

自己加速する泥水流に関する研究

福 嶋 祐 介*・Gary Parker**

1. 序 論

泥水流は、土砂を浮遊した下層密度流であり、湖や海で発生する。泥水流は沿岸域に堆積した土砂を深海に輸送するうえで重要な役割を果たす。

単純な下層密度流では密度フラックスが流下方向に一定に保たれるのに対し、泥水流では、底面からの砂の巻き上げ、底面への砂の沈降・堆積により、密度フラックスは流下方向に増減する。乱れが十分大きく、底面からの巻き上げが沈降に比べて大きい場合には、流下方向の密度フラックスが増加し、泥水流は自ら加速する。一方、乱れが小さく、砂の巻き上げが沈降に比べて小さい場合には、流下方向の密度フラックスは減少し、泥水流は流れを維持できず次第に消滅する。沿岸域での流砂現象に寄与するのは、前者の自ら加速するような泥水流であり、このような流れの発生条件、流動機構を解明することが重要である。

Pantin¹⁾, Parker²⁾ は、底面からの砂の巻き上げ、沈降による流砂量の変化を考慮して、加速・減速を伴う泥水流を説明した。Parker はこの現象を“ignition”（着火あるいは発火）と呼んだ。しかし、これらのモデルでは、上層から水の連行が無視されており、砂の連行についても十分な検討が行われていない。

本研究では、より現実的な泥水流のモデルを提案し、スクリップス海底峡谷での予測に適用する。

2. 層平均方程式

下層密度流に対する Ellison と Turner³⁾ の解析に準じて泥水流に対する層平均方程式を求める。図-1 のように、上層水深が泥水層厚に比べて十分大きく、上層流速を無視し得る場合も考える。泥水流は二次元であり、十分発達した乱流である。境界層近似、プーシネスク近似のもとで基礎方程式は次のようにあらわされる。

連続式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

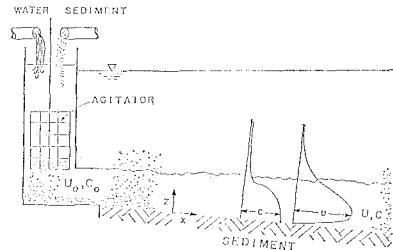


図-1 流下方向に発達する泥水流

x 方向の運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -Rg \int_z^\infty c dz + RgcS + \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (2)$$

砂の質量保存式

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial wc}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} (c'w' - v_s c) \quad \dots\dots (3)$$

平均流のエネルギー方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} u^2 + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{2} u^3 + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{2} u^2 w \\ &= -Rgu \frac{\partial}{\partial z} \int_z^\infty c dz + \frac{\partial}{\partial z} u\tau + Rgc u S - \tau \frac{\partial u}{\partial z} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4)$$

乱流エネルギー方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial uk}{\partial x} + \frac{\partial wk}{\partial z} \\ &= \tau \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left[w^2 \left(\frac{p'}{\rho} + \frac{1}{2} u'_i u'_i \right) \right] - \varepsilon - Rgc'w' \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 u, w は、 x, z 方向の平均流速成分、 c は砂の平均体積濃度、 $R (= \rho_s / \rho - 1)$ は砂粒子の水中比重、 ρ, ρ_s は、砂粒子の密度、 g は重力加速度、 S は斜面勾配、 $\tau (= -\overline{u'w'})$ はレイノルズ応力、 v_s は砂粒子の沈降速度、 $k (= \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i})$ は乱流エネルギー、 ε は乱流エネルギー逸散率、プライム（'）は乱流成分を表わしている。

式（5）中の濃度・速度相関 $c'w'$ の項は、式（1）、（3）より、次のように求められる。

$$c'w' = v_s c + \frac{\partial}{\partial t} \int_z^\infty c dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_z^\infty u c dz - c \frac{\partial}{\partial x} \int_0^z u dz \quad \dots\dots\dots (6)$$

* 正会員 工博 長岡技術科学大学助教授 工学部建設系

** Ph.D., Professor, St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory, University of Minnesota, U.S.A.

式(1)~(5)を $0 \leq z \leq \infty$ の範囲で積分し、層平均方程式を求める。但し、式(5)の積分では式(6)の関係を考慮する。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_z^\infty u dz = w_e \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty c dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty u c dz = \overline{c'w'} \Big|_{z=b} - v_s C_b \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty u^2 dz \\ &= -Rg \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty c dz' dz + RgS \int_0^\infty c dz - u_*^3 \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty \frac{1}{2} u^2 dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \frac{1}{2} u^3 dz \\ &= -Rg \int_0^\infty u \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty c dz' dz + RgS \int_0^\infty c u dz - P_T \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty k dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty u k dz \\ &= P_T - \int_0^\infty \epsilon dz - Rg v_s \int_0^\infty c dz \\ & \quad - Rg \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty \int_z^\infty c dz' dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \int_z^\infty u c dz' dz \right. \\ & \quad \left. + \int_0^\infty c \frac{\partial}{\partial x} \int_0^z u dz' dz \right] \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここで、 $z=b$ は底面近傍での高さ、 u_*^3 は底面でのレイノルズ応力 (u_* は底面での摩擦速度)、 P_T は乱流エネルギー生成率の層積分

$$P_T = \int_0^\infty \tau \frac{\partial u}{\partial z} dz \quad \dots\dots\dots (12)$$

である。式(8)の右辺に含まれる $\overline{c'w'} \Big|_{z=b}$ は、底面での砂の巻き上げ率、 $v_s C_b$ は沈降率である。砂の巻き上げ率を沈降速度で無次元化し、砂の連行係数 E_s を導入する。すなわち、

$$\overline{c'w'} \Big|_{z=b} = v_s E_s \quad \dots\dots\dots (13)$$

3. 相似仮説の導入

流速分布、濃度分布が流下方向に相似であると仮定し流速、濃度、乱流エネルギーの層平均値 U , C , K および層厚 h を定義する。定義式として次の組み合わせが考えられる。

$$\left. \begin{aligned} Uh &= \int_0^\infty u dz; & UCh &= \int_0^\infty u c dz; \\ U^2 h &= \int_0^\infty u^2 dz; & UKh &= \int_0^\infty u k dz \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

式(7)~(11)の積分を行うため、Pantini¹⁾と同様、 u , c , k が断面内で一様であると仮定すると、形状係数(shape factor)は全て1となる。このとき、式(7)~(11)は、それぞれ、次のようになる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} Uh = w_e \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} Ch + \frac{\partial}{\partial x} UCh = v_s(E_s - C_b) \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} Uh + \frac{\partial}{\partial x} U^2 h \\ &= -\frac{1}{2} Rg \frac{\partial}{\partial x} Ch^2 + RgChS - u_*^3 \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} U^2 h + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{2} U^3 h \\ &= RgChUS - P_T - \frac{1}{2} RgU \frac{\partial}{\partial x} Ch^2 \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

式(15), (16)を用い、式(11)を積分した結果を整理すると、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} Kh + \frac{\partial}{\partial x} UKh \\ &= P_T - \epsilon_0 h - Rg v_s Ch - \frac{1}{2} RgCh w_e \\ & \quad - \frac{1}{2} Rgh v_s(E_s - C_b) \quad \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

を得る。

式(15), (17), (18)から明らかのように、 u_* , w_e , P_T は独立に与えることはできない。式(17)に U をかけ、式(15)を用いて整理すると、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} U^2 h + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{2} U^3 h \\ &= RgChUS - \frac{1}{2} w_e U^2 - u_*^3 U - \frac{1}{2} RgU \frac{\partial}{\partial x} Ch^2 \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

式(18)と式(21)を比較することにより、

$$P_T = u_*^3 U + \frac{1}{2} w_e U^2 \quad \dots\dots\dots (21)$$

を得る。式(21)は、乱流エネルギーの生成率が底面付近のせん断応力に基づくものと、界面付近の混合に基づくものと和であることを示している。

4. 水および砂の連行係数

上層からの連行速度 w_e を連行係数 e_w により次のように表わす。

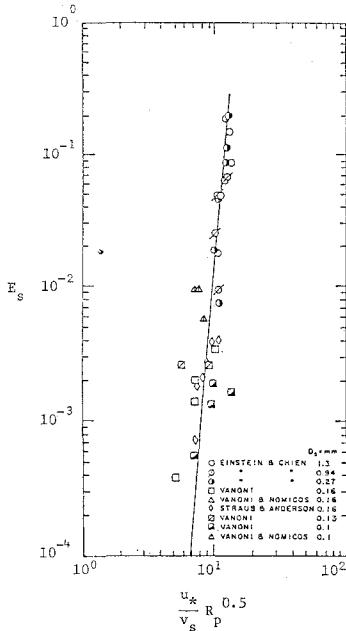
$$w_e = e_w U \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$e_w = \frac{0.00153}{0.0204 + R_i} \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 R_i は層平均リチャードソン数であり、次式で定義される。

$$R_i = \frac{RgCh}{U^2} \quad \dots\dots\dots (24)$$

式(23)は、 R_i が零に近づくとき非成層流の極限值0.075に、 R_i が0.0204に比べて十分大きいと、表面密度噴流、下層密度噴流に対して得られたAshida and Egashiraの式⁵⁾と一致する。

図-2 砂の連行係数 E_s と Z の関係

秋山・福嶋⁶⁾は、開水路の平衡浮遊砂流について既存の実験値を整理し、砂の連行係数 E_s について図-2の関係を求めた。これを式で表わすと、

$$E_s = \begin{cases} 0.3 & Z_m < Z \\ 3 \times 10^{-12} Z^{10} (1 - Z/Z_m) & Z_c < Z < Z_m \\ 0 & Z < Z_c \end{cases} \quad (25)$$

ここで、

$$Z = \frac{u_*}{v_s} R_p^{0.5} \quad (26)$$

$$R_p = \sqrt{RgD_s} D_s / \nu \quad (27)$$

であり、 D_s は砂の粒径、 ν は動粘性係数、 R_p は粒子レイノルズ数である。式 (25) における Z の上限、下限は $Z_m = 13.2$ 、 $Z_c = 5$ である。

底面濃度 C_b と断面平均濃度 C の関数は Parker²⁾ より

$$r_0 = \frac{C_b}{C} = 1 + 31.5 \left(\frac{u_*}{v_s} \right)^{-1.46} \quad (28)$$

上式は開水路の浮遊砂濃度分布式として用いられるラウス分布の近似式である。

式 (25)、(28) はいずれも開水路の浮遊砂流について得られたものであり、泥水流に対しそのまま適用するのは問題がある。しかし、泥水流の実測値がほとんどない現状から、これらの式を近似的に用いることとする。

5. 三方程式モデルと四方程式モデル

基礎方程式 (15)~(19) には未知数として u_* 、 P_T 、 ϵ_0 が残されており、これらをどのように仮定するかで異なるモデルが考えられる。

最も簡単なモデルは、底面のせん断応力を平均流速と結びつける方法であり、方程式として水の連続式 (15)、砂の連続式 (16)、運動量方程式 (17) の三つを用いることから、このモデルを三方程式と呼ぶ。Pantin¹⁾、Parker²⁾ のモデルは、このタイプである。

底面せん断応力を次のように仮定する

$$u_*^2 = C_D U^2 \quad (29)$$

ここで、 C_D は底面での抵抗係数である。 C_D は境界層厚、底面粗度等の関数と考えられるが、ここでは時間的・場所的に一定であると考ええる。

次に考えられるモデルは、三つの方程式に加え、乱流エネルギー方程式 (19) を用いるものである。これを四方程式と呼ぶ。式 (21) を考慮すると未知数は、 u_* 、 ϵ_0 であり、次のようにおく⁸⁾。

$$u_*^2 = \alpha K \quad (30)$$

$$\epsilon_0 = \beta \frac{K^{3/2}}{h} \quad (31)$$

ここで、 α 、 β は無次元の係数であり、時間的・場所的に一定値であると考ええる。式 (29)、(30) から明らかのように、この四方程式モデルでは抵抗係数 C_D は一定値ではない。すなわち

$$C_D = \alpha K / U^2 \quad (32)$$

であり、 C_D は、乱流エネルギーと平均流のエネルギーの比に比例する。

四方程式モデルでは、規定すべきパラメータは、 α と β の二つである。単純な下層密度流 ($v_s = 0$) に対し、三方程式モデルと四方程式モデルが同じ平衡解を持つという条件から、 β が次のように表わされる。

$$\beta = \frac{\frac{1}{2} \epsilon_w (1 - R_t - 2C_{D*}/\alpha) - C_{D*}}{(C_{D*}/\alpha)^{3/2}} \quad (33)$$

ここで、 C_{D*} は平衡状態の U と K より決まる式 (32) の値である。 β の代わりに C_{D*} を用いるとより直接的に二つのモデルを比較することができる。

6. スクリップス海底峡谷における予測

スクリップス海底峡谷では、泥水流によって沿岸域から多量の土砂輸送がされていると考えられており、流速測定が試みられている⁹⁾。その結果によると、比較的穏やかな暴風時に少なくとも 1.9 m/s 以上の流速が測定されている。ここでは、スクリップス海底峡谷を対象として行なった三方程式モデルと四方程式のモデルの数値解析について述べ、両モデルの適合性を検討する。簡単のため、泥水流が定常的に形成される場合を想定し、上流端での水理量 h_0 、 C_0 、 U_0 が変化しないとして計算を行なった。

Inman ら⁹⁾によると、スクリップス海底峡谷の平均勾

配は $S=0.08$ であり、堆積している砂の平均粒径は、 $D_s=0.15\text{ mm}$ である。これに対する静水中での沈降速度は $v_s=1.6\text{ cm/s}$ である。上流端での峡谷形状から判断して、泥水層厚は $2\sim 8\text{ m}$ と考えられるが、ここでは $h_0=3\text{ m}$ とした。予備計算の結果、 β を式 (33) で与えると、 $\alpha=0.05\sim 0.5$ の範囲では予測値はほとんど同一と見なせることがわかったので、 $\alpha=0.1$ とした。また、粗面での対数則より、 $C_D=C_{D*}=0.003\sim 0.01$ の範囲にあると考えられるが、ここでは $C_D=C_{D*}=0.004$ の結果を示した。

図-3 は、三方程式モデルによって計算された泥水流が流下方向に加速する領域、減速する領域を $U-\Psi$ 面に投影して表わしたものである。ここで、 $\Psi (=UCh)$ は、単位幅当りの流砂量である。図-4 は、四方程式モデルによる加速、減速領域図である。 $U-\Psi$ 面は、 $R_i=1$ の曲線により、泥水流が密度流的に常流であるか射流であるかに分けられる。常流域では、全ての流れは流方向に減速し、長距離にわたって土砂を輸送することはできない。射流域は、加速域 (igniting field) と減速域 (subsiding field) に分けられ、それぞれの領域で C.L. (convergence line) に沿って収束することを示している。図中の○印は、式 (16) の右辺=0、および式 (17), (19) で、 $U=K$ —一定として得られる着火条件 (ignition condition)²⁾である。着火条件は、 $v_s=0$ の条件の下で下層密度流の平衡解を等しく、泥水流が加速するか減速する

かを判定するための定量的基準を与える。

図-5, 6 には、流速 U 、流砂量 Ψ の流下方向変化を示す。図-6 中の数字は体積濃度 C (%) である。両図中の各条件は次のとおりである。

- Case 1 三方程式モデルによる結果。初期条件を着火条件と等しくとっている。 $(U_0, \Psi_0)=(U_I, \Psi_I)$
- Case 2~5 は四方程式モデルによる結果であり、
- Case 2 初期条件を着火条件とした。
- Case 3 $\Psi=\Psi_I$ とした単純な下層密度流。
- Case 4 砂の連行率を零 ($E_s=0$) とした結果。これは大きな砂礫上を流れる泥水流に対応する。
- Case 5 図-4 の加速領域のうち、最も小さな流速となる条件を初期条件とした結果。

図-5, 6 より、三方程式モデルによる予測では、泥水流は流下方向にきわめて急激に加速し、流砂量の増加率も著しく大きいことがわかる。これに対し、Case 2 の四方程式モデルによる予測では、それ程激しい変化を示さず、単純な下層密度流と三方程式モデルの中間的挙動を示す。この二つのモデルの差異は、三方程式モデルにおいて浮遊砂量の増減に伴う乱流構造の変化が考慮されていないことによる。Case 1 に対し、乱流エネルギー収支を調べると、図中の×印より下流では、乱れの発生に比べ乱れの消費がきわめて大きくなっていることがわかった。つまり、この解は乱流レベルで非現実的なのである。乱流エネルギー保存則を陽に含んだ四方程式モデルでは、このような矛盾は生じない。さらに両図から、底面からの砂の供給がない場合 (Case 4) では、泥水流が短い距離で静止に至ること、初期流速が着火条件

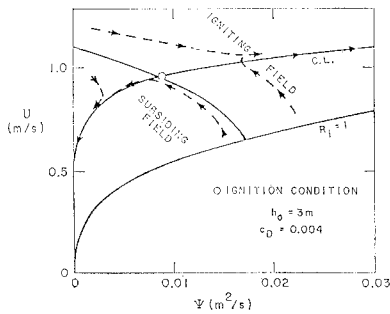


図-3 三方程式モデルによる加速・減速領域

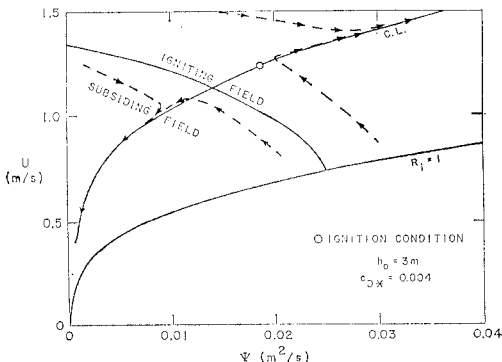


図-4 四方程式モデルによる加速・減速領域

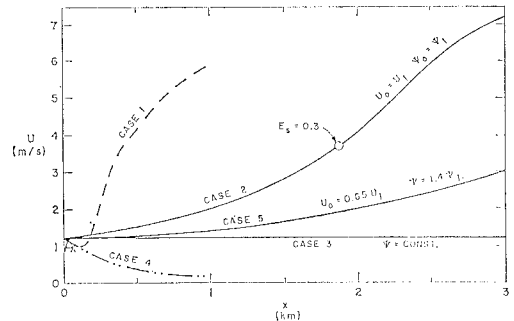


図-5 流速 U の流下方向変化

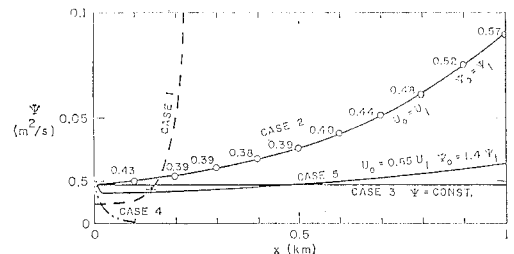


図-6 流砂量 Ψ の流下方向変化

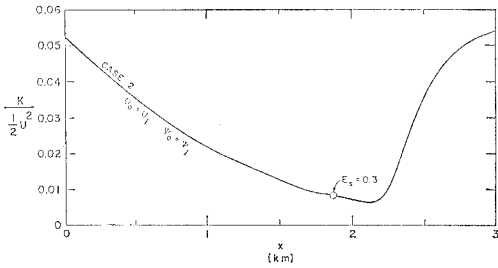


図-7 乱流と平均流のエネルギーの比 (Case 2)

の値より小さくても (Case 5), 最終的に加速する場合があることがわかる。

図-7 に Case 2 の乱流エネルギーと平均流のエネルギーの比 $\left(=K/\frac{1}{2}U^2\right)$ の流下方向変化を示す。加速する泥水流では、エネルギーの比、つまり抵抗係数は流下方向に大きく減少し、砂の連行係数が最大値となった後 ($E_s=0.3$ と示した点), 再び増加する。これは、式 (19) の右辺最終項の“新たに砂を連行するための乱流エネルギーの消費”の影響が大きいことを意味する。三方程式モデルでは抵抗係数を一定値としており、このことが極端に激しい加速を予測した原因である。

7. 結 論

泥水流が流下方向に連続的に形成される場合について層平均法により基礎方程式を導き、異なる完結の仕方により二つのモデルを提案した。第一のモデルは、水の連続式、砂の連続式、運動量方程式による三方程式モデルである。第二のモデルは、これに乱流エネルギー保存則を加えた四方程式モデルである。

二つのモデルをスクリップス海底峡谷に適用した結果、自己加速する泥水流は 2, 3 km 程の流下距離で数

m/s の流速に到達し得ることが示された。しかし、三方程式モデルは物理的に不十分であり、四方程式モデルがより現実的な予測を与えることを明らかにした。

最後に本研究は、National Science Foundation (Grant No. NSF/EAR-8213405) 及び Sea Grant (Grant No. DOC/NA 82 AA-D-0039) の援助を受けたことを記し、謝意を表わします。

参 考 文 献

- 1) Pantin, H. M.: Interaction between velocity and effective density in turbidity flow: phase-plane analysis, with criteria for auto-suspension, Marine Geology, Vol. 31, pp. 59~99, 1979.
- 2) Parker, G.: Conditions for the ignition of catastrophically erosive turbidity currents, Marine Geology, Vol. 46, pp. 306~327, 1982.
- 3) Inman, D. L., C. E. Nordstrom and R. E. Flick: Currents in submarine canyons: an air-sea-land interaction, Annual Rev. of Fluid Mech., Vol. 8, pp. 275~310, 1976.
- 4) Ellison, T. H. and J. S. Turner: Turbulent entrainment in stratified flows, J. Fluid Mech., Vol. 6, pp. 423~448, 1959.
- 5) Ashida, K. and S. Egashira: Hydraulic characteristics of thermocline in reservoirs, 17th Congress of IAHR, Vol. 2, pp. 33~40, 1977.
- 6) Akiyama, J. and Y. Fukushima: Entrainment of non-cohesive bed sediment into suspension, Ex. Memo. No. 195, SAFHL, U. of Minnesota, 1985.
- 7) Bagnold, R. A.: Auto-suspension of transported sediment; turbidity currents, Proc. Royal Soc. London, Ser. A, Vol. 205, pp. 315~319, 1962.
- 8) Rodi, W.: Turbulence models and their application on hydraulics, IAHR, State-of-the-art paper, p. 104, 1980.
- 9) Turner, J. S.: Buoyancy Effects in Fluids, Cambridge Univ. Press, Cambridge, p. 367, 1973.