高木幹男・斎藤公男 他: 非周期的造波問題の周波数領域での取扱い (第 1~第 7 報), 関西造船協会誌, 第 182, 187, 188, 191, 192 号, 1981~1984.
- 8) 榎木 亨・久保雅義・青木伸一: 係留システムの改善による船体運動および船舶の接岸エネルギーの低減化, 第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 460~464, 1983.
- 9) 日野幹雄: スペクトル解析, 朝倉書店, 300 p., 1977.
- 10) A. パポリス (大槻 喬・平岡寛二監訳): 工学のための応用フーリエ積分, オーム社, 372 p., 1967.
- 11) 近藤次郎: 数学モデル/現象の数式化, 丸善, 488 p., 1976.