

非線型分散波理論による波浪変形および海浜流の数値予測モデルについて

榎 木 亨*・李 宗 燮**・出口 一郎***・松 山 章****

1. 緒 言

浅海域での波浪変形及びそれともなう流れは海岸構造物の計画において漂砂移動及び水質汚濁と関連して重要な問題となっているが、砕波帯で適用できる波動理論が十分確立されていないことから、従来は主として線型理論に基づく解析が行われて来た。しかし、本来非線型性の強い砕波帯内の諸現象に対して、線型理論を用いることから生ずる問題点、例えば、測定された単一波高を用いて微小振幅波理論より計算される radiation stress の過大評価の問題、砕波点近傍のような極浅海域での波の浅水変形の問題などが多くの研究者によって指摘されている。

浅海域での波浪変形については、Abbott ら¹⁾は Peregrine²⁾によって導かれたいわゆる任意水深における Boussinesq 方程式に基づいて、波の反射及び回折などを計算している。一方、Madsen ら³⁾は Peregrine の式に基づいて砕波する直前の波形を計算している。また、Basco⁴⁾は砕波帯内の水理問題について、Boussinesq 方程式の適用性を検討している。

この Boussinesq 理論は鉛直方向の加速度成分を含み、圧力分布において非静水圧分布をもつ。その結果、波の非線型の効果と分散効果が同程度となり、一樣水深上での Boussinesq 方程式の厳密解は cnoidal wave になり、その極限形は孤立波の理論になる。

本研究では砕波帯内外での諸水理現象の解析に対して、線型理論を用いることから生ずる問題点を解決し、より精度の高い予測モデルを構築するために、任意水深における Boussinesq 方程式に基づいて波と流れの干渉を考慮した波浪変形及び平均流の計算を行う新しい計算方法を提案し、検証のために波と流れの共存場における波浪変形及び平均水位に関する 2 次元実験を行ない、その適用性について検討を行う。

2. 基礎方程式及び数値計算方法

2.1 基礎方程式について

Navier-stokes の運動方程式を Peregrine と同様に摂動展開し、2 次 order の項まで考慮することによって、次のような鉛直方向に平均された連続方程式および運動方程式が得られる。座標系及び各記号の定義は図-1 のようである。

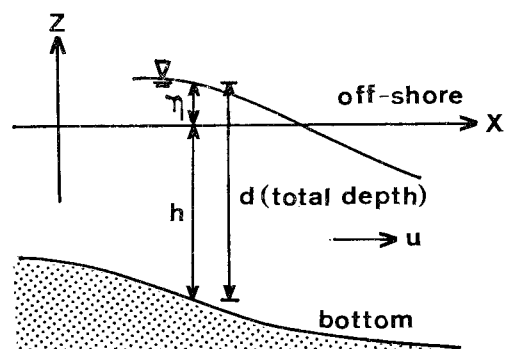


図-1 座標系の定義

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M^2}{d} \right) + g d \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial M}{\partial x} \right) - \frac{d h}{3} \left[\frac{\partial^3 M}{\partial x^2 \partial t} - \frac{M}{d} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^2 \partial t} \right] + \tau_x = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 ν は動粘性係数、 $M = u \cdot d$ である。

いま、線流量 M を時間的に定常な成分 M_0 、波による位相変動成分 M_w および位相平均値からのずれとしての乱れ成分 M' の和として式 (3) のように表わす。

$$M = M_0 + M_w + M' \quad \dots\dots\dots (3)$$

式 (1)、(2) に式 (3) を代入した式を波の一周期 T に対して時間平均を取ると平均成分に関する次式が得られる。

(1) 平均流に関する式

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{M}_0}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

* 正 会 員 工 博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 学生会員 水産修 大阪大学大学院工学研究科

*** 正 会 員 工 博 大阪大学助教授 工学部土木工学科

**** 正 会 員 工 修 五洋建設土木設計部第二課

$$\begin{aligned} & \frac{\partial M_0}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M_0^2}{h+\bar{\eta}} \right) + g(h+\bar{\eta}) \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} + \frac{\partial P_{xx}}{\partial x} \\ & - L_x + \bar{\tau}_x - \frac{h(h+\bar{\eta})}{3} \left[\frac{\partial^3 M_0}{\partial x^2 \partial t} - \frac{M_0}{h+\bar{\eta}} \frac{\partial^3 \bar{\eta}}{\partial x^2 \partial t} \right] \\ & = 0 \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ここに、 P_{xx} は波の過剰運動量 flux として式 (6) のようになる。

$$P_{xx} = \partial/\partial x (\overline{M_w^2}/(h+\eta_w)) \dots\dots\dots (6)$$

L_x は水平方向の運動量拡散に寄与する項として次式のように表わした。

$$\begin{aligned} L_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial M_0}{\partial x} - \frac{\overline{M^2}}{h+\bar{\eta}} \right) \approx \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial M_0}{\partial x} \right) \\ \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

但し、 K_x は x 方向の運動量拡散係数を示す。

一方、式 (5) 中の底面摩擦項 $\bar{\tau}_x$ は波と流れによる流速成分の一周周期平均値として次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_x = f_w \left(\frac{1}{2} \frac{M_0}{h+\bar{\eta}} + \frac{M_w}{h+\eta_w} \right) \left| \frac{1}{2} \frac{M_0}{h+\bar{\eta}} + \frac{M_w}{h+\eta_w} \right| \\ \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

但し、 f_w は底面摩擦係数である。

(2) 波動に関する式

また、式 (1)、(2) に式 (3) を代入した式より式 (4)、(5) をそれぞれ差し引くと、位相変動成分に関するすなわち、波動に関する次式が得られる。ただし、波動においては底面摩擦による波高減衰効果は無視している。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \eta_w}{\partial t} + \frac{\partial M_w}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (9) \\ & \frac{\partial M_w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M_w^2}{h+\eta_w} \right) + g(h+\eta_w) \frac{\partial \eta_w}{\partial x} \\ & + 2M_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M_w}{h+\eta_w} \right) \\ & - \frac{h(h+\eta_w)}{3} \left[\frac{\partial^3 M_w}{\partial x^2 \partial t} - \frac{M_w}{h+\eta_w} \frac{\partial^3 \eta_w}{\partial x^2 \partial t} \right] \\ & = -DM_x \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここに、添字 w は波による成分で、式 (10) の左辺第 4 項は波と流れの相互干渉項、 DM_x は x 方向の運動量減衰項として楢木ら⁵⁾の運動量逸散モデルに基づいて次のように表わした。

$$\begin{aligned} DM_x &= \partial[\nu \cdot \partial M_w / \partial x + (-\overline{M_w^2} + M^{r2} - \overline{M^{r2}})/(h \\ & + \eta_w)] / \partial x \dots\dots\dots (11-a) \\ & \equiv \partial[K^*(M_w/h+\eta_w)^2 \cdot (h+\eta_w)] / \partial x \\ & \dots\dots\dots (11-b) \end{aligned}$$

但し、 K^* は運動量減衰係数を示す。

2.2 数値計算方法

波に関する基本式 (9)、(10) の式は implicit 差分法で解くことができる。そして、時間に対しては 2-level、空間に対しては中央差分をそれぞれ取って、新しい時間

step $(n+1/2)\Delta t$ において Gauss seidel 反復法によって収束計算を行った。この際 Δt 間隔ごとに計算の方向を変える、いわゆる double-sweep algorithm を採用すると、一方向のみの誤差の伝播が相殺され、より安定な計算になる。

波の計算においては沖側境界での入射条件と岸側境界での線流量の連続条件が必要になる。本計算においては沖側境界での入射波を正弦波として、時間波形 η_w を式 (12) のように与えている。

$$\eta_w = a \sin [\sigma \cdot \Delta t \cdot n + k \cdot \Delta s (i - iE)] \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 a は波の振幅、 σ は角周波数、 Δt は時間 step、 n は波の発生数、 k は波数、 Δs は格子間隔である。

一方、 η_w に相当する線流量 M_w は長波近似として次のように与えた。

$$M_w = -[\sqrt{g/h} \cdot \eta_w] \cdot h = -\sqrt{gh} \cdot \eta_w \dots\dots (13)$$

また、岸側の境界条件に対しては新しい時間 step における M'_w 及び η'_w に対して次のように与えた。

$$M'_w = \sqrt{gh} (1-r) \cdot \eta_w \dots\dots\dots (14)$$

$$\eta'_w = -M_w / \sqrt{gh} \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 r は反射率で、 $r=0$ の場合は無反射、 $r=1$ の場合は完全反射を表わす。

3. 波と流れの干渉に関する 2 次元実験

3.1 実験装置及び方法

実験は 図—2 に示すように、海浜勾配 1/20、河道内勾配 1/100 の 2 次元水槽を用い、岸側からは水槽の上部の 3 角越流ゼキより所定の流量を与え、沖側では造波板の後でセキの高さを調整し、河口水深 h_0 が実験条件に合致するような状態にした。

波高の測定は容量式波高計を用い、河口を中心にして 10 cm 間隔で 7 m にかけて測定し、断面平均流速は小型 propeller 流速計で測定した。表—1 は次元解析より求められた無次元 parameter である波形勾配 (H_0/L_0) 、相対河口水深 (h_0/H_0) および無次元流量 q_0 によって決定した実験条件及び case である。

3.2 流れによる平均水位上昇及び平均流速分布

河口流出流のみの場合、平均水位の上昇量 $\bar{\eta}$ と平均流速 U の分布特性を明らかにするために、本実験に用いられた 4 種類の流量における $\bar{\eta}$ と U の岸沖分布を示したのが 図—3 である。

この図より、単位断面積当りの流量が大きいくほど、 $x < 0$ の河道内の水面勾配 $\partial \bar{\eta} / \partial x$ は zero か正の値を取り、約 $x > 200$ cm の領域において増大している。一方、平均流速は岸から沖に向かって次第に減衰している。これは、実験において岸から越流堤より強制的に流量を与え、沖ではセキより流出させていることから、沖では流速の低減にともなう運動エネルギーの減衰を位置エネル

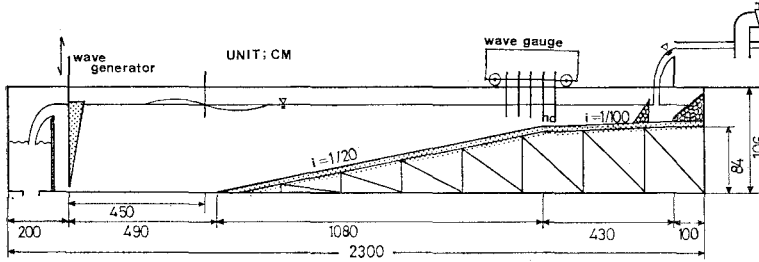


図-2 実験装置

表-1 実験条件

Case	q_0	h'_0 (cm)	H_0 (cm)	T (sec)	H_0/L_0	h_0 (cm)	h_0/H_0
A W	1	0	10.7	1.39	0.02	10.7	1.67
	1S	0.041	9.0				
	1L	0.069	7.7				
	2	0	6.7	1.39		6.7	1.0
	2S	0.037	5.7				
	2L	0.062	5.1				
	3	0	6.7	1.66		6.7	0.83
	3S	0.037	5.9				
	3L	0.062	5.4				
B W	1	0	10.7	0.89	0.05	10.7	2.0
	1S	0.041	9.0				
	1L	0.069	8.5				
	2	0	10.7	1.11		10.7	1.0
	2S	0.041	9.0				
	2L	0.069	7.6				
	3	0	10.7	1.35		10.7	0.77
	3S	0.041	9.1				
	3L	0.069	7.6				

$q_0 = q/h_0/\sqrt{g h_0}$ (l/cm²), h_0' : 静水時の河口水深

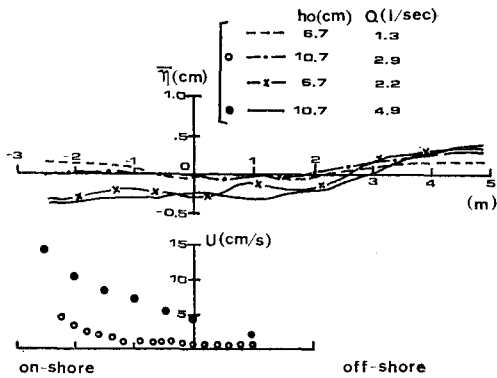


図-3 河口流出量による η 及び U の岸沖分布

ギーで償うこと、あるいは流出断面の低減にともなう質量の pile-up 現象として考えられる。このような水面形は2次元造波水槽における波と流れの実験⁶⁾では良く

観測されていることから、実験において流れを発生させた場合の特有な現象と考えられる。

3.3 河口地形の波浪変形に及ぼす影響

河口地形、特に相対河口水深 h_0/H_0 が碎波条件に及ぼす影響を明らかにするために、碎波水深及び碎波波高を夫々 h_0 及び H_0 で

無次元化して表わしたのが図-4である。図中、NATU-A, NATU-B は河道のない様勾配上で測定された結果⁷⁾である。

この図より、AW-1, BW-1 の場合は相対河口水深 h_0/H_0 が2程度と大きいことから、河道内碎波、すなわち強制碎波の状態を示している。

この場合は碎波点の選定が困難となり、数値予測モデルの適用は難しくなると考えられる。

3.4 流れが2次元波浪変形に及ぼす影響

河口流出流が碎波水深及び碎波波高に及ぼす影響を調べるために、横軸に無次元流量 q_0 を経軸に無次元碎波水深及び碎波波高で整理したのが図-5である。

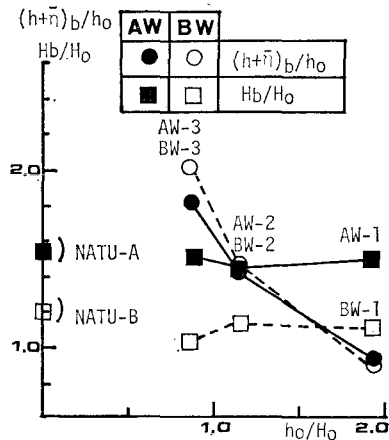


図-4 相対河口水深と碎波条件との関係

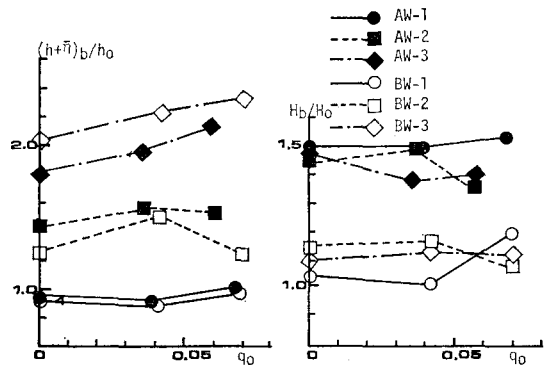


図-5 碎波水深および碎波波高に及ぼす流れの影響

図-5の左図より碎波水深に及ぼす流れの影響は、流量が多くなるほど碎波点は沖へ移動していく傾向を示している。しかし、右図の碎波波高と流量の関係を見ると、流量が多くなることによって碎波波高も大きくなるとはいえない。実際、実験結果を見ると流量が多くなるほど波高の立ち上がりはより沖の方から生じているが、碎波点近傍においての波高の岸沖分布は流量のない場合に較べてなめらかになっている。

なお参考のため、堺らの整理した無次元流量 q^* と H_0/H_0 の関係に今回の実験結果を比較して見ると、相対河口水深 h_0/H_0 が小さく、河口より沖側で碎波する場合は堺らの実験値と良い一致を示すが、 h_0/H_0 が大きくて河道内で碎波する場合の H_0/H_0 は堺らの実験値より大きい値を示した。これは、堺らの実験はすべて一様勾配で行なわれたものに対し、今回の実験は相対河口水深 h_0/H_0 を parameter として行なったことに起因するものと考えられる。

4. 数値予測モデルの適用性について

4.1 斜面上を遡上する孤立波の計算例

非線型分散波理論に基づく基本式の計算手法の妥当性を検討するために、Haugel⁹⁾が行なった計算条件に合わせて、1/20の海浜勾配を遡上し、一様水深部へ進行する孤立波の変形過程について計算を行なった(図-6)。

計算は $t=0$ で波高 2 m の孤立波の波形を与え $t=100$ sec まで計算を行なった。

Haugel の計算結果と比較して見ると、本計算結果は時間 step Δt に関係なく soliton 分裂が生ずる地点や分裂後の孤立波の波形は Haugel の計算結果と良い一致を示した。

4.2 運動量減衰係数 K^* について

今回の計算においては式(11-a)のように表現される運動量減衰項に対して、碎波後の乱れの Reynolds stress やそれらの波の位相による変化などの知見がないことから、式(11-b)のように表わした。この表現は平均流の driving force である式(6)の表現と同じ形を取っていることから、碎波によって失われる運動量 flux が平均流の driving force になるものと考えたと妥当な表現であると考えられる。

図-7は $K^*=0.4\sim 0.8$ の場合における表-1の Case AW-3 の計算結果を示したものである。

図-7より K^* の値が大きくなるに従って碎波直後の波高減衰率は大きくなるが、河道内のほぼ一様水深上での波高減衰率は小さくなり、逆の傾向を示している。この理由はまだ明らかではないが、この計算結果と実験結果を比較してみると $K^*=0.4\sim 0.6$ の計算結果が良い一致を示した。したがって、以下の計算では $K^*=0.4$ として計算を行った。

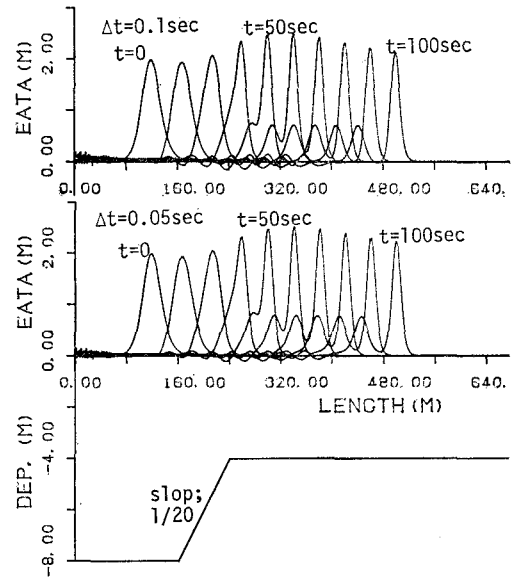


図-6 斜面上を進行する孤立波の変形

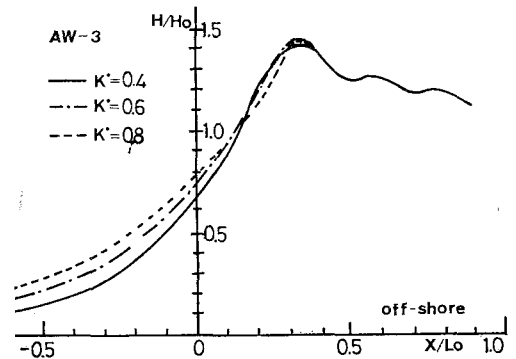


図-7 運動量減衰係数 K^* と波高減衰との関係

4.3 波浪変形および平均水位の実験及び計算結果

波と流れの共存場において、本計算モデルの検証のために、河口より沖で碎波する場合(AW-3)と河道内で碎波が生ずる場合(AW-1)に対して計算を行ったのが図-8および図-9である。碎波の判定は合田の碎波指標を用い、波と流れの計算を交互に行うことによって波と流れの干渉効果を考慮している。

平均流の計算において式(7)の x 方向の運動量拡散係数 K_x に対しては Longuet-Higgins の表現を用い、底面摩擦係数 f_w は 0.01 としている。

図中には比較のために、波数の保存式およびエネルギーの保存式に基づく従来の海浜流の数値予測モデル¹⁰⁾による計算結果(linear)も示している。

まず、碎波波高と碎波点の計算結果を見ると、図-8より新しい計算モデルによる計算結果は実験値と良く一致している。一方、図-9の河道内で碎波が生じる case

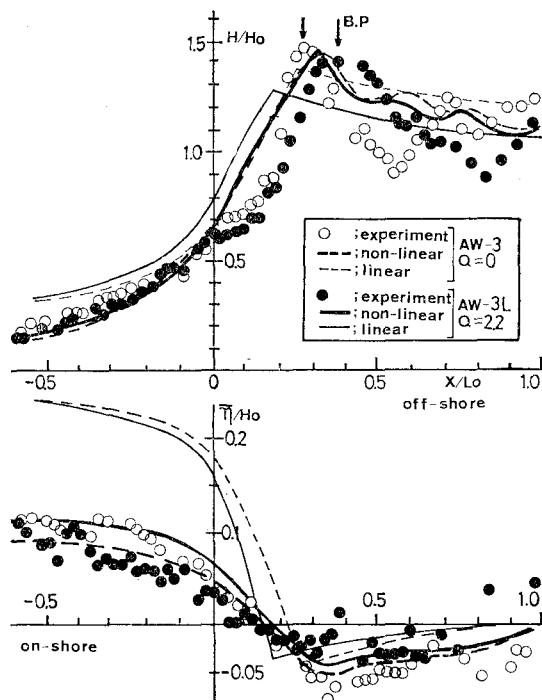


図-8 波浪変形及び平均水位の計算結果 (case AW-3)

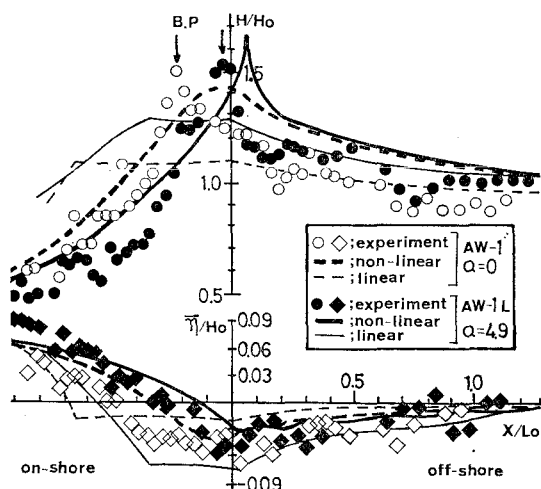


図-9 波浪変形及び平均水位の計算結果 (case AW-1)

AW-1 においても本研究で提案した方法による計算結果は流量の有無にかかわらず、砕波点に若干のずれがあるだけで従来の予測モデルによる計算結果よりも実測値に近い結果が得られ、波と流れの干渉効果も良く再現されていることがわかる。この場合線型理論に基づく従来の予測モデルは適用できないことが明白である。

次に、砕波後の波高減衰については砕波直後のように乱れが強い所を除いては新しい計算モデルによる計算結果は実験値とよく一致している。

特に、平均水位に対しては測定された波高を用い、微小振幅波理論より求まる radiation stress は過大評価になることが明らかにわかる (図-8)。これに対し、非線理論に基づく今回の計算結果は、平均水位の変動計算についてその絶対値及び岸沖方向の分布において実験値とよく一致する傾向を示した。

5. 結 語

以上、新しい計算モデルは砕波する直前までの波の非線型のな浅水変形を十分表わしており、砕波点及び砕波波高において、線型理論に基づく従来の予測方法よりはより実験結果とよく一致する結果を得た。

また、平均水位上昇の予測においては、非線型分散波理論から求められる波の過剰運動量 flux は適切であり、測定された波高を用いて線型理論によって計算される radiation stress を用いる従来の計算方法の問題点を十分改善している。

参 考 文 献

- 1) Abbott, M. B., H. M. Petersen and D. Skovgaard: On the numerical modelling of short waves in shallow water, Jour. Hyd. Res., Vol. 16, No. 3, pp. 173~204, 1978.
- 2) Peregrine, D. H.: Long waves on a beach, Jour. Fluid Mech., Vol. 27, Part 4, pp. 815~827, 1967.
- 3) Madsen, P. A. and I. R. Warren: Performance of a numerical short-wave model, Coastal Eng., Vol. 8, pp. 73~93, 1984.
- 4) Basco, D. R.: Surf zone currents, Coastal Eng., Vol. 7, pp. 331~355, 1983.
- 5) Sawaragi, T. and K. Iwata: On wave deformation after breaking, Proc. 14th Conf. Coastal Eng., pp. 481~497, 1974.
- 6) 例えば、榎木 亨・小舟浩治: 河口閉塞にともなう河道内水位の解析的研究, 第17回海岸工学講演会論文集, pp. 335~341, 1970.
- 7) Sawaragi, T., I. Deguchi and K. Kyoung Ho: Energy loss and set-up due to breaking wave, Tech. Rep. Osaka Univ., Vol. 34, No. 1779, pp. 329~338, 1984.
- 8) 堺 茂樹・大塚夏彦・佐伯 浩・尾崎 晃: 斜面上での砕波に及ぼす流れの影響に関する基礎的研究, 第28回海岸工学講演会論文集, pp. 138~142, 1981.
- 9) Haugel, A.: A numerical model of storm waves in shallow water, Proc. 17th Conf. Coastal Eng., pp. 746~762, 1980.
- 10) 榎木 亨・李 宗燮・出口一郎: 河口周辺の海浜流及び地形変動モデルに関する研究, 第31回海岸工学講演会論文集, pp. 411~415, 1984.