

流れと水深変化による不規則波の変形機構

酒井 哲郎*・弘末 文紀**

1. ま え が き

流れと水深変化が同時に存在する場合の不規則波の変形, 特にその方向スペクトルの変化を計算する数値モデルは, すでに第 28 回のこの講演会で著者ら¹⁾が発表している. その後, Mathiesen²⁾, Brink-Kjaer³⁾, Booij ら⁴⁾および山口ら⁵⁾も類似の数値モデルを発表した. これらはいずれも波高変化の計算の基礎式として, wave action の保存式 (1) を用いている.

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla \cdot \{A(\mathbf{U} + \mathbf{c}_{gr})\} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで, $A (\equiv E/\omega_r)$, E は波のエネルギー密度, ω_r は流れに相対的な波の角周波数) は wave action, t は時間, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$, (x, y) は水平直角座標, $\mathbf{U}$ は水平な流れのベクトル, $\mathbf{c}_{gr}$ は流れに相対的な波の群速度ベクトルである.

著者らおよび Booij らのモデルと他のモデルの異なる点は, 他の 3 つのモデルがいわゆる wave ray に沿って計算を進める方法をとっているのに対して, 著者らおよび Booij らのモデルでは基礎式をそのまま差分近似している点である. その場合, 屈折による波高変化も同時に計算するために, 定常状態の wave action の保存式に, 式 (2) のように波向 θ の変化によるスペクトル密度の変化の項 $\partial(Av_\theta)/\partial\theta$ (以下屈折項と呼ぶ) を加えた.

$$\frac{\partial}{\partial x}(Av_x) + \frac{\partial}{\partial y}(Av_y) + \frac{\partial}{\partial\theta}(Av_\theta) = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで, v_x, v_y は式 (1) の $\mathbf{U} + \mathbf{c}_{gr}$ の x, y 方向成分であり, 次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} v_x &= U + c_{gr} \cdot \cos \theta \\ v_y &= V + c_{gr} \cdot \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

U, V は $\mathbf{U}$ の x, y 成分, θ は波向と x 軸とのなす角度である. v_θ は波向の変化速度であって, 著者らは波数非回転の条件から式 (4) のように与えた.

$$\begin{aligned} v_\theta &= \left(\frac{\partial U}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial U}{\partial y} \cos \theta \right) \cos \theta \\ &+ \left(\frac{\partial V}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial V}{\partial y} \cos \theta \right) \sin \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \left(\frac{\partial c_r}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial c_r}{\partial y} \cos \theta \right) \\ &+ \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial \theta}{\partial y} \sin \theta \right) (c_{gr} - c_r) \quad \dots (4) \end{aligned}$$

ここに c_r は流れに相対的な波速である. この式には波向 θ の空間微分が含まれ, 著者らは, それが前もってあたえられないことから, 1 つの近似的な方法を用いた¹⁾. これに対して, Brink-Kjaer ら⁶⁾は式 (4) の誘導における微分が十分でないとして, 式 (4) をさらに変形した式 (5) を与えた.

$$\begin{aligned} v_\theta &= \left(\frac{\partial U}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial U}{\partial y} \cos \theta \right) \cos \theta \\ &+ \left(\frac{\partial V}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial V}{\partial y} \cos \theta \right) \sin \theta \\ &+ \frac{\omega_r}{\sinh(2kh)} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial h}{\partial y} \cos \theta \right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに k は波数, h は水深である. この式では波向の空間勾配の項はなく, 上述の近似計算をする必要はない. ここではまず, 式 (5) を用いた数値計算結果と, 式 (4) および近似手法を用いた結果とを比較する.

次に, 流れと水深変化による不規則波の方向スペクトルの変化の数値計算モデルにおける, 流れによる波の反射と碎波の条件について検討する. 上述のいくつかのモデルでは, これらについての検討はなされていない. また, 式 (2) における左辺第 1 および第 2 項 (移流項) と第 3 項 (屈折項) の, 方向スペクトルの変化に対する相対的な貢献度, および流れと水深変化の同様な相対的な貢献度についても議論する.

2. 波向変化速度の修正

式 (2) の第 3 項, 屈折項における波向変化速度 v_θ の表現として, 式 (4) と近似手法を用いた計算結果¹⁾と, 式 (5) を用いた結果とを比較するために, 文献 1) と同じ条件で計算することにした. 図-1 は, 文献 1) の図-2 と同じもので, 計算領域, 一樣な水深 ($h=50$ m), 流れの分布, 波向の分割を示している. y 軸上で与える沖波としては, やはり文献 1) と同様に, 有義波周期 7.0 s, 有義波高 3.0 m, $S_{\max}=10$ の光島型方向スペク

* 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科
** 正会員 工修 (株)関組 技術研究所

トルを与えた。周波数は、方向スペクトル密度の値が $10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}$ 以上の範囲 $0.09 \sim 0.7 \text{ Hz}$ を、その対数が等分割になるように 19 分割した。その他の条件も同じである。

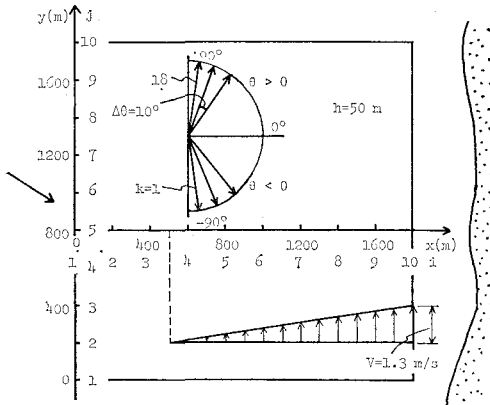


図-1 計算領域、水深、流れ、波向の分割

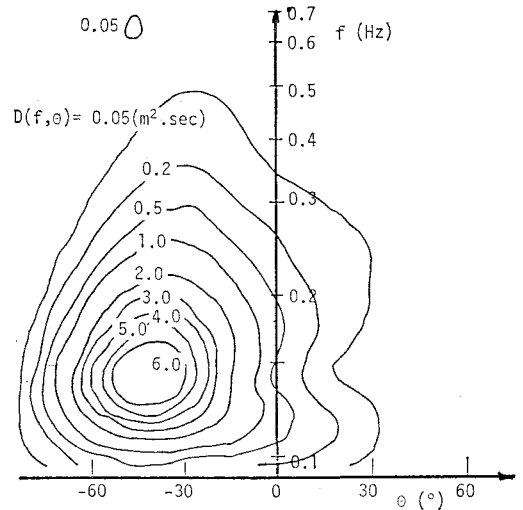


図-2 (3) Brink-Kjaer ら⁶⁾の指摘による修正した波向変化速度(式(5))を用いた $x=1700 \text{ m}$ での方向スペクトル分布

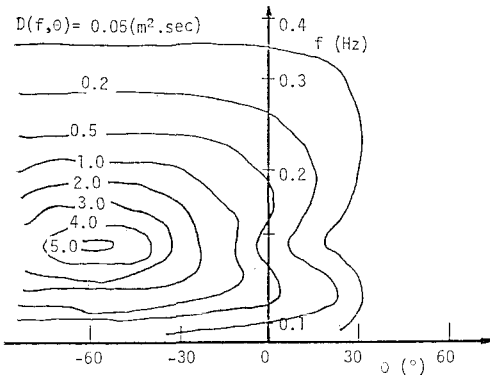


図-2 (1) 主波向が -60° の場合の沖側での方向スペクトル分布

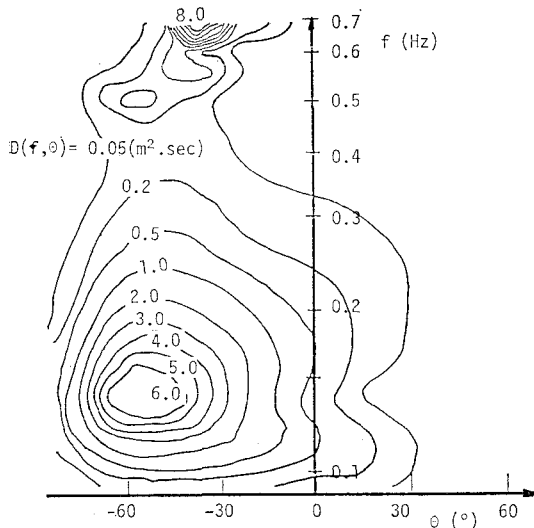


図-2 (2) 式(4)と近似手法⁷⁾を用いた $x=1700 \text{ m}$ での変形した方向スペクトル分布

図-2 の(1)は、沖側境界での主波向 $\theta_{p0} = -60^\circ$ の場合の方向スペクトル密度 $D(f, \theta)$ の分布を示している。ここに f は絶対周波数である。図の(2)は、式(4)の v_θ と近似手法を用いた場合の、 $x=1700 \text{ m}$ での変化後の方向スペクトル分布を示している。図の(1)の沖側境界ではエネルギーの存在しなかった 0.5 Hz 以上の高周波数側に、異常なエネルギー集中が見られる。文献 1) ではこの部分を無視して有義波高等の変化を議論している。一方、Brink-Kjaer ら⁶⁾の指摘による修正した波向変化速度(式(5))を用いた $x=1700 \text{ m}$ での分布は、図の(3)に見られるように、わずかに高周波数側にエネルギーの存在が見られるが、本来のエネルギーの分布の周辺部での値とはほぼ同程度である。

式(4)および(5)からわかるように、式(4)の右辺第3および4項と、式(5)の第3項は本来同一のもので、式(5)の第3項からわかるように、水深一定の場合には0になるはずである。したがってこの場合には計算結果に差はないはずであるが、実際には図-2の(2)と(3)のように相違が生じている。これは、文献 1) で用いた近似手法によって、本来0である式(4)の第3および第4項を誤って見積もったものと思われる。

なお、有義波高および代表波向の変化に関しては、文献 1) では上述の高周波数領域での異常なエネルギー集中を無視して議論しているため、式(5)を用いた結果と基本的には差がない。

3. 反射条件と碎波条件

(1) 流れによる波の反射

流れによる波の反射に関しては、Longuet-Higgins ら⁷⁾が、水平流れ V に斜め入射する深海波の屈折を支配す

る運動学的関係式中で、三角関数の絶対値が1より小さい値しかとり得ない条件から、順流の流速に最大値が存在し、ここで波向は流れと平行となって、波が流れの領域に侵入しえなくなることを示した。この扱いを浅海波の場合に拡張した岩垣ら⁹⁾によると、同様の条件は次式で与えられる。

$$\frac{V}{c_0} \leq \frac{1 - (\sin \theta_0 \cdot \tan kh / \tanh k_0 h_0)^{1/2}}{\sin \theta_0} \quad \dots\dots (6)$$

ここで、 c は波速で、添字“0”は深海ではなく流れのない領域での値であることを意味する。

不規則波の場合の数値モデルでは、いずれもこの条件は考慮されていないが、Tayfun ら⁹⁾は、水深と流れが一方方向にのみ変化する場合の不規則波の方向スペクトルの変化の解析解を求めた際に、式(6)と類似の反射条件を得ている。

文献1)のモデルでは、式(2)を直接差分化して計算しているため、不規則波を構成する各成分波毎の進行にともなう計算をしてはいない。そのため式(6)を直接モデルに組み込むことは出来ない。文献1)のモデルでは、波向に関しても図-1のように分割しており、波向が流れの方向と一致することをもって反射とするならば、このモデルでは、図-1のように y 軸に平行な流れの場合には、 θ が 90° になる時点が反射に相当する。いずれにせよ、文献1)のモデルでは、その地点での流れの方向に平行な成分のエネルギーが増大するという形で反射条件は現れるものと思われる。

(2) 碎波条件

簡単な理論的扱いにおける流れによる規則波の碎波に関しては、2種類の考えがある。1つは、流れの方向と波の進行方向が平行な場合で、この場合に関しては岩垣¹⁰⁾が富永¹¹⁾の扱いを紹介しており、波高変化を与える式の平方根の中が正でなければならないという条件が得られる。深海波の場合には、この条件は逆流の流速が波の群速度に等しいという条件に一致する。

もう1つの場合は、波が流れに斜めに入射する場合で、上述の Longuet-Higgins ら⁷⁾が議論している。結果は変わらないので、岩垣ら⁹⁾の浅海波の場合について述べると、以下のようなものである。波向 θ の変化を与える式は、式(7)で与えられる。また波高の変化を与える式は、式(8)で与えられる。

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta_0} = \frac{1}{(1 - V/c_0 \cdot \sin \theta_0)^2} \cdot \frac{\tanh kh}{\tanh k_0 h_0} \quad \dots\dots (7)$$

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{\sin 2\theta}{\sin 2\theta_0} \right)^{-1/2} \cdot \left(\frac{n}{n_0} \right)^{-1/2} \quad \dots\dots (8)$$

ここに、 n は群速度と波速の比である。波高が無限大になる場合として $\theta=0$ の場合を考える。これは、式(7)から $V=-\infty$ の場合にあたる。すなわち逆流のどのような有限の流速値に対しても解は存在し、流れと波

の方向が平行な場合のような碎波条件はない。

一方、不規則波の変形の解析解を求めた Tayfun ら⁹⁾によると、各成分波のエネルギー密度の wave ray に沿う変化式(9)の中の絶対群速度 $\partial\Omega/\partial k$ が正でなければならないことから、波と流れが平行な場合の碎波条件に類似の条件式(10)を示している。

$$D(\omega, \theta) = \frac{k \left(\frac{\partial \Omega}{\partial k} \right)_0 \cdot \left(1 - \frac{U \cdot k}{\omega} \right)}{k_0 \cdot \left(\frac{\partial \Omega}{\partial k} \right)} \cdot D(\omega, \theta_0) \quad \dots\dots (9)$$

$$U \cdot \frac{k}{k_0} > -c_{gr} \quad \dots\dots (10)$$

このように、流れによる波の碎波条件に関しては、まだ整理された状態ではない。また不規則波の碎波現象に対して、各成分波毎に規則波の条件を適用することには基本的に問題があることを念頭において、ここでは、式(5)を用いた計算結果において、Tayfun ら⁹⁾の碎波条件を検討してみたところ、図-2(3)で示した高周波数領域におけるわずかなエネルギーの発生領域とはほぼ同じ領域で、式(10)を満たさない成分波が存在することがわかった。

4. 屈折項 $\partial(Av_\theta)/\partial\theta$ の貢献度

ここでは式(5)を用いた数値モデルの計算結果から、式(2)の移流項と屈折項の方向スペクトル変化に及ぼす相対的な貢献度を検討する。計算条件は、2.で述べた場合と同じである。

この場合は水深は一定で、 y 方向の変化はなく、また $U=0$ であるので式(2)、(3)は次式のようにになる。

$$\frac{\partial}{\partial x}(Av_x) + \frac{\partial}{\partial \theta}(Av_\theta) = 0 \quad \dots\dots (11)$$

$$v_x = c_{gr} \cdot \cos \theta \quad \dots\dots (12)$$

$$v_\theta = \partial V / \partial x \cdot \sin^2 \theta \quad \dots\dots (13)$$

c_{gr} は流速 V を含んだ波数保存式から決定されるので、 v_x は流れの効果を間接的に含んでいるのに対して、 v_θ は流れの効果を直接含んでいる。

図-3、(1)~(3)は、沖側境界での主波向が -30° の場合に関して、式(11)の移流項 $\partial(Av_x)/\partial x$ と屈折項 $\partial(Av_\theta)/\partial\theta$ の方向スペクトル変化に対する貢献度を比較したものである。図の(1)は、沖側境界での方向スペクトル分布、(2)が2つの項を考慮した場合の $x=1700$ mにおける変化した方向スペクトル分布、(3)は式(1)の移流項のみを考慮した場合の、同じ $x=1700$ mにおける変化した方向スペクトル分布である。

図の(2)からわかるように、移流項、屈折項両方を考慮した場合には、流れが逆流となる沖側境界での主波向 -30° 付近の成分でエネルギーが増大し、全体としては波向の正側(流れが順流となる成分側)へのエネル

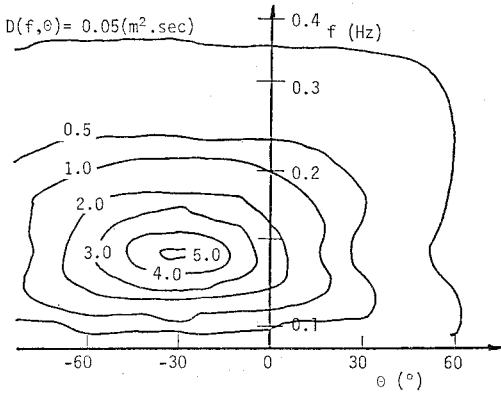


図-3 (1) 主波向が -30° の場合の沖側での方向スペクトル分布

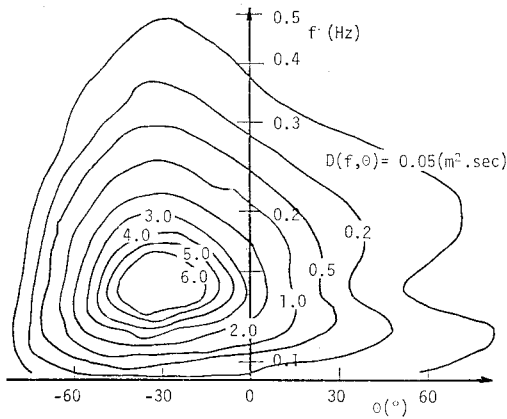


図-3 (2) 移流項, 屈折項の両方を考慮した場合の $x=1700$ m での変形した方向スペクトル分布

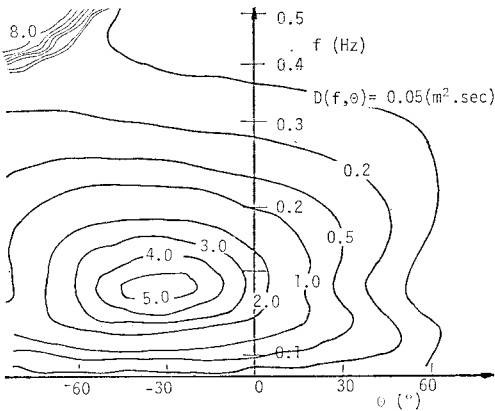


図-3 (3) 移流項のみを考慮した場合の $x=1700$ m における変形した方向スペクトル分布

ギーの移動が見られる。一方屈折項を無視した図の(3)の場合は、流れが逆流となる方向の高周波数の領域で極度のエネルギー集中が生じる。しかしこの部分を取り除いて考えると、残りのスペクトル分布は沖側境界でのもの(図(1))と殆ど変化がない。

以上のことから、水深の変化がなく、流れの分布がここで扱った場合には、屈折項が方向スペクトルの変化に重要な効果を有しており、またこの項によって異なった方向の成分間のエネルギーの授受を説明出来ることがわかる。

5. 流れと水深変化の効果の比較

一般に低周波数の成分ほど水深変化の影響を受けやすいので、低周波数成分ほど水深変化の効果が卓越し、高周波数成分ほど流れの効果が卓越すると想像される。ここではこのことを確かめるために、2. で述べた流れの他に、沖側境界で水深が 50 m で、 x の正方向に 1/40 の勾配で様に水深が減少する場合を考える。

4. と同様に沖側境界での主波向が -30° の場合について、水深が 50 m と一様で変化がなく流れのみが存在する場合、逆に上述の水深変化のみがあって流れがない場合、さらに流れも水深変化もともにある場合の3つの場合の、特定の周波数成分の方向スペクトル分布の変化

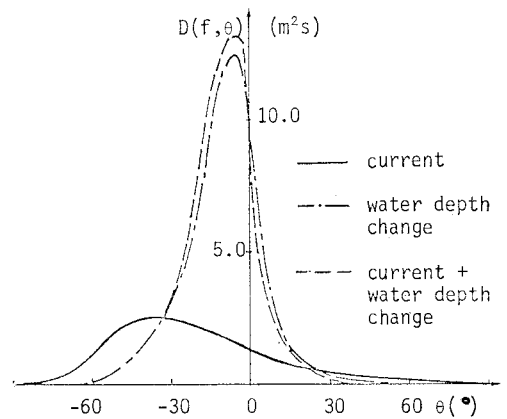


図-4 (1) ピーク周波数より低周波数側成分 ($f=0.11$ Hz) のエネルギーの方向分布の変化

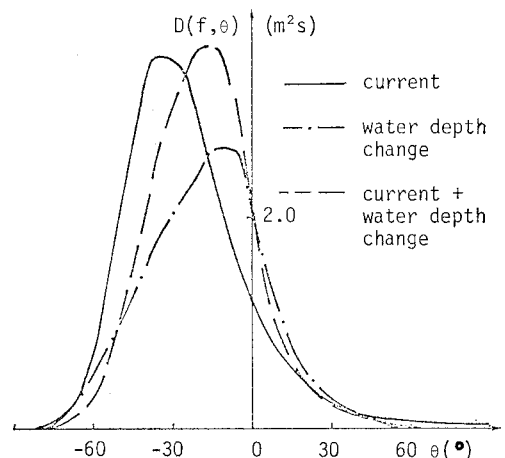


図-4 (2) ピーク周波数より高周波数側成分 ($f=0.19$ Hz) でのエネルギーの方向分布の変化

を比較した。

図-4 (1) は、ピーク周波数 $f=1/7.0\text{ Hz}=0.14\text{ Hz}$ より低周波数側の $f=0.11\text{ Hz}$ の成分の、 $x=1700\text{ m}$ におけるエネルギーの方向分布の変化を示している。図から明らかなように、流れと水深変化がともに存在する場合の分布は、ほとんど水深変化のみによる変化で説明しうる。一方、図の (2) は、ピーク周波数より高周波数側の $f=0.19\text{ Hz}$ での同様なエネルギーの方向分布を示したものである。この図を見ると、流れと水深変化がともに存在する場合のエネルギーのピーク値は、ほぼ流れのみの場合のもので説明しえるが、方向分布そのものはむしろ水深変化のみの場合に近い。

以上の結果は、水深そのもの、その勾配、流れの流速そのものおよびその分布形状によって異ってくるため、一般的なことは言えないが、最初述べた一般的傾向はかならずしも言えないことがわかる。すなわち流れの存在は、高周波数成分のエネルギーの値の変化を説明しえても、場合によっては方向分布の変化を説明しえない。2つの図を見てわかるように、流れのみの場合には、方向分布のピークはほぼ -30° と沖側境界での位置とほとんど変わっていない。このことは、図-3 (2) でも見られ、全体としては波向の正の側へのエネルギーの移行が見られるが、ピークそのものは移動していない。

謝 辞: この研究に際して有益な助言を頂いた京都大学工学部岩垣雄一教授に謝意を表するとともに、この研究の一部は文部省科学研究費総合研究A (代表京都大学山田善一教授) によったことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 酒井哲郎・小関仁彦・岩垣雄一: 流れによる不規則波の屈折の数値計算, 第28回海岸工学講演会論文集, 土木学会, pp. 118~122, 1981.
- 2) Mathiesen, M.: Current-depth refraction of directional wave spectra, Proc. of Symp. on Description and Modelling of Directional Seas, Tech. Univ. of Denmark, paper No. C6, 1984.
- 3) Brink-Kjaer, O.: Depth-current refraction of wave spectra, Proc. of Symp. on Description and Modelling of Directional Seas, Tech. Univ. of Denmark, Paper No. C7, 1984.
- 4) Booij, N., Holthuijsen, L. H. and Herbers, T. H. C.: A numerical model for wave boundary conditions in port design, Proc. of International Conf. on Numerical and Hydraulic Modelling of Ports and Harbours, Birmingham, U.K., BHRA, pp. 263~268, 1985 (in printing).
- 5) 山口正隆・畑田佳男・日野幹雄・細野浩司: 流れおよび海底地形による波浪の変形計算法, 土木学会論文集, 第357号/II-3, pp. 187~196, 1985.
- 6) Brink-Kjaer, O., Christoffersen, J. B. and Jonsson, I. G.: Discussion on "Irregular wave refraction due to current" by Sakai, T., Koseki, M. and Iwagaki, Y. (Vol. 109, No. 9, pp. 1203~1215, 1983.), Jour. Hydraulic Eng., Vol. 110, No. 12, ASCE, pp. 1871~1873, 1984.
- 7) Longuet-Higgins, M. S. and Stewart, R. W.: The changes in amplitude of short gravity waves on steady non-uniform currents, Jour. of Fluid Mech., Vol. 10, pp. 529~549, 1961.
- 8) 岩垣雄一・酒井哲郎・岡 幸夫: 流れによる波の屈折と波高変化, 第24回海岸工学講演会論文集, 土木学会, pp. 25~29, 1977.
- 9) Tayfun, M. A., Dalrymple, R. A. and Yang, C. Y.: Random wave-current interactions in water of varying depth, Ocean Engineering, Vol. 3, pp. 403~420, 1976.
- 10) 岩垣雄一: 11. 波とその変形, 水工水理学 (石原藤次郎編), 丸善, pp. 494~497, 1972.
- 11) 富永政英: 流れと波について——河口に侵入して来る波および流れのある海域に発生する風波について, 海岸災害研究ニュース, 自然災害総合研究班, 第6号, pp. 28~43, 1967.

1) 酒井哲郎・小関仁彦・岩垣雄一: 流れによる不規則波の