

境界要素法による非線形孤立波の反射および作用波力の解析

大 山 巧*

1. ま え が き

本研究は、孤立波の反射および構造物に作用する波力の解析に関して、従来の境界要素法を精度面、実用面で改善した新しい数値解析法を提案するものである。

非線形波動問題に境界要素法を適用する場合には、微小振幅波の場合と異なり、時々刻々と変化する自由表面形状のもとに、境界面上の速度ポテンシャルおよび水面変動量に関する境界積分方程式を解く必要がある。そして、これに起因して数値解析上次のように問題が生じる。ひとつは、自由表面上の節点において速度ポテンシャルの時間的変化を評価するときに、節点の空間的な変位の影響を考慮しなければならないことである。Issacson¹⁾、中山²⁾、Kim ら³⁾に代表される従来の解析法においては、いずれもこの影響を無視しているが、波高水深比が大きく波の非線形性が強い場合には、数値誤差が大きくなる。また、もうひとつの問題は、境界積分方程式の中に水面変動量が未知数として取り込まれるため、積分方程式を適用する境界形状がわからないということである。中山ら⁴⁾は、時間的に1ステップ前の水面形状を用いて積分方程式を解いているが、この場合時間ステップ間隔をかなり小さくとらなければならない、膨大な計算時間が必要になる。

本論文では、従来の解析法のもつこれらの問題を解決する新しい数値解析法について述べる。そして、改善効果を具体的な計算結果をもとに示し、さらに本解析法を用いて、鉛直壁前面の海底勾配が波のはい上り高さ、鉛直壁に作用する波力に及ぼす影響を調べる。

2. 解 析 理 論

(1) 基礎方程式と境界条件

座標系を図-1のように定義し、孤立波が x の正の方向に伝播するものとする。流体を非圧縮、非粘性流体とし、流体運動を非回転とすると、速度ポテンシャル $\phi(x, z, t)$ が存在し、 ϕ に関する基礎方程式は、以下のラプラス方程式になる。

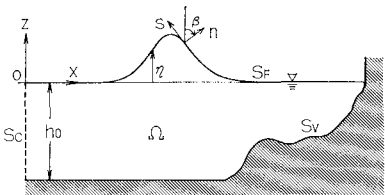


図-1 座 標 系

$$\partial^2 \phi / \partial x^2 + \partial^2 \phi / \partial z^2 = 0 \quad (\text{in } \Omega) \dots\dots\dots (1)$$

仮想面 S_c を岸壁から十分離れた位置に設定するとき、各境界面における境界条件は次のようになる。

$$\partial \phi / \partial z = 0 \quad (z = -h_0) \dots\dots\dots (2)$$

$$\partial \phi / \partial n = 0 \quad (\text{on } S_v) \dots\dots\dots (3)$$

$$\partial \phi / \partial x = U \quad (\text{on } S_c) \dots\dots\dots (4)$$

$$\partial \phi / \partial n = \eta \cos \beta \quad (\text{on } S_F) \dots\dots\dots (5)$$

$$\phi + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 \right\} + g\eta = 0 \quad (\text{on } S_F) \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $\eta = \partial \eta / \partial t$ 、 $\dot{\phi} = \partial \phi / \partial t$ 、 g は重力加速度である。また、 n, s による微分は、境界面における外向法線方向および接線方向微分を表す。式 (2)、(3) は海底と壁面での不透過条件、式 (4) は S_c における水平流速が孤立波の水平水粒子速度 U に等しいという条件、式 (5)、(6) は自由表面での運動学的、力学的条件である。

(2) 境界積分方程式とその離散化

点 $P(\xi, \zeta)$ 、 $Q(x, z)$ を領域 Ω を取り囲む境界面 S 上の点とし、 ϕ が調和関数であることからグリーン公式を適用すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \phi(P) &= -\frac{1}{\alpha^*(P)} \oint_S \left(\phi \frac{\partial G}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial n} G \right) ds \\ G &= \ln(1/r) + \ln(1/r') \\ r &= \sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2} \\ r' &= \sqrt{(x-\xi)^2 + (z+\zeta+2h_0)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ただし、点 P の両側の境界線がなす角を $\alpha(P)$ とすると (図-2 参照)、 $\zeta = -h_0$ のとき $\alpha^*(P) = 2\alpha(P)$ 、 $\zeta \neq -h_0$ のとき $\alpha^*(P) = \alpha(P)$ である。

式 (7) に式 (2)~(5) を代入し、 $z = -h_0$ で $\partial G / \partial n = 0$ であることを考慮すると、次式が導かれる。

* 正会員 清水建設(株) 技術研究所 海洋グループ

$$\phi(P) = -\frac{1}{\alpha^*(P)} \left\{ \int_{S_F \cup S_C \cup S_V} \phi \frac{\partial G}{\partial n} ds - \int_{S_F} \eta \cos \beta G ds + \int_{S_C} U G ds \right\} \dots (8)$$

一方、自由表面上の圧力方程式(6)については重みつき残差法を適用する。式(6)に式(5)を代入し、両辺に重み関数 ω をかけ、 S_F 上で積分することにより、以下の非線形重みつき残差方程式が得られる。

$$\int_{S_F} \omega \left[\phi + \frac{1}{2} \{ (\eta \cos \beta)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 \} + g\eta \right] ds = 0 \dots (9)$$

図-2に示されるように、 S_F , S_C , S_V 上に合計 N 個の節点を配置し、 j および $j+1$ 番目節点で構成される j 番目要素内($j=1, 2, \dots, N$)において、 ϕ , $\dot{\phi}$, η , $\dot{\eta}$, U , ω の分布を次のように一次関数で近似する。

$$\left. \begin{aligned} \phi &= N_j^T \phi_j, \quad \dot{\phi} = (\phi_j, \phi_{j+1}) \\ \dot{\phi} &= N_j^T \dot{\phi}_j, \quad \dot{\phi}_j = (\dot{\phi}_j, \dot{\phi}_{j+1}) \\ \eta &= N_j^T \eta_j, \quad \dot{\eta}_j = (\eta_j, \eta_{j+1}) \\ \dot{\eta} &= N_j^T \dot{\eta}_j, \quad \dot{\eta}_j = (\dot{\eta}_j, \dot{\eta}_{j+1}) \\ U &= N_j^T U_j, \quad U_j^T = (U_j, U_{j+1}) \\ \omega &= N_j^T \omega_j, \quad \omega_j^T = (\omega_j, \omega_{j+1}) \\ N_j^T &= (1-s/l_j, s/l_j) \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

ただし、 N 番目要素については $j+1$ 番目の節点値として1番目節点値を用いる。

式(8)に示される境界面上の積分を、各要素での積分値の和で置き換え、式(10)を代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \alpha^* \phi_i + \sum_{j=1}^{N_F+N_C-1} A_{ij}^T \phi_j + \sum_{j=N_F+N_C+1}^N A_{ij}^T \phi_j \\ - \sum_{j=1}^{N_F} \cos \beta_j B_{ij}^T \dot{\eta}_j + \sum_{j=N_F+1}^{N_F+N_C-1} B_{ij}^T U_j = 0 \\ (i=1, 2, \dots, N) \dots (11) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} A_{ij}^T &= \int_0^{l_j} N_j^T \frac{\partial}{\partial n} \left(\ln \frac{1}{r} + \ln \frac{1}{r'} \right) ds \\ B_{ij}^T &= \int_0^{l_j} N_j^T \left(\ln \frac{1}{r} + \ln \frac{1}{r'} \right) ds \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

ただし、 β は要素内で一定としている。式(12)の積分は、 $i=j$ および $i=j+1$ の場合も含め厳密に計算することができ、特別な特異点処理は必要としない。

式(9)についても同様に離散化し、 ω_j について整理することにより次式が導かれる。

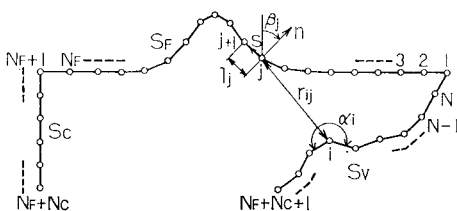


図-2 節点番号と記号の定義

$$\sum_{j=1}^{N_F+1} \gamma_j \omega_j = 0 \dots (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= a_1(2\phi_1 + \dot{\phi}_2) + b_1(3\eta_1^2 + 2\dot{\eta}_1\eta_2 + \eta_2^2) \\ &\quad + c_1(\phi_2 - \phi_1)^2 + g a_1(2\eta_1 + \eta_2) \\ \gamma_j &= a_{j-1}(\phi_{j-1} + 2\phi_j) + a_j(2\phi_j + \phi_{j+1}) \\ &\quad + b_{j-1}(\eta_{j-1}^2 + 2\dot{\eta}_{j-1}\eta_j + 3\eta_j^2) + b_j(3\eta_j^2 \\ &\quad + 2\dot{\eta}_j\eta_{j+1} + \eta_{j+1}^2) + c_{j-1}(\phi_j - \phi_{j-1})^2 \\ &\quad + c_j(\phi_{j+1} - \phi_j)^2 + g a_{j-1}(\eta_{j-1} + 2\eta_j) \\ &\quad + g a_j(\eta_j + \eta_{j+1}) \quad (j=2, \dots, N_F) \\ \gamma_{N_F+1} &= a_{N_F}(\phi_{N_F} + 2\phi_{N_F+1}) + b_{N_F}(\eta_{N_F}^2 \\ &\quad + 2\dot{\eta}_{N_F}\eta_{N_F+1} + 3\eta_{N_F+1}^2) \\ &\quad + c_{N_F}(\phi_{N_F+1} - \phi_{N_F})^2 \\ &\quad + g a_{N_F}(\eta_{N_F} + 2\eta_{N_F+1}) \\ a_j &= l_j/6, \quad b_j = l_j \cos^2 \beta_j/24, \quad c_j = 1/4l_j \end{aligned} \right\} \dots (14)$$

ただし、 ϕ の接線方向微分値 $\partial \phi / \partial s$ は要素内で一定とし、以下のように差分近似している。

$$\partial \phi / \partial s = (\phi_{j+1} - \phi_j) / l_j \dots (15)$$

式(13)が任意の重み関数について成り立つためには、次式を満足しなければならない。

$$\gamma_j = 0 \quad (j=1, 2, \dots, N_F+1) \dots (16)$$

(3) 逐次計算法

式(11), (16)を各時間ステップごとに解くことによって流体運動が追跡できる。1ステップの時間間隔を Δt とし、自由表面上の節点は、時間ステップの変化に対して鉛直に変動するものとする。j番目節点のnステップにおける水面変動量 $\eta_j^{(n)}$ とその時間偏微分値 $\dot{\eta}_j^{(n)}$ を、それぞれ $\eta_j^{(n-1)}$, $\dot{\eta}_j^{(n-1)}$ のまわりでテイラー展開すると次のようになる。

$$\eta_j^{(n)} = \eta_j^{(n-1)} + \Delta \eta_j^{(n)} \quad (j=1, 2, \dots, N_F+1) \dots (17)$$

$$\Delta \eta_j^{(n)} = \Delta t \dot{\eta}_j^{(n-1)} + \{ (\Delta t)^2 / 2 \} \ddot{\eta}_j^{(n-1)} + \dots \dots (18)$$

$$\dot{\eta}_j^{(n)} = \dot{\eta}_j^{(n-1)} + \Delta \dot{\eta}_j^{(n)} \quad (j=1, 2, \dots, N_F+1) \dots (19)$$

$$\Delta \dot{\eta}_j^{(n)} = \Delta t \ddot{\eta}_j^{(n-1)} + \{ (\Delta t)^2 / 2 \} \ddot{\eta}_j^{(n-1)} + \dots \dots (20)$$

式(18), (20)より次式が得られる。

$$\Delta \eta_j^{(n)} = 2 \Delta \eta_j^{(n)} / \Delta t - 2 \dot{\eta}_j^{(n-1)} + O((\Delta t)^2) \dots (21)$$

ここで、式(21)における $(\Delta t)^2$ 以上の項は微小項として無視し、これを式(19)に代入すると次のようになる。

$$\dot{\eta}_j^{(n)} = 2 \Delta \eta_j^{(n)} / \Delta t - \dot{\eta}_j^{(n-1)} \quad (j=1, 2, \dots, N_F+1) \dots (22)$$

一方、自由表面上節点の $\phi_j^{(n)}$, $\dot{\phi}_j^{(n)}$ を $\phi_j^{(n-1)}$, $\dot{\phi}_j^{(n-1)}$ のまわりで展開する際には、時間および鉛直変位に対応する2変数について展開する必要があり、これらは次のように表される。

$$\phi_j^{(n)} = \phi_j^{(n-1)} + \Delta \phi_j^{(n)} \quad (j=1, 2, \dots, N_F+1) \dots (23)$$

$$\Delta \phi_j^{(n)} = \Delta t \dot{\phi}_j^{(n-1)} + \Delta \eta_j^{(n)} (\partial \phi / \partial z)_j^{(n-1)} + (1/2)$$

$$\begin{aligned} & \times \{(\Delta t)^2 \ddot{\phi}_j^{(n-1)} + 2\Delta t \dot{\eta}_j^{(n)} (\partial \phi / \partial z)_j^{(n-1)} \\ & + (\Delta \eta_j^{(n)})^2 (\partial^2 \phi / \partial z^2)_j^{(n-1)}\} + \dots \dots \dots (24) \\ \phi_j^{(n)} &= \phi_j^{(n-1)} + \Delta \phi_j^{(n)} \quad (j=1, 2, \dots, N_F+1) \end{aligned}$$

$$\dots \dots \dots (25)$$

$$\Delta \phi_j^{(n)} = \Delta t \ddot{\phi}_j^{(n-1)} + \Delta \eta_j^{(n)} (\partial \phi / \partial z)_j^{(n-1)} + \dots \dots (26)$$

式 (24)～(26) および式 (18) から次式が導かれる。

$$\begin{aligned} \phi_j^{(n)} &= \frac{2\Delta \phi_j^{(n)}}{\Delta t} - \phi_j^{(n-1)} - \frac{2\Delta \eta_j^{(n)}}{\Delta t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_j^{(n-1)} \\ & - \Delta t \ddot{\eta}_j^{(n-1)} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_j^{(n-1)} - \Delta t (\ddot{\eta}_j^{(n-1)})^2 \\ & \times \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right)_j^{(n-1)} + O\{(\Delta t)^2\} \dots \dots \dots (27) \end{aligned}$$

ここで、式 (21) と同様に $(\Delta t)^2$ 以上の項は無視する。さらに、式 (27) の右辺第 5 項は他の項に比較して高次の非線形項であるので、本解析法ではこれを無視し、次のようにおく。

$$\begin{aligned} \phi_j^{(n)} &= \frac{2\Delta \phi_j^{(n)}}{\Delta t} - \phi_j^{(n-1)} - \frac{2\Delta \eta_j^{(n)}}{\Delta t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_j^{(n-1)} \\ & - \Delta t \ddot{\eta}_j^{(n-1)} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_j^{(n-1)} \\ & (j=1, 2, \dots, N_F+1) \dots \dots \dots (28) \end{aligned}$$

式 (28) の右辺第 3, 4 項が、本解析法で考慮する節点移動に対応した非線形項である。ただし、 $(\partial \phi / \partial z)_j^{(n-1)}$ 、 $(\partial^2 \phi / \partial z^2)_j^{(n-1)}$ は、 $n-1$ および $n-2$ ステップの節点値から求めることができるが、これについては省略する。

自由表面以外の、空間的に変動しない節点の速度ポテンシャルに関しては、式 (17)～(21) と同様に展開でき、次のように表すことができる。

$$\phi_j^{(n)} = \phi_j^{(n-1)} + \Delta \phi_j^{(n)} \quad (j=N_F+2, \dots, N) \dots \dots \dots (29)$$

$$\phi_j^{(n)} = 2\phi_j^{(n)} / \Delta t - \phi_j^{(n-1)} - \phi_j^{(n-1)} \quad (j=N_F+2, \dots, N) \dots \dots \dots (30)$$

式 (17), (22), (23), (28), (29) を式 (11), (16) に代入する。そして、式 (16) の非線形項に現れる $(\Delta \phi_j^{(n)})^2$ 、 $(\Delta \eta_j^{(n)})^2$ 等の $(\Delta t)^2$ 以上の微小項は無視することにより、 $\Delta \phi_j^{(n)}$ ($j=1, 2, \dots, N$)、 $\Delta \eta_j^{(n)}$ ($j=1, 2, \dots, N_F+1$) に関する連立一次方程式が得られる。

(4) 水面形状の補正

式 (11), (16) における α_j^* , A_{ij} , B_{ij} , B_j , I_j は境界形状に依存するものであり、これらを求めるときには n ステップの境界形状を用いる必要がある。しかし、 $\Delta \eta_j^{(n)}$ が未知数として連立方程式に取り込まれるため、 n ステップの水面形状は未知である。中山は、 β_j , I_j を $\Delta \eta_j^{(n)}$ に関して級数展開し、これを取り込んで連立方程式をたてているが、 A_{ij} , B_{ij} の算定には 1 ステップ前の水面形状を用いている。これに対して本解析法では、次の手順を用いることにより、厳密に n ステップの水面形状のもとに解を求める。すなわち、まず 1 ステップ前の水面形状のもとに解かれた $\Delta \eta_j^{(n)}$ を用いて式 (17) よ

り $\eta_j^{(n)}$ を求め、この水面形状に対して再び連立方程式を解く。そして、この水面形状の補正を次式を満足するまでくり返す。

$$\max \left| \frac{\Delta \eta_j^{(n, m)} - \Delta \eta_j^{(n, m-1)}}{\Delta \eta_j^{(n, m-1)}} \right| < \varepsilon$$

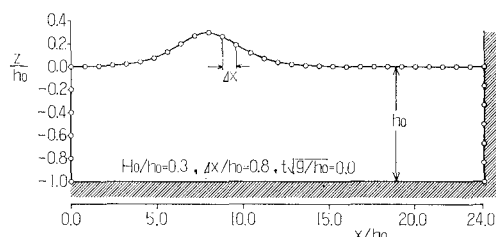
$$(j=1, 2, \dots, N_F+1) \dots \dots \dots (31)$$

ただし、 $\Delta \eta_j^{(n, m)}$ は、 n ステップにおける m 回目 ($m=1, 2, \dots$) の形状補正後の値を表す。また、 ε は許容相対誤差で、本論文では $\varepsilon=0.01$ として計算を行っている。この方法は、中山の方法に比べて水面形状の補正を行う分、1 ステップあたりの計算時間は多くかかるが、中山の方法では Δt を $\Delta t \sqrt{g/h_0}=0.01 \sim 0.02$ 程度にしなければならぬのに対し、本解析法では $\Delta t \sqrt{g/h_0}=0.5$ 程度にとれるため、結果として計算時間を大幅に短縮できる。

3. 数値計算例と考察

(1) 解析解との比較

図—3 に示される一定水深水路を用いて、孤立波の伝播波形および鉛直壁へのはいり高さを計算し、解析解と比較することにより、本解析法の妥当性を検証する。図—3 は、初期波高水深比 H_0/h_0 が 0.3 の場合の初期水面形状を示したもので、初期波形および S_0 における水平水粒子速度には孤立波の第 2 次近似解³⁾を用いる。また、 $\phi_j^{(0)}$, $\dot{\phi}_j^{(0)}$ は、これらの解を用いてそれぞれ式 (11), (6) より求める。



図—3 初期水面形状と節点の配置

図—4 (a), (b) は、 $t\sqrt{g/h_0}=6.0$ の波形に関して、 Δt および Δx を変化させたときの数値計算結果を第 2 次近似解と比較したものである。これらの図からわかるように、 $\Delta t \sqrt{g/h_0}$ を 0.5 程度、 $\Delta x/h_0$ を 0.8 程度にとれば、離散化による誤差はほとんどなく安定した波形が得られる。なお、 H_0/h_0 を 0.1 から 0.6 まで変えた他の場合についても、これと同様な結果が得られている。

図—5 は、 H_0/h_0 に対する鉛直壁への波のはいり高さ R_0 を、解析解⁶⁾および実験結果⁷⁾と比較したものである。 $H_0/h_0=0.3$ の場合、本数値計算結果が $R_0/h_0=0.655$ であるのに対し、第 2 次近似解は 0.645 であるから、相対誤差はわずか 1.55% ということになり、本解析法が実用上十分妥当な結果を与えることがわかる。

次に、式 (28) に示される自由表面の節点移動に対応

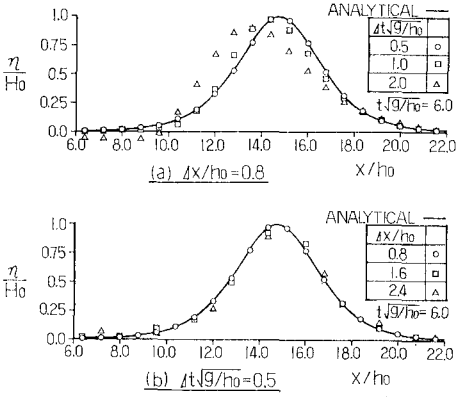


図-4 離散化の影響 ($H_0/h_0=0.3$)

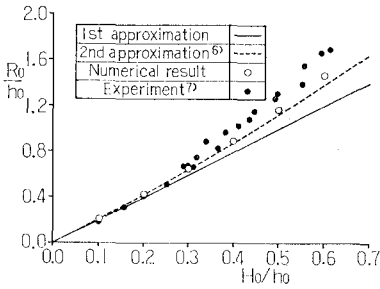


図-5 鉛直壁への孤立波のはいり高さ

する項が、計算精度に及ぼす影響を検討する。中山は、自由表面上の節点についても他の境界面上の節点と同様に、次のような計算を行っている。

$$\phi_j^{(n)} = 2\Delta\phi_j^{(n)}/\Delta t - \phi_j^{(n-1)} \quad (j=1, 2, \dots, N_F+1) \quad (32)$$

図-6 は、 $H_0/h_0=0.2, 0.4$ の場合について、式 (28) および式 (32) に基づいた計算結果を比較したものである。この図から、波高水深比が大きいほど式 (28) 右辺第 3, 4 項の影響が大きくなるのがわかる。そして、従来の解析法において誤差が蓄積していた主な原因は、中山が述べているような圧力方程式 (6) に含まれる非線形項の評価のしかたに問題があったのではなく、節点移動に伴うこれらの項を無視していたためであることが推察できる。

図-7 は、本解析法のもうひとつの特長である水面形状補正の効果を示したものである。図中、○印は本解析法による結果、△印は 1 ステップ前の境界形状を用いて計算した結果を表す。なお、図-7 において、各ステップでの水面形状の補正回数は、 $H_0/h_0=0.2$ の場合 2 回、 $H_0/h_0=0.4$ の場合 3 回であり、 Δt を中山の方法の 25~50 倍にとれることを考えれば、全体の計算時間が 1/10~1/25 程度に削減できることが理解できよう。

(2) 鉛直壁への孤立波のはいり、作用波力に及ぼす海底勾配の影響

孤立波が一樣勾配の海底を有する水域を伝播すると、

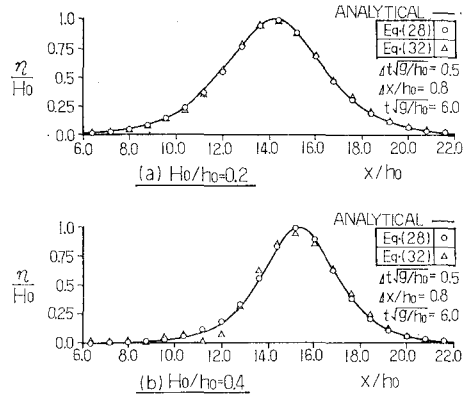


図-6 自由表面の節点移動に関する非線形項の影響

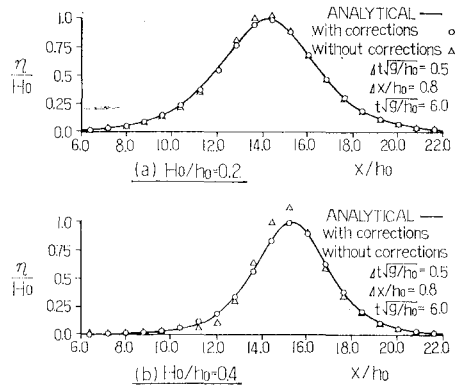


図-7 水面形状補正の効果

波の前面が急峻になってくることは、すべてにいくつかの研究³⁾によって明らかにされている。本論文では、このような海底勾配の影響を受けた孤立波が、鉛直壁によって反射する様子をシミュレートし、波のはいり高さ、鉛直壁に作用する波力が、海底勾配、初期波高水深比、鉛直壁の喫水によってどの程度変化するかを検討する。

鉛直壁上の圧力 P は、圧力方程式を用いて次のように表すことができる。

$$P = -\rho\{\phi + (1/2)(\partial\phi/\partial s)^2 + gz\} \quad (33)$$

ただし、 ρ は流体密度である。また、鉛直壁に作用する水平波力 F を次のように定義する。

$$F = \int_{-qh_0}^{\eta} P dz - \frac{1}{2}\rho g(qh_0)^2 \quad (34)$$

ここで、 qh_0 は静水時の鉛直壁の喫水を表す。また、式 (34) の右辺第 2 項は、静水時に鉛直壁に作用する水平力である。式 (34) に式 (33) を代入し、鉛直壁での積分を各要素での積分値の和で置き換えると、次式が導かれる。

$$F^{(n)} = -\frac{\rho g(\eta_1^{(n)})^2}{2} - \frac{\rho}{2} \sum_{j=N_w}^N \left\{ l_j(\phi_{j+1}^{(n)} + \phi_j^{(n)}) + \frac{1}{l_j}(\phi_{j+1}^{(n)} - \phi_j^{(n)})^2 \right\} \quad (35)$$

ただし、 N_w は鉛直壁と海底との交点に配置した節点の

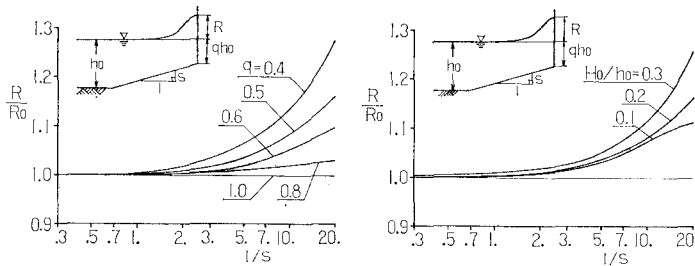
(a) $H_0/h_0=0.2$ (b) $q=0.5$

図-8 孤立波のはい上り高さの海底勾配による変化

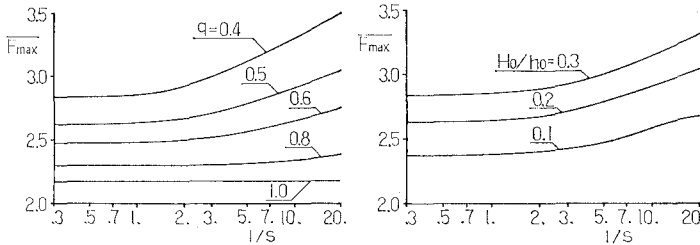
(a) $H_0/h_0=0.2$ (b) $q=0.5$

図-9 鉛直壁に作用する水平波力の海底勾配による変化

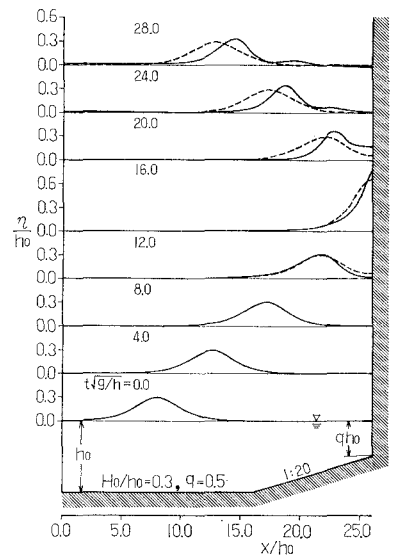


図-10 孤立波の反射の一例

節点番号で、 $F^{(n)}$ は n ステップでの水平波力を表す。

図-8, 9 は、海底勾配に対する波のはい上り高さ、作用波力を、 q および H_0/h_0 をパラメータにして示したものである。ここで、図-8 の R_0 は $1/s=0$ のはい上り高さの計算値で、これらは図-5 に示すとおりである。また、図-9 の縦軸 $\overline{F_{\max}}$ は、式 (35) の波力の最大値を $\rho g q h_0 H_0$ で除した無次元最大波力である。これらの図から、いずれの場合も海底勾配が緩やかになるほど、はい上り高さ、最大波力とも増加し、 q が小さく、 H_0/h_0 が大きくなるに従ってその割合が増大するのがわかる。

図-10 は、 $1/s=20$ の反射の様子の一例を示したもので、 $1/s=0$ についても比較のため破線で示してある。この図からわかるように、鉛直壁での波面の上昇速度は、 $1/s=0$ の場合に比べて大きく、下降速度は小さくなる。そして、 $1/s=0$ では反射後ももとの波形を保っているのに対し、 $1/s=20$ では波が分裂し、相対的に波高の小さい波が後方に形成されている。また、ここでは省略するが、 $1/s=20$ における波力の時系列変化は、波のはい上りが最大になる前後でピークをもつ、いわゆる双峯型になるのを確認した。

なお、図-8~10 は、 $4t\sqrt{g/h_0}=0.4$ 、 $4x/h_0=0.6$ のもとで計算を行った結果であり、図-10 の計算に要した計算時間は、280 秒 (IBM 3081 使用) であった。

4. あとがき

孤立波の反射および作用波力を解析する実用的な数値

解析法を開発し、これを用いて海底勾配等が孤立波のはい上り、波力特性に及ぼす影響を検討した。今後は、周期的な波に対する本解析法の適用および 3 次元解析への拡張を図るつもりである。

なお、本研究の遂行にあたり、清水建設(株)清川哲志氏から貴重な御助言を頂いた。記して感謝します。

参考文献

- 1) Isaacson, M. de St. Q.: Steep wave effects on large offshore structures, OTC3955, pp. 21~29, 1981.
- 2) T. Nakayama: Boundary element analysis of non-linear water wave problems, Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 19, pp. 953~970, 1983.
- 3) Kim, S. K., Liu, P. L-F. and Liggett, J. A.: Boundary integral equation solutions for solitary wave generation, propagation and run-up, Coastal Eng., Vol. 7, pp. 299~317, 1983.
- 4) T. Nakayama and K. Washizu: The boundary element method applied to the analysis of two-dimensional non-linear sloshing problems, Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 17, pp. 1631~1646, 1981.
- 5) Laitone, E. V.: The second approximation to cnoidal and solitary waves, J.F.M., Vol. 9, pp. 430~444, 1961.
- 6) Byatt-Smith, J. G. B.: An integral equation for unsteady surface waves and a comment on Boussinesq equation, J.F.M., Vol. 49, pp. 625~633, 1971.
- 7) Camfield, F. E. and Street, R. L.: An investigation of the deformation and breaking of solitary waves, Dep. Civil Eng. Tech. Rep. No. 81, Stanford Univ., 1967.
- 8) 例えば, Peregrin, D. H.: Long waves on a beach, J.F.M., Vol. 27, pp. 815~827, 1967.