

任意平面形状を有する堤体構造物まわりの 波変形の解析法について

中 村 孝 幸*・奥 吉 雄**

1. ま え が き

従来、任意平面形状を有する鉛直柱まわりの波浪ポテンシャル問題が取り扱える解析法としては、Issacson¹⁾による Vertical Line Green's function (以下 V.L.G. 関数と称す)に基づく算定法がある。しかしながら、この算定法を島堤のように壁厚が波長に比して小さくなる場合に適用するには、V.L.G. 関数 G およびその法線微分値 $\partial G/\partial n$ の特異点近傍における特別な取り扱いが必要となるが、従来においては全く検討されていない。従って、本研究では上記算定法を島堤のような構造物にも適用するために必要となる修正法を明らかにして V.L.G. 関数に基づく解析法の確立をはかろうとするものである。そして、従来の島堤による波変形に関する解析解と本算定法による数値解との比較を行なってその妥当性を検証するとともに、海上都市や海上パワープラントに対する利用水域をその内部に有する円弧型平面形状の堤体構造物を対象に水理実験を行ない、構造物内外における波高分布の実験結果と算定結果との比較から本算定法の適用性を明らかにしたものである。

2. V.L.G. 関数を用いた波変形の解析法

2.1 V.L.G. 関数による回折波ポテンシャルの表示

図-1 に示すような任意平面形状を有する鉛直柱まわりの回折波ポテンシャル ϕ_D は、既に Issacson¹⁾ により示されているように V.L.G. 関数 G を用いて式 (1) のようにあらわせる。

$$\phi_D(x, y, z; t) = \frac{1}{4\pi} \frac{gk}{\omega} \frac{\cosh\{k(h+z)\}}{\cosh(kh)} \times \int_S f(X, Y) \cdot G(x, y; X, Y) dS(X, Y) \cdot e^{-i\omega t} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 k : 進行波型の波数 ($=2\pi/L$, L : 波長), h : 水深, ω : 角振動数 ($=2\pi/T$, T : 周期), (x, y, z) : ϕ_D を求める座標点, (X, Y) : 物体の断面曲線上の座標点, S : 物体の断面曲線, i : 虚数, t : 時間, f : わき出し強

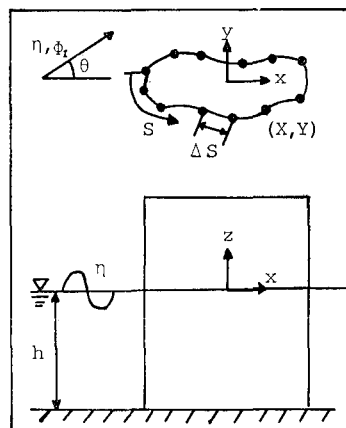


図-1 解析モデルおよび座標系

さの分布関数で後述する物体表面上の境界条件により決定される未知関数である。また G は、V.L.G. 関数で式 (2) で与えられる。

$$G(x, y; X, Y) = i\pi H_0^{(1)}(kr) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $r = \sqrt{(x-X)^2 + (y-Y)^2}$ で、 $H_0^{(1)}$ は次数 0 の第 1 種ハンケル関数である。

式 (1) は、3 次元波動場の Green 関数を核関数とするわき出し分布法から導かれる。すなわち、図-1 の鉛直柱のような場合わき出し関数の Z に関する関数形が既知であることから面積分における Z に関する積分が解析的に行なえ、式 (1) のような線素分への表示へと導かれるものである。そして、任意平面形状を有する堤体に対処するため、図-1 に示すように断面曲線 S を有限個の線素分 ΔS_n ($n=1, N$) に分割し、各線素分の中央点 (X_n, Y_n) に線素分にわたるわき出しを集合せしめる中央点近似法を採用すると、式 (1) は式 (3) のように書きなおせる。

$$\phi_D(x, y, z) = \frac{gk}{\omega} \frac{\cosh\{k(h+z)\}}{\cosh(kh)} \times \sum_{n=1}^N f(X_n, Y_n) \cdot A_n(x, y) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 ϕ_D は式 (1) の ϕ_D より $e^{-i\omega t}$ を取り除いたものを、 A_n は式 (4) で表わされるものである。

* 正 会 員 工 博 愛媛大学助教授 工学部海洋工学科

** 学生会員 愛媛大学大学院 工学研究科

$$A_n(x, y) = \int_{\Delta S_n} F_A(X, Y) dS \\ = \int_{\Delta S_n} (i/4) H_0^{(1)}(kr) dS(X, Y) \dots\dots(4)$$

2.2 わき出し分布関数 f の決定法

f は物体表面における法線方向の流速が 0 という境界条件を用いて決定できる。すなわち式 (5) である。

$$\partial \phi_I / \partial n + \partial \phi_D / \partial n = 0 \quad (\text{on } S) \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 ϕ_I は入射波の速度ポテンシャルであり、図一 1 に示す入射方向を仮定している。そして式 (3) の ϕ_D を式 (5) に代入し、多少の整理を行なうと式 (5) は式 (6) のようになる。

$$(iH/2)(\sin \theta \cdot x_{S_m} - \cos \theta \cdot y_{S_m}) \\ \times \exp \{ik(x \cos \theta + y \sin \theta)\} \\ = \sum_{n=1}^N f(X_n, Y_n) \cdot B_{mn} \quad (m=1, N) \dots\dots(6)$$

ここに、 θ は 図一 1 中に示す入射方向を、 B_{mn} は式 (7) で表わされるものである。

$$B_{mn} = \int_{\Delta S_n} F_B(X, Y) dS \\ = \int_{\Delta S_n} k H_1^{(1)}(kr_m) \{(x_m - X)y_{S_m} \\ - (y_m - Y)x_{S_m}\} / (4r_m) dS(X, Y) \dots\dots(7)$$

ここに、 (x_m, y_m) は S 上の線素分 ΔS_m の中央点の座標を、 x_{S_m}, y_{S_m} は各々この座標点上の $(dx/dS), (dy/dS)$ の値を示し、 $r_m = r(x_m, y_m; X, Y)$ である。

2.3 $A_n(x, y)$ および B_{mn} の算定法

(1) 被積分関数の特異性

波長 L に比して堤体厚が小さくなると式 (4), (7) 中の kr は小さくなる場合も出現する。そして、この場合式 (8) で示す近似が可能となり、

$$\left. \begin{aligned} H_0^{(1)}(\epsilon) &\approx 2i \log(\epsilon) / \pi + 1 \\ H_1^{(1)}(\epsilon) &\approx -2i / (\pi \epsilon) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

式 (4), (7) 中の被積分関数 F_A, F_B は各々式 (9), (10) の δ_A, δ_B のように変形される。

$$\delta_A(x, y; X, Y) \approx -\log(kr) / 2\pi + i/4 \dots\dots\dots(9) \\ \delta_B(x_m, y_m; X, Y) \approx -i \{(x_m - X)y_{S_m} \\ - (y_m - Y)x_{S_m}\} / (2\pi r_m^2) \\ \dots\dots\dots(10)$$

式 (9), (10) には、各々対数型および逆数型の特異関数が含まれており、 kr or kr_m が小さくなる場合式 (4), (7) の積分を単に ΔS を乗ずるような数値積分で処理すると大きな誤差の生じることが予測される。

(2) 特異性を考慮した A_n, B_{mn} の算定法

既に著者らの中の一人²⁾は、鉛直面内における 2 次元波浪境界値問題の解析を行なう際に上記と類似した対数型および逆数型の特異関数を取り扱い、特異点付近においてこれら関数の解析的な積分を考慮した算定が必要と

なることなどを明らかにしている。本研究でもこれと同様な方法を適用して、 A_n, B_{mn} の算定式を導いてみた。 A_n に関する算定式の概略を示すのが式 (11) である。

$$A_n(x, y) = F_A(x, y; X_n, Y_n) \Delta S_n \\ - \delta_A(x, y; X_n, Y_n) \Delta S_n \\ + \int_{\Delta S_n} \delta_A(x, y; X, Y) dS(X, Y) \\ \dots\dots\dots(11)$$

式 (11) の右辺側の第 1 項は式 (4) 中の F_A を単に数値積分したものである。この中には式 (9) の右辺側の第 2 項に示す特異関数の数値積分も含まれており、 r が小となる時算定誤差が大きくなることから、第 2 項に示すように δ_A の数値積分結果を差し引いてある。そして、第 3 項に δ_A の解析的な積分による項を加算したものである。なお実際の算定に当っては、 kr が大となる時、式 (11) の右辺側の第 2 項と第 3 項が打ち消し合うことや $kr=0$ となる時、第 1 項と第 2 項が打ち消し合うことを考慮すると、式 (11) は式 (12) のように再表示できる。

$$A_n(x, y) = \begin{cases} F_A(x, y; X_n, Y_n) \Delta S_n & r_n \geq C \Delta S \\ \text{same as Eq. (11)} & C \Delta S > r_n > 0 \\ \{1 - \log(k \Delta S_n / 2)\} \Delta S_n / 2\pi + i \Delta S_n / 4 & r_n = 0 \end{cases} \dots\dots\dots(12)$$

また B_{mn} の算定式を A_n と同様にして導くと式 (13) のようになる。

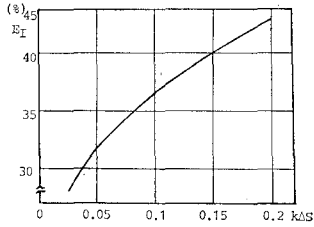
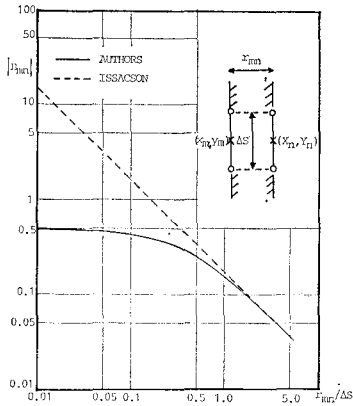
$$B_{mn} = \begin{cases} F_B(x_m, y_m; X_n, Y_n) \Delta S_n & r_{mn} \geq C \Delta S_n \\ F_B(x_m, y_m; X_n, Y_n) \Delta S_n \\ - \delta_B(x_m, y_m; X_n, Y_n) \Delta S_n \\ + \int_{\Delta S_n} \delta_B(x_m, y_m; X, Y) dS & C \Delta S_n > r_{mn} > 0 \\ -i/2 & r_{mn} = 0 \end{cases} \dots\dots\dots(13)$$

式 (12), (13) において各式の適用領域を r と ΔS の関係で示したのは、直接的には kr と $k \Delta S$ との関係で与えられる所を k を除去した形で表わしたものである。

またこれらの式中において境界領域を示す C は、各式の中段の表示式の第 2 項と第 3 項との一致度を目安に決定すればよい。本研究では、上記の一致度が 1% の誤差の範囲内で満足される $C=3$ を採用した。

(3) 従来の算定法との比較

Issacson¹⁾ は、上記の式 (12), (13) に対応するものとして $r \neq 0$ と $r=0$ だけで区分した式、すなわち上記各式の第 2 式を考慮しない算定式を提案している。また A_n の特異点における算定式として式 (12) の第 3 式の第 2 項を無視したものを用いている。そしてこの 2 番目の相異点は、直接的には式 (8) の $H_0^{(1)}$ の近似式において第 2 項を無視するかしないかにより生じ、本研究ではこの項の積分結果が第 1 項のそれに比して無視できない

図-2 従来の A_n の算定法による誤差 E_I 図-3 B_{mn} の算定結果の比較

大きさとなることから式(12)に示すような算定式を採用したものである。図-2はこの検証結果を示すもので、上記第2項の積分結果を無視したことにより生じる誤差 E_I と $k\Delta S (=2\pi\Delta S/L)$ の関係を表わす。この図より、 ΔS を L に比較して相当小さくしても E_I は無視できない大きさであり、特異点における A_n の算定式には式(12)の第3式を用いる必要があることがわかる。一方、図-3は式(13)の第2式を考慮しない Issacson の方法による B_{mn} の算定結果とそれを考慮する本算定法によるものとの比較を示す。この図より、 $r_{mn} < 3\Delta S$ の領域で両算定結果には大きな相違のあることがわかる。そしてこの相違は、上記の(2)で述べたように特異点付近で数値積分を適用したことによる積分算定誤差に相当しており、 $r_{mn} < 3\Delta S$ の領域では式(13)の第2式を用いた B_{mn} の算定が必要になることがよく理解されよう。本研究では、 A_n についても上記と同様の検討を行っており、 $r_n < 3\Delta S$ の領域では式(12)の第2式による算定が是非必要となることなどを確認している。

2.4 島堤まわりの波変形に関する解析解との比較

上述してきた本算定法の妥当性を検証するため、既に合田ら³⁾により解析解が与えられている直線状島堤まわりの波高分布について算定を行ってみた。なお堤体まわりの水面変動 η は、式(1)の ϕ_D および入射波の速度ポテンシャル ϕ_I を用いて式(14)により求められる。

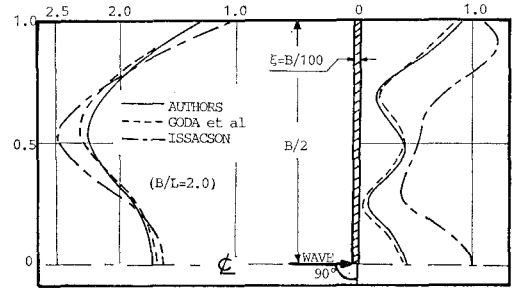


図-4 島堤沿いの波高の算定結果に関する比較

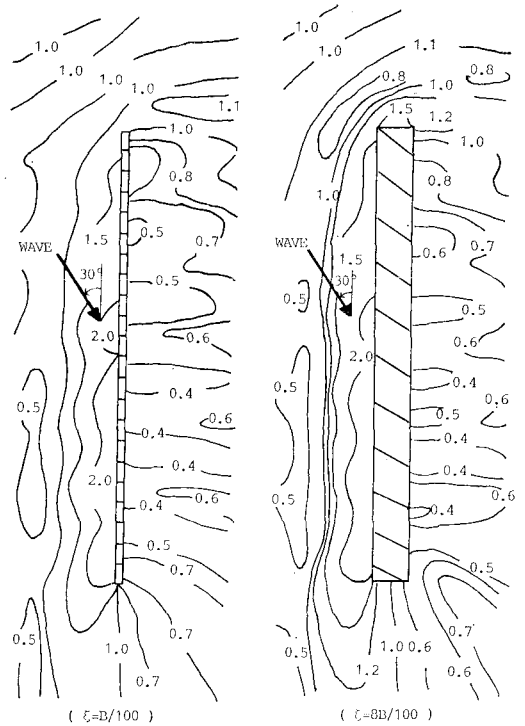


図-5 島堤まわりの波変形に及ぼす壁厚の効果

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t} (\phi_I + \phi_D)|_{z=0} \quad (14)$$

図-4は一例として直角入射の条件における直線状島堤沿いの波高比 Kd に関する本算定法による結果と上記解析結果との比較を示すもので、その分布が堤の上下で対象となることから堤体の半分についてのみ図示してある。図中には、上述した Issacson の算定法を適用した時の結果についても付記してある。なお合田らの解析解では、島堤の壁厚 ξ は 0 となっており、著者らおよび Issacson の方法による結果では $\xi = B/100$ (B : 島堤の長さ) とした時の算定値になっている。また島堤の断面曲線の線素分への分割に当たっては、 $\Delta S/L < 0.05$ を満足するように行なった。この図より、本算定法による Kd は解析解によるものとはほぼ一致しており、上述した算定法

の妥当性がうかがえよう。一方、Issacson の算定法を適用した時の Kd は、解析解によるものに比して堤体の背面側でその分布が異なるなど大きな相違のあることがわかる。本研究では、波変形の算定精度に及ぼす $\Delta S/L$ の効果についても検討しており、算定誤差の判定規準を 1% 以下とする場合 $\Delta S/L < 0.1$ を満足するように ΔS を設定する必要があることを確認している。

次に合田らの解析解では無視されている波変形に及ぼす壁厚の効果について検討してみた。図-5 は、壁厚 $\delta = B/100, 8B/100$ の場合の島堤まわりの波高比 Kd の平面分布を示すものである。なお入射方向および B/L の条件については図中に付記してある。この図より、堤体厚が大きくなると特に堤体の両端付近において Kd が大きく変化していることが認められる。これは、堤体厚さの増加によって両端付近で入射波が回折しにくくなるためと考えられる。これより、有限厚さをもつ実際の島の堤を対象とする場合、本解析法のように堤体厚さの効果をも考慮できる解析法を用いる必要があるものと言えよう。

3. 円弧型平面形状を有する堤体まわりの波高分布

本研究では、まえがきで述べたような利用目的を有すると考えられる円弧型平面形状の堤体構造物を対象に波浪変形に関する水理実験を行ない、上記 V.L.G. 関数に基づく解析法の実在流体場への適用性について検討してみた。

3.1 実験装置および実験方法の概略

本実験で用いた模型堤体は、壁厚 5 cm、外径 50 cm、高さ 50 cm で開口角 λ が $10^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ と変化できる円弧型平面形状の堤体である。そして、実験は上記 3 種類の開口角を採用するとともに、波の入射方向を 5 種類変化せしめて堤体内外の波高分布を測定した。なお用いた波条件は、入射波高 $H=4$ cm、周期 $T=0.64 \sim 2.0$ sec のものである。

3.2 開口角 λ による堤内波浪の変動特性

図-6 は、一例として堤内波高の代表として図中に示す位置のものを選び、入射角 $\theta=0^\circ$ の場合の波高比 Kd の D/L (D : 堤体径) による変化を λ をパラメーターにして示すものである。この図より、 λ が小さくなると Kd の実験結果は減少するが、算定結果では非ポテンシャル的なエネルギー損失が考慮できないことや λ の減少に伴う Radiation damping の減少により共振点付近では逆に増大している。そして実験結果と算定結果とは $\lambda=60^\circ$ の場合、共振点近傍を含めてよく一致しているが、 λ が $30^\circ, 10^\circ$ と減少すると特に共振点付近で両者の相違が大きくなることなどがわかる。また上記の場合、堤内の共振現象は C/L (C : 堤体周長) で整理する

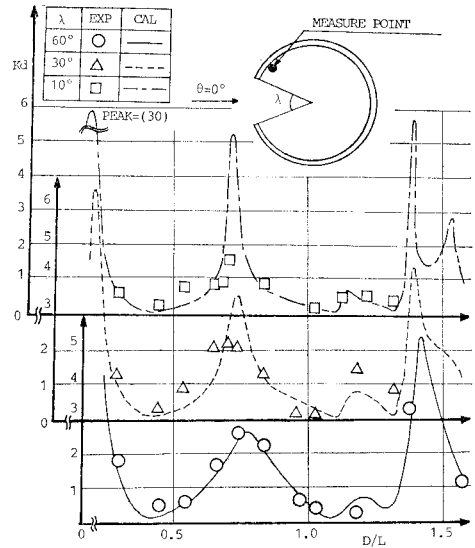


図-6 開口角 λ による堤内波浪の変動特性

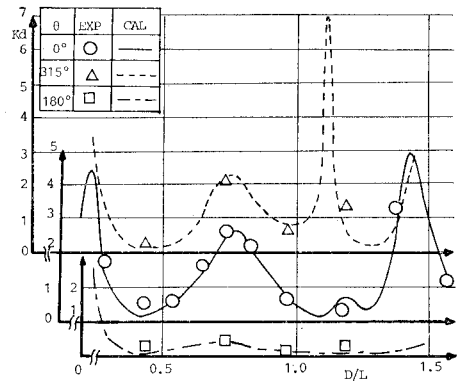


図-7 入射角 θ による堤内波浪の変動特性

と開口角によらずほぼ 0.5, 1.86, 2.8, 3.5 のときに生じており、 C/L が共振の発生の有無を記述する妥当なパラメーターと言えよう。

3.3 入射角 θ による堤内波浪の変動特性

図-7 は、 Kd の実験結果と算定結果とが比較的良好一致を示した $\lambda=60^\circ$ の場合において入射角 θ による上記位置の $Kd-D/L$ の関係の変化を示すものである。この図より、入射角 θ が 0° より $315^\circ, 180^\circ$ と堤体の背面側に变化するのに伴ない Kd は減少しており、特に $\theta=180^\circ$ の場合、堤内において波浪がよく静穏化されていることがわかる。そして、実験結果と算定結果とはデータ数が少ないことから確言できないが、 D/L 並び θ による Kd の変動特性を考慮してほぼ一致しているものと言えよう。

3.4 堤内波浪の共振モード

上述したような共振点を D/L の小さい方から 1~4 次の共振点と定義し、これら共振時の堤内における Kd の

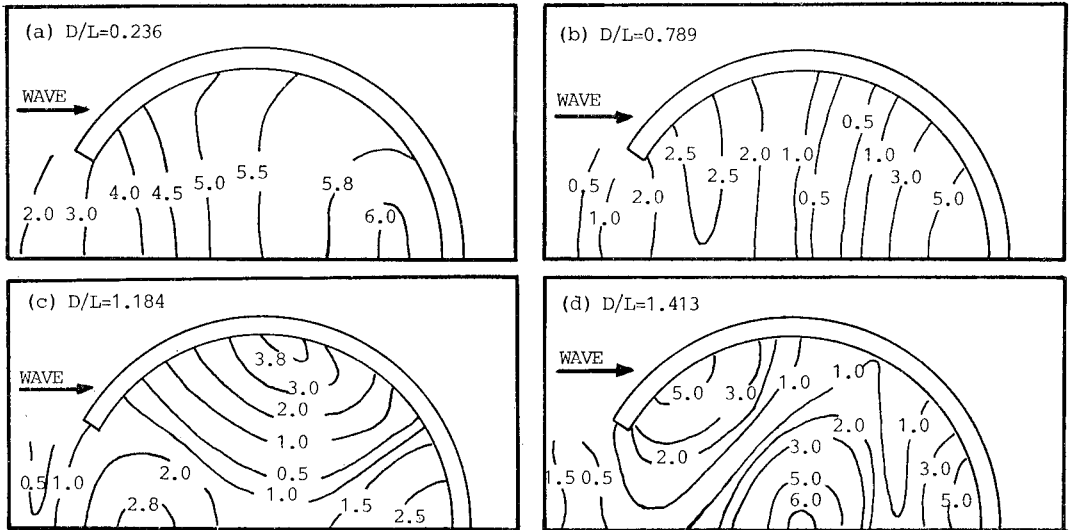


図-8 堤内波浪の共振モード

平面分布の算定例を 図-8 (a)~(d) に示す. なおこの場合, 開口角 $\lambda=60^\circ$, 入射角 $\theta=0^\circ$ と固定しており, Kd の分布の対称性から堤内の半分について図示してある. これらの図より, 第1次共振点に対応する (a) では堤内ではほぼ一様に増幅される共振モードに, また第2次共振点の (b) では入口付近と堤内の奥側の計2ヶ所に腹が出現するモードになっている. そして, (c), (d) へと高次の共振モードに移行するのに伴ない, 腹の出現する位置は堤内で複雑に変化し, (d) の場合 (c) の場合に見られないような堤内中央部における腹の出現などが特徴的なものと言えよう. そして, 上記のような共振モードは堤内における波浪の共振防止のための消波工の配置等を決定する上で重要になるものと考えられる.

4. 結 語

i) V.L.G. 関数 G およびその法線微分値 $\partial G/\partial n$ は各々対数型および逆数型の特異性を有している. そして, 島堤のように壁厚が波長に比して小さくなる場合, これらの関数の線素分にあたる積分表示式は Issacson のそれと異なり, 特異点, 特異点付近並びに遠方点の3つの条件に分離して導く必要がある.

ii) 島堤のような構造物まわりの波浪ポテンシャル問題の解析は, 堤壁厚の大小にかかわらず上記のような G および $\partial G/\partial n$ の積分表示を考慮した解析法を用いて精度よく行なえる.

iii) 上記解析法により比較的広い開口部をもつ円弧型平面形状を有する堤体構造物内外における波高分布の予測がほぼ可能である. しかし, 算定結果はエネルギー逸散を考慮していないことから堤内波浪の共振点近傍においてその共振増幅度を過大に評価する傾向にある.

また, 上記構造物を用いた堤内水域の静穏化は開口部に対する入射波の方向を十分に考慮して行なう必要のあることなどが判明した.

参 考 文 献

- 1) Issacson, M.Q.: Vertical cylinders of arbitrary section in wave, J. of Waterway, Coastal and Ocean Eng. Division, ASCE, Vol. 104, No. WW4, pp. 309~322, 1978.
- 2) 中村孝幸: 薄肉物体まわりの波浪境界値問題に関する解析法, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 410~414, 1983.
- 3) 合田良実・吉村知司・伊藤正彦: 島堤による波の反射および回折に関する研究, 港湾技術研究所報告, 第10巻, 第2号, 1971.