

波と流れによる砂漣上の流況

イスマイル・アイディン*・首藤伸夫**

1. 序

波と流れが共存する場では、非対称砂漣の影響もあって、砂は複雑な動きをしめす。波が流れに逆行する時、僅かな定常流々速の変化に対応して、砂の純移動方向が下流向きから上流向きへと変る事がある。これは、砂漣頂からの流線の剝離をも含む流況、底面近くの乱流、こうした流れによる剪断力や抗力、などの結果として生ずる現象である。平均的な剪断力を推定するモデルは存在するが、砂の純移動方向を議論するには有効ではない。本論文では、砂漣上の平均流速と乱流の精密な測定を実施し、平均流速を比較的容易に計算できる手法の精度を検討する。この手法、C.I.C.法では、多数の渦素子をあたえて計算するが、渦素子の動きを追って行くと、流れによって運ばれる砂粒子の動きに似たものがえられるので、砂移動状況を理解する一助となろう。

2. 実験結果

図-1 にしめすような風洞を使って実験した。上下両面に砂漣を設置し、その表面には $d_{50}=0.13$ cm の砂粒をはりつけてある。砂漣は水理実験でえられた非対称性をもつもので、波高 5.7 cm、波長 40 cm で、波頂は中間点より下流へ 6.7 cm ずれている。定常流流速 40 cm/s、振動流流速振幅 70 cm/s、その周期は 1.48 s である。

流速はX型熱線流速計を用い 379 点で測定し、サンプリング周波数 100 Hz で数値化した。平均流速はアンサンブル平均により求めた。 $M=80$ とした。

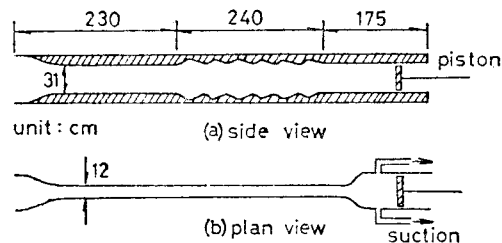


図-1 実験風洞

$$\langle U(x, y, t) \rangle = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M u_k(x, y, t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

乱流々速をもとめるには、対象時刻をふくむ前後 $2N+1$ 個の時間の測定値の加重平均値として

$$\bar{u}(x, y, t) = \frac{1}{(N+1)^2} \left[(N+1)u(x, y, t) + \sum_{i=1}^N (N-i+1)\{u(x, y, t-i\Delta t) + u(x, y, t+i\Delta t)\} \right] \quad \dots\dots\dots (2)$$

をもとめ、これからのずれを乱れ $u'(x, y, t)$ とする。 $N=8$ とした。 u' の自乗を $M=80$ に対しアンサンブル平均して平方したものを $u_{r.e.s.}$ と名付け、乱れ強度として使用する。

図-2 (a) が乱れ、(b) が平均流速の実測値である。砂漣頂での合流速が最大となる $t=0.27T$ で、頂付近から流線の剝離が生じ始めている。乱れは砂漣背後でやや大きい、全域にわたり比較的乱れている。 $t=0.43T$ では流線剝離と砂漣背後の渦の発達が見られ、背後渦内での乱れが著しい。 $t=0.51T$ では流れは減衰期にあるが、背後渦の勢いは衰えない。もし砂粒が浮遊していたとすると、沈降しにくいであろう。 $t=0.68T$ では逆行する振動流が定常流をうわまわり全域で左向きの流れとなる。砂漣下流に生じていた渦の下方の左向きの流れが強化される形で砂漣頂を乗り越えるが、流線剝離は生じない。大流速部で乱れが大きく、他ではきわめて小さい。 $t=0.84T$ では頂を越えた流れが砂漣左端近くまで、あまり乱れを減ぜずに到達する。以上を通じ、乱れ流速は 5~25 cm/s 程度であった。

3. C.I.C. 法

ここで計算した計算法は、渦素子の移動をラグランジュ的に追跡し、これによる流速場はポアソン方程式を解いてオイラー的にうるもので、C.I.C.法 (cloud-in-cell method¹⁾⁻³⁾ といわれるものである。ただし、境界条件の入れ方などに独自の工夫をおこなった。

計算は次のように行う。

* 学生会員 東北大学大学院工学研究科
** 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

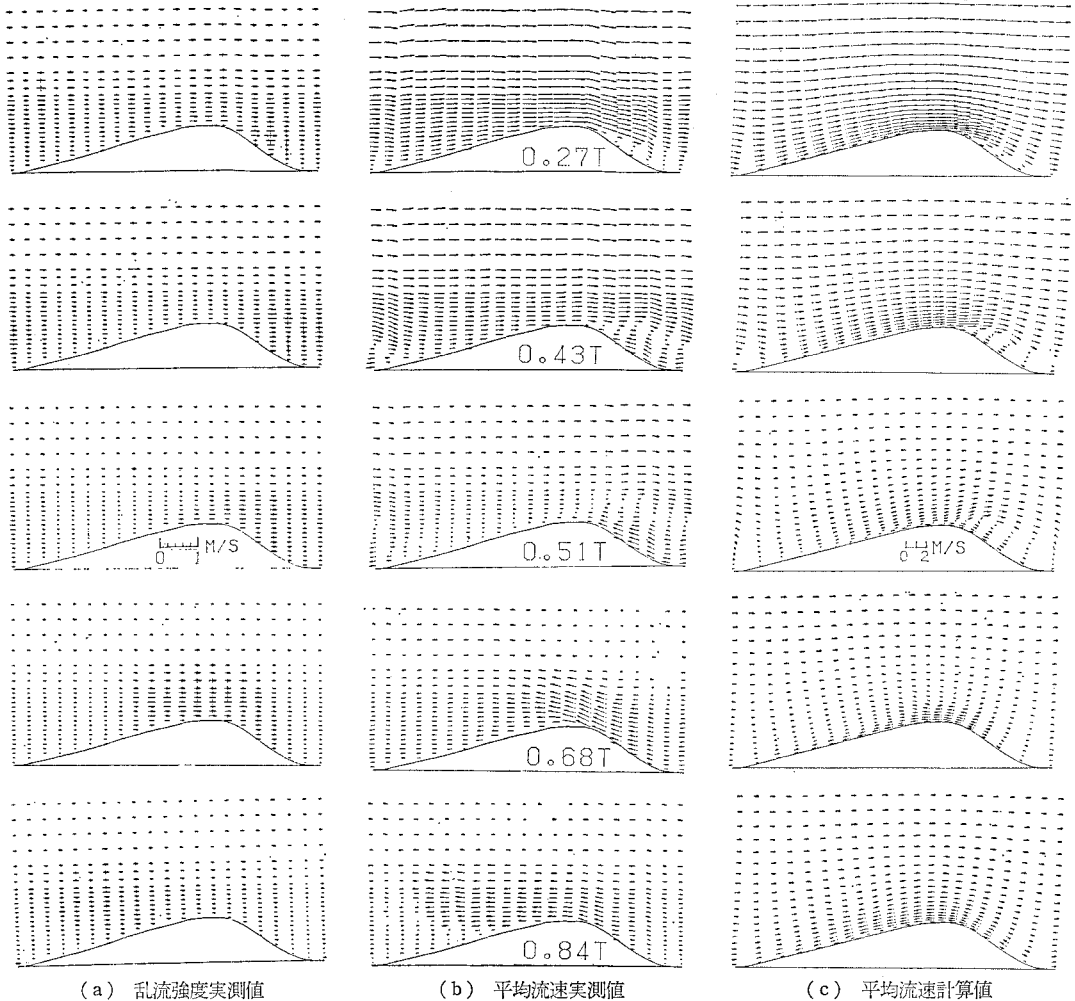


図-2 波・流れ共存時

- (i) まず、完全流体流としての流速場を仮定する。
 (ii) 渦素子を壁面上に配置する。その循環の強さ Γ_n は、壁面より直に距離 d だけ離れた地点の流速 U_d 、計算時間々隔 Δt とで、次のようにもとめる。

$$\Gamma_n = -|U_d|U_d\Delta t/2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

- (iii) 各渦素子の渦度 ω_n を、代表半径 r_n をつかって、次式によって計算する。

$$\omega_n = \Gamma_n / \pi r_n^2 \quad \dots\dots\dots(3)$$

r_n の時間的な変化は

$$V(r, \tau) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu\tau}\right) \right] \quad \dots\dots\dots(4)$$

であらわされる理想的な単一渦⁴⁾の変化に類似なものと仮定する。時刻 τ での V の最大値が r' で発生するなら、

$$r_n = cr' = c\sqrt{\nu\tau_n} \quad \dots\dots\dots(5)$$

のように r_n は r' に比例すると仮定することになる。

結局、動粘性係数 ν 、各渦素子の発生後の経過時間 τ_n とであたえられる。

- (iv) 渦素子の位置は流速計算のため

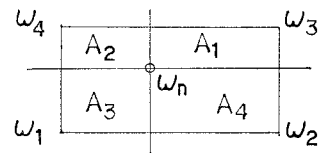
の格子点の位置とは一致しないのが普通である。このとき、図-3に示すように分割し、面積総和を A として、次のように面積の重みをつけて各格子点に配分する。

$$\omega_k = \omega_n A_k / A \quad \dots\dots\dots(6)$$

- (v) 格子内にある全ての渦素子に対し、(iii)、(iv)の計算により格子点での渦度を決定したのち、ポアソン方程式で流関数を求める。砂漣表面形状を水平直線に写像しておく。写像関数は

$$z = \zeta + i \sum_{j=1}^{10} A_j e^{i[jk(\zeta - i\beta_1) + \theta_j]} \quad \dots\dots\dots(7)$$

ただし、 $z = x + iy$, $\zeta = \alpha + i\beta$, $k = 2\pi/L$, L は砂漣長、

図-3 ω_n 配分法

A_j, θ_j, β_1 は常数である⁵⁾。

等角写像後のポアソン方程式は、変換のヤコビアン J を使って、流関数 ψ に対し

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \beta^2} = -\frac{\omega}{J} \dots\dots\dots (8)$$

であり、SOR 法で解くこととする。

(vi) 式 (8) の解から、各格子点での流速は

$$\left. \begin{aligned} u_{i,j} &= \sqrt{J_{i,j}} \frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1}}{\beta_{j+1} - \beta_{j-1}} \\ v_{i,j} &= \sqrt{J_{i,j}} \frac{\psi_{i-1,j} - \psi_{i+1,j}}{2\Delta\alpha} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

である。 i, j は格子点番号である。

(vii) 各渦素子を移送せしめる流速は (iv) の方法を逆に適用して、水平成分なら、次のようにあたえられる。

$$(u_{on})_n = \sum_{k=1}^4 U_k A_k / A \dots\dots\dots (10)$$

(viii) 渦素子は拡散によっても移動する。壁から直な方向の移動速度 v_f が、比例常数 F をつかって

$$(v_f)_n = F(dr'/d\tau)_n \dots\dots\dots (11)$$

のように、理想単一渦の代表径の拡大速度と関係するものと仮定する。

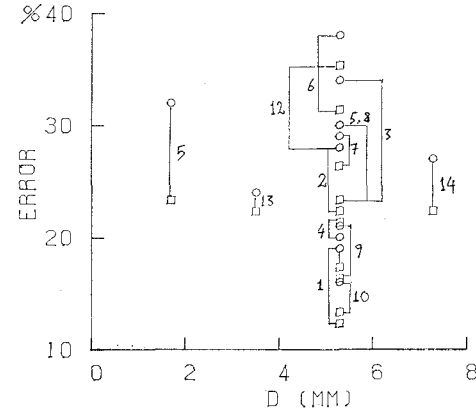
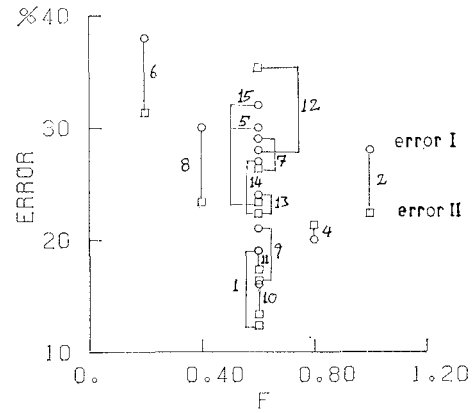
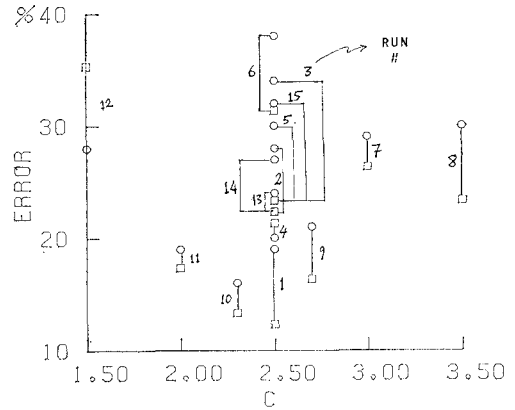
(ix) 式 (10), (11) を加えた流速場を確定、(ii) へ戻る。

4. 計算結果

第 2 節にしめた条件について計算する。まず、モデル化に際して持ち込まれた諸定数、すなわち渦度計算のための高さ d 、代表径係数 c 、拡散速度係数 F をきめなくてはならない。 $\Delta t = 0.02$ 、空間分割は 40×40 としたとき、 c, d, F のいくつかの組合せについて平均流速を計算し、実験値との差が最小のものを採用する。図—2 にしめた各時刻において、各点での計算値の実験値に対する誤差を空間的に平均し、各時期の平均誤差とする。ついて 5 個の各時期平均誤差を平均したものを全平

均誤差とする。誤差最小の基準としては、全平均誤差のほかに、 $t = 0.43T$ に対する第 2 期平均誤差をも取りあげた。この時刻には全域にわたっての流速が比較的大きく、砂鏈頂からの流線剥離および砂鏈背後の渦の形成が顕著であるため、こうした特徴を良く表現しうることが計算法の良否の判断に必要なからである。

表—1 に、 c, d, F の値、発生させた渦素子の数、全平均誤差 (II)、第 2 期平均誤差 (I) の値をしめす。こ



表—1 c, d, F の組合せと計算誤差

Run No.	d (mm)	C	F	No. of vortex	Error %	
					I	II
1	5.3	2.5	0.6	2219	19.	12.
2	5.3	2.5	1.0	2223	28.	22.
3	5.3	2.5	2.0	1549	34.	23.
4	5.3	2.5	0.8	2253	20.	21.
5	5.3	2.5	0.4	2238	30.	23.
6	5.3	2.5	0.2	2153	38.	31.
7	5.3	3.0	0.6	1823	29.	26.
8	5.3	3.5	0.6	1404	30.	23.
9	5.3	2.7	0.6	1920	21.	16.
10	5.3	2.3	0.6	2432	16.	13.
11	5.3	2.0	0.6	2857	19.	17.
12	5.3	1.5	0.6	3345	28.	35.
13	3.5	2.5	0.6	2125	24.	22.
14	7.3	2.5	0.6	2283	27.	22.
15	1.7	2.5	0.6	1573	32.	23.

図—4 c, d, F と誤差。丸印は第 2 期平均誤差、四角印は全平均誤差、数字は Run 番号である。

の関係を図示したのが図-4である。全平均誤差の最小は Run 1, 第2期平均誤差の最小は Run 10 があたえる。Run 1, Run 10 の全平均誤差は 1% の差しかなく、第2期平均誤差については、後者が 3% 程良好である。流線剝離などは Run 10 の方がより良く表現している。最適値は $d=5.3$ cm, $C=2.3$, $F=0.6$ である。

一般に、 d は Γ_n を見積るには大きい方が良く、流線等の剝離を見積るには小さい方が良いが、 C , F にくらべ d を変えることの影響は小さい。

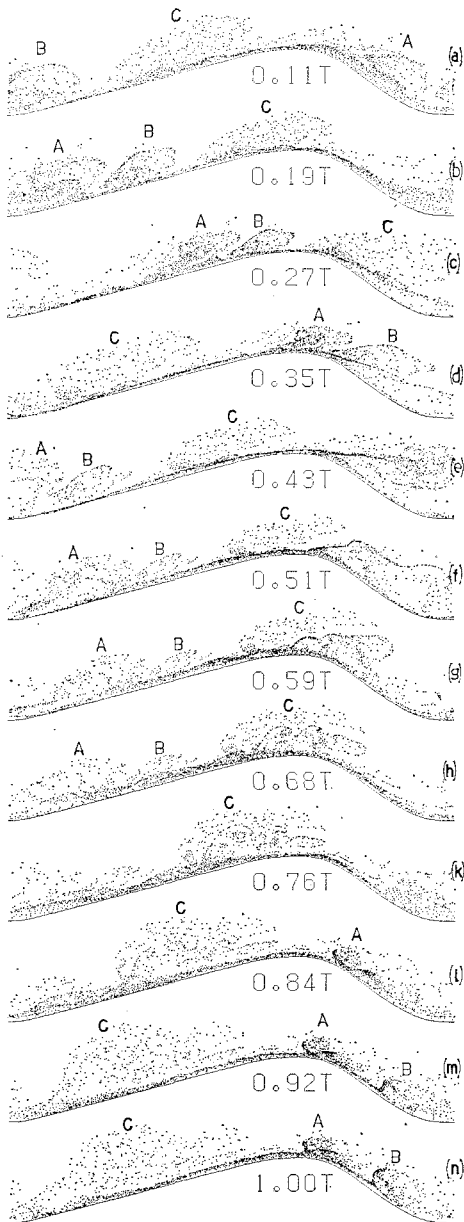


図-5 計算された渦素子の位置

最適組合せによる平均流速計算値は図-2に示してある。 $t=0.27T$, 0.43 , $0.51T$ では比較的一致が良いが、 $0.68T$, $0.84T$ では差がみられる。後者の時期に右から左へ向う流れは、計算値の方が小さく、また砂漣に沿いすぎている。これは乱流を考慮しない本計算法の限界である。

図-5 に渦素子の運動を示す。大別すると、A, B, C の群が常に見られる。(a), (b) の時期には先行した過去の周期に発生した渦素子が大半をしめている。(c) において群 C は頂を越えて下流へ移動し、A, B は後を追って頂へはいあがる。流れは加速期にあり、A, B 群は砂漣へ押しつけられるように高さを減じ、発生しつつある渦素子は境界面近くにうすい層をなしている。(d) では、群 C はすべて下流側砂漣の上流面に移動し、群 A は頂きに、群 B は砂漣から剝離した形となる。(e) の段階で背後渦が最も発達し、群 A から取残されたものおよび新しく発生して頂から剝離した渦が数多く集まっている。減速期では (f) のように砂漣頂から伸びるボルテックス・シートが波打ち、(g), (h) のように折返され、群 C に合体する。(a) から (f) まで古い渦素子を失って来た群 C はこうして再生し、一周期の終りには砂漣上流面の中央部を占有する。一方、A, B は (h), (k) と進むにつれ次第にその存在が顕著でなくなるが、砂漣下流面を左へはいあがる頃には再びまとまりをしめすようになり、A が頂に辿りついた時に流れは下流に向きを変えて (a) に戻る。

群 A, B は、砂漣面から発生した渦素子が負流速時に下流側斜面を登りながら集合するという、いわばピックアップによって形成される。一方、群 C は、砂漣背後の渦中にとり残された群 A の一部と、新しく発生した渦素子が砂漣上流面に沿って掃流状態で流下し砂漣頂から放出されて浮遊状態になったものとが合体して生じている。

もうひとつの例として、対称砂漣上に振動流のみが存在する場合を図-6に示す。砂漣波長 20 cm, 砂漣波高 4 cm, 流速振幅 48 cm/s, 周期 1.88 s である。測定は LDV でおこなわれている。計算には $d=0.1$ cm, $C=0.9$, $F=0.8$ とした。 $\Delta t=0.02$ s, 空間分割は 40×40 である。この場合にも、砂漣背後の渦などは $t=0.34T$ の図にみられるように比較的良好に計算できるが、背後渦が顕著でない $t=0.17T$ の時刻には計算した流れが砂漣に沿いすぎるといふ欠陥があらわれる。

5. 結 論

CIC 法で砂漣上の流況を計算した。砂漣背後の流線剝離と渦は良く再現できるが、乱流を入れないための限界もある。渦素子が群をつくって移動する状態は、砂粒の移動を理解するための参考となろう。

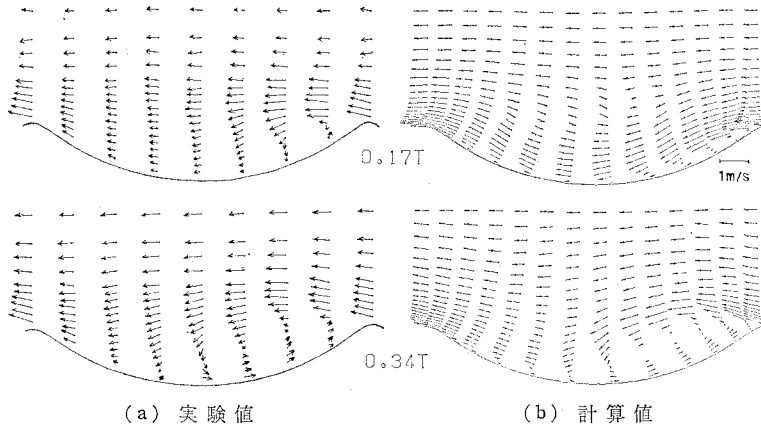


図-6 対称砂漣上での振動流による流れ

謝 辞： 本研究を行なうにあたり多大なる助力を戴いた東北大学工学部山路弘人技官に感謝の意を表す。また本研究の一部は文部省科学研究費によって行なわれたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) Christiansen, J. P.: Numerical simulation of hydrodynamics by the method of point vortices, J. Comp. Phy., Vol. 13, pp. 363~379, 1973.
- 2) Kiya, M. et al.: Discrete vortex simulation of turbulent separation bubble, J.F.M., Vol. 120, pp. 219~244, 1984.
- 3) Leonard, A.: Vortex methods for flow simulation, J. Comp. Phy., Vol. 37, pp. 289~335, 1980.
- 4) Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, pp. 89~90, McGraw Hill 1955.
- 5) 田中 仁・首藤伸夫：波状曲面上の一方向流を伴う振動流に関する実験，第31回海岸工学講演会論文集，pp. 301~305, 1984.
- 6) 沢本正樹・山下俊彦・山口修一：拡大相似模型を用いた砂漣上の振動流の測定，Tech. Rep. No. 31, pp. 157~168, 東京工大土木工学科，1983.