

スプライン法を用いた海上風推算における気圧データ作成方法

安 中 正* ・ 土屋義人**・ 光 田 寧***
藤 井 健****・ 大下哲則*****

1. ま え が き

近年、沿岸域に襲来する波浪を推算するための様々の方法の開発が進み、海洋構造物の設計や災害防止等の多方面にわたり役立っている。しかし、波浪推算においては、その外力条件となる海上風をいかに精度良く、かつ容易に推算するかということは、きわめて重要である。

従来、海面天気図より海上風を推算する方法においては、気圧コンターより計算に用いる格子点上の気圧データを作成する場合、かなりの時間を必要とする手作業によるところが多く、海上風推算に多大の時間を要する原因となっている。そこで、本研究では、海上風の推算精度を可能な限り保って、海上風推算における格子点上の気圧データの作成に要する時間を短縮することを考える。すなわち、気圧データに客観性を持たせるため、気圧データの読取りにはデジタイザーを用い、その格子点上への補間を大西¹⁾により報告されている弾性体の微小変位理論に基づいたスプライン法を適用して、気圧データを作成する方法を提案する。つづいて、海上風の推算結果と実測値とを比較することにより、この方法の有効性を検討する。

2. 海上風の推算方法

海上風の推算には、Bijvoet²⁾の方法を用いる。海面天気図の気圧場から平均海面上 10 m における風を推算するために、Bijvoet は大気摩擦層（地上から約 800 m の高さまでの層）における風と気圧の間の非定常な関係を、次式のような単純な運動方程式とした。

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{G} + f\vec{V} \times \vec{K} + \vec{R} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $\vec{V}$ は海上風速、 t は時間、 $\vec{G}$ は気圧傾度力、 f はコリオリ因子、 $\vec{K}$ は鉛直方向上向きの単位ベクトルおよび $\vec{R}$ は摩擦力である。これを変形し、 t に関する 2 次微分以上の各項を無視した近似式は、次式で表される。

$$\vec{V} = \frac{1}{f}(\vec{G} + \vec{R}) \times \vec{K} + \frac{1}{f^2} \frac{d}{dt}(\vec{G} + \vec{R}) \quad \dots\dots\dots(2)$$

この解は水平直交座標 (x, y) において次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} V_x &= \left\{ \frac{a_1}{f} G_y + \frac{a_2}{f} G_x - \frac{a_3}{f^2} \left(\frac{\partial G_y}{\partial t} + V_y \frac{\partial G_y}{\partial y} \right) - \frac{a_4}{f^2} \left(\frac{\partial G_x}{\partial t} + V_y \frac{\partial G_x}{\partial y} \right) \right\} \left/ \left\{ 1 + \frac{a_3}{f^2} \frac{\partial G_y}{\partial x} + \frac{a_4}{f^2} \frac{\partial G_x}{\partial x} \right\} \right. \\ V_y &= \left\{ \frac{a_2}{f} G_y - \frac{a_1}{f} G_x - \frac{a_4}{f^2} \left(\frac{\partial G_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial G_y}{\partial x} \right) + \frac{a_3}{f^2} \left(\frac{\partial G_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial G_x}{\partial x} \right) \right\} \left/ \left\{ 1 + \frac{a_4}{f^2} \frac{\partial G_y}{\partial y} - \frac{a_3}{f^2} \frac{\partial G_x}{\partial y} \right\} \right. \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 a_1, a_2, a_3, a_4 は大気の安定度を表すと考えられる海面気温と海水表面温度の差の関数として表される β と κ との関数であり、それぞれ次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{1 + \kappa \cdot \sin \beta}{(\kappa \cdot \cos \beta)^2 + (1 + \kappa \cdot \sin \beta)^2} \\ a_2 &= \frac{\kappa \cdot \cos \beta}{(\kappa \cdot \cos \beta)^2 + (1 + \kappa \cdot \sin \beta)^2} \\ a_3 &= \frac{2(\kappa \cdot \cos \beta)(1 + \kappa \cdot \sin \beta)}{\{(\kappa \cdot \cos \beta)^2 + (1 + \kappa \cdot \sin \beta)^2\}^2} \\ a_4 &= \frac{(\kappa \cdot \cos \beta)^2 - (1 + \kappa \cdot \sin \beta)^2}{\{(\kappa \cdot \cos \beta)^2 + (1 + \kappa \cdot \sin \beta)^2\}^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(4)$$

したがって、式 (3) および (4) より、気圧場の水平分布と時間変化、緯度、海面気温および海水表面温度の値がわかれば、平均海面上 10 m における V_x, V_y を計算することができる。

3. スプライン法

2 次元平面内で観測点が不規則に分布している場合、正規に配列している格子点上の値を定めることは、差分表示を含む解析においては非常に重要であり、古くから多くの研究が行われている。最も単純な方法としては、適当な代表領域内のデータに対して、データ点と格子点

* 理修 東電設計(株) 技術開発部
** 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所
*** 理博 京都大学教授 防災研究所
**** 理博 京都産業大学教養部教授
***** 正会員 工修 五洋建設(株) 土木設計部

の間の距離に応じて重みを定めて荷重平均することにより、格子点での値を求める方法がある。しかし、この方法によれば、データ点における物理量の方向性を全く考えていないため、データ点の疎密の影響を受けることがある。

気象学の分野においても、数値予報の初期値を得るために研究され、客観解析法といわれる補間法がある。清水³⁾によれば、客観解析法には、1) 対象とする領域を最小二乗法により決定した結合係数を用いて多項式で曲面を近似する多項式法、2) 解析する気象要素に応じて信頼できる推定値を作っておき、これを観測データにより修正を繰り返し、究極的に解析値を求める修正法、3) 最適内挿法、4) スペクトル解析法、5) 変分法などがある。しかし、このような補間法はいずれもデータ点が疎な領域に対して良い方法でないことがわかっている。

以上の補間法の欠点を考慮して、非線形の方程式の諸項が評価できるような滑らかな補間法が大西¹⁾により提案されているので、ここでは補間法としてこれを採用する。

(1) 基礎式

1次元のデータを補間する場合、張力下の変形に3次のスプライン法を用いる方法がCline⁴⁾により示されている。この方法を2次元平面内のデータに適用することを考える。すなわち、データ点 $(x, y) = (x_i, y_i)$, $(i=1, 2, \dots, N)$ において、次式で表されるエネルギー E を最小とするような曲面として、それぞれ $z = z_i$, $(i=1, 2, \dots, N)$ となるような曲面 $z(x, y)$ を定義する。

$$E = \int_R \{ (\Delta z)^2 + \sigma (Fz)^2 \} dx dy \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, $F = \partial/\partial x i + \partial/\partial y j$ であり、右辺第1項はひずみエネルギーに比例する量で、右辺第2項は張力による伸びエネルギーに比例する量である。また、重み σ はこれら2つの復元力の強さを表しており、 $\sigma=0$ で最も滑らかな曲面を、 $\sigma=\infty$ で最も剛な曲面(平面)を与えることになる。

式(5)の積分範囲 R は、対象とする領域を含む適当に広い領域とし、その境界 δR では適当な境界条件を与えなければならない。 δR が考えている領域より十分遠くにとられているならば、境界条件は次式で十分である。

$$\delta R \text{ 上において } \partial z/\partial n = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $\partial/\partial n$ は δR の外向き法線方向への微分である。式(5)の変分を0とおき、境界条件式(6)を用いて変形すると、曲面は次式で表される。

$$\Delta z^2 - \sigma \Delta z = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

すなわち、 $z(x, y)$ はデータ点において与えられた値をとり、その境界において境界条件式(6)を満すような関数となっている。

(2) 計算法

実際の計算では、式(7)は次式のように2つの差分式に置き換える。

$$(Z_{k-1,l} + Z_{k+1,l} + Z_{k,l-1} + Z_{k,l+1} - 4Z_{k,l})/h^2 = P_{k,l} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$(P_{k-1,l} + P_{k+1,l} + P_{k,l-1} + P_{k,l+1} - 4P_{k,l})/h^2 = \sigma P_{k,l} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 k, l はそれぞれ x, y の格子を、 h は格子間隔を表す。各格子点 (X_k, Y_l) に対して、代表領域を

$$\left. \begin{aligned} X_k - h/2 \leq x < X_k + h/2 \\ Y_l - h/2 \leq y < Y_l + h/2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

で定義すると、その代表領域内にデータ点を含む場合には、式(8)は次式で置き換えられる。

$$\begin{aligned} Z = Z_{k,l} + \frac{Z_{k+1,l} - Z_{k,l}}{h} (x_i - X_k) \\ + \frac{Z_{k,l+1} - Z_{k,l}}{h} (y_i - Y_l) \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ただし、これはデータ点 (x_i, y_i) が代表領域の第1象現に属する場合で、第2、第3および第4象現に属する場合には、右辺第2項および第3項がそれぞれに応じて変化する。また、代表領域内に2つ以上のデータ点が存在する際には、それらの重心位置を求め、代表データとする。結局、式(8)あるいは式(11)と式(9)を連立させて、直接解法あるいは逐次近似法により解けば、格子点における値を求めることができる。

(3) スプライン法の特性

a) 拘束条件(重み σ) の効果

重み σ を変化させることにより式(7)の解は一群の曲面を作り出すが、その物理的特性を説明すると、次のようになる。 $\sigma=0$ とした場合、式(7)はひずみエネルギーのみからなる最も滑らかな曲面を与えることになるが、この曲面は“異常な極値”を持つ可能性がある。一方、重み σ を大きくしていくと張力に対する復元力が卓越してくるため、“異常な極値”はしだいに抑えられるが滑らかさは徐々に減少する。したがって、重み σ を適当に選ぶことにより、“異常な極値”の出現を制御し、かつ滑らかな曲面を求めるという相反する2つの要求を満すことができる。

ここでは、簡単なモデルで検証した結果、重み σ の大小により補間結果にあまり大きな変化は見られなかったため、重み σ としては物理的意味を考慮に入れ、できるだけ滑らかな曲面を再現できるように小さな値($\sigma=0.8$)を採用することとする。

b) 入力データの疎密の影響

簡単なモデルで検討した結果、前述したスプライン法においては、入力データの疎密と補間結果には、次の関係があることがわかった。

① 補間結果は、格子間隔に大きく左右されるが、相

対的には入力データの密度が疎になるほど“異常な極値”は出現しない。

② 入力データが密になるにつれて、境界条件の影響範囲が狭くなり、気圧コンターの再現性は良くなる。

c) 境界条件の影響

入力データが比較的密な場合は、補間結果に境界条件の影響が現れにくい、入力データが疎な場合には補間領域を適当に広く設定しなければ、対象領域内の補間結果に境界条件の影響が少なからず現れる傾向が認められる。

4. 気圧データの読み取り

(1) 極東天気図の修正

基本となる海面天気図としては、気象庁により3時間毎に発表される極東天気図を用いる。本来、気圧データは極東天気図から気圧値をそのまま読み取って作成することが望ましいが、しかし、多くの場合、極東天気図の気圧場は非常に複雑なことから、気圧データの読み取り精度が低くなるのみならず、このような気圧データを用いて海上風を推算した場合、50~100 m/s を越える非現実的な強い風がしばしば計算される。したがって、ここでは次に示すような方針に従い、現実の気圧場とできるだけ食い違わないように気圧場の平滑化を行って、極東天気図を修正する。

① 低気圧の中心および前線の位置を基準とし、低・高気圧の中心位置に妥当な気圧値を記入する。

② 2mb ごとの等圧線を、高気圧性曲率の低圧部が存在しないようにし、かつ、その間隔が急激に変化しないように引く。この際、等圧線の間隔の狭い領域では曲率を小さくし、直線に近づけるようにする。

以上のようにして作成した修正天気図を極東天気図と比較して図-1(a), (b) に示す。

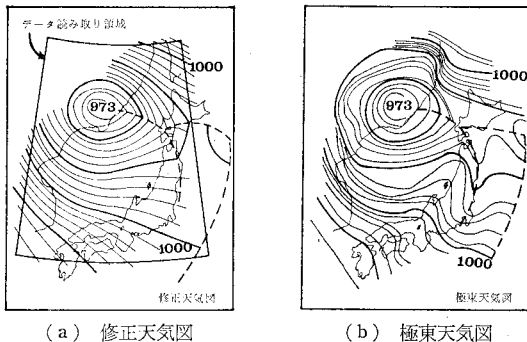


図-1 修正天気図と極東天気図との比較の一例

(2) デジタイザーを用いた気圧データの読み取り

気圧データの読み取りは、修正天気図を対象とし、デジタイザーを用いて、図-1(a) に示す読み取り領域内

において行う。その際、修正天気図はポーラステレオ図法で描かれているが、波浪推算はメルカトル図法上の格子で行うため、それぞれの図法における緯度・経度と直交座標の変換式を用いて、読み取った気圧データを変換し、ランダムな気圧データ群を作成する。

5. 海上風の推算結果

スプライン法を用いた海上風推算における気圧データ作成方法の有効性検討に用いたケースは、1980年10月25日~29日の季節風時で、その計算領域は日本海を対象として行った。この季節風は、2つの低気圧が日本海を発達・北上したケースであり、短期間に様々な気圧分布を示すため、本方法の有効性検討には適したケースである。

気圧データの読み取りは、前述したように修正天気図を基にして、デジタイザーにより行うが、その際問題となるのは、気圧データの読み取り密度である。したがって、ここでは、次の2つの方法で読み取りを行った。

① 2mb 間隔に引かれた等圧線に沿って、格子間隔の2倍程度のピッチで読み取る（気象要因に応じて気圧データの読み取り密度が変化する）。

② 日本海沿岸15地点（シスカ、稚内、函館、秋田、相川、輪島、西郷、ウツリョウ島、浜田、厳原、釜山、テチューへ、ウラジオストック、アムグ、ハバロフスク）および低気圧の中心の気圧値を読み取る（気象要因にはば無関係で、読み取り密度は一定）。

以上のランダムな気圧データ群を入力条件とし、前述した弾性体の微小変位理論に基づくスプライン法により、図-2に示す格子点上に気圧値を補間し、海上風の推算を行った。この際、異常風（風速30 m/s以上の風）の発生を防ぐため、次式を2回使用して格子点上の気圧値の平滑化を行ってある。

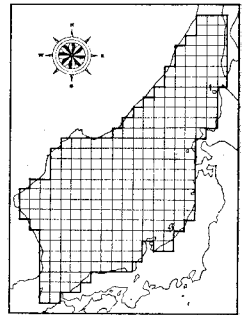


図-2 海上風計算格網

$$Q_{ij} = \frac{1}{4}P_{i,j} + \frac{1}{8}(P_{i,j-1} + P_{i,j+1} + P_{i-1,j} + P_{i+1,j}) + \frac{1}{16}(P_{i-1,j-1} + P_{i-1,j+1} + P_{i+1,j-1} + P_{i+1,j+1}) + \dots \quad (12)$$

ここに、 i, j は格子番号に対応しており、 P_{ij} は平滑前の気圧値、 Q_{ij} は平滑後の気圧値である。

(1) 天気図の等圧線上の気圧値を用いる場合

①の方法に従って、修正天気図を基にして気圧データを読み取った一例を図-3に示す。同図は、10月26日6時の修正天気図から読み取ったもので、低気圧が日本

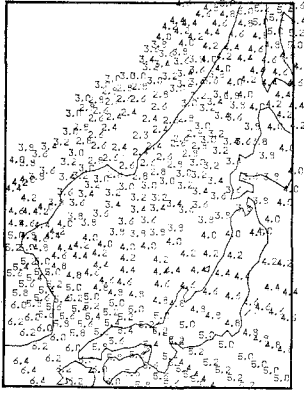


図-3 ①の方法による読み取り結果の一例

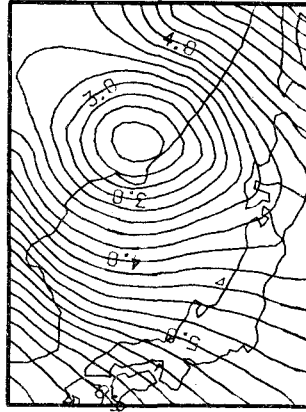


図-4 補間結果の一例 (1)

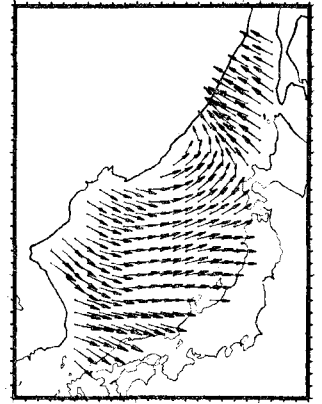


図-5 海上風の推算結果 (1)

海中央北部に存在しており、本研究で検討したケース中、最も等圧線が密な場合である。図中の数字は気圧値に対応しているが、補間計算の都合上小さな値に変換してある。

図-4 は、図-3 に示す不規則な気圧データを用いてスプライン法により格子点上に気圧値を補間した結果であり、気圧コンターとして示してある。図-5 は格子点上に補間された気圧値を用いて式(3)で表される Bijvoet の式により推算した海上風を、ベクトルとして示したものである。風域場としては、非常に滑らかな結果が計算されていることがわかる。図-6 は、推算結果の精度を検証するため、比較的海上風に近いデータが得られてい

ると考えられる舢倉島の実測値とその付近の格子点上の推算値を経時変化として比較したものである。下段が風向、上段が風速である。図中実線が実測値、四角印を結んだ線が推算結果を表す。風速に関しては、実測値に比べ若干小さな値を推算しているが、全体的傾向は良く一致している。風向に関しては、実現象を良く再現していることがわかる。以上から、デジタイザーとスプライン法を用いて海上風推算における気圧データを作成する方法は、風の推算において十分な精度をもっていることがわかり、その有効性を確かめることができる。

(2) 日本海沿岸 15 地点および低気圧中心の気圧値を用いた場合

②の方法に従って、修正天気図を基にして気圧データを読み取った一例を図-7 に示す。同図は、図-3 と同時刻のものであり、低気圧が日本海中央北部に位置している場合である。図中、丸で囲んである数字は低気圧中心の気圧値に対応している。図-8 は、図-7 で示される 16 地点の気圧値のみを用いてスプライン法により格子点上に気圧値を補間した結果である。同図によれば、全体的には滑らかな気圧場を再現しているが、境界付近では境界条件の影響を受けており、特に、入力データの無い左下隅では偽りの高気圧まで発生していることがわかる。したがって、スプライン法の特徴で述べたように、さらに、入力データ数を増し、境界条件の影響範囲を狭くするか、あるいは補間領域を広く設定するなどして、気圧場の再現性を良くする必要がある。図-9 は、格子点上に補間された気圧値を用いて海上風を推算した結果をベクトルとして示したものである。同図によれば、高気圧性曲率が存在する日本海南方で異常な風が推算されているが、他の領域では図-5 の推算結果と比較的良く似た傾向が示されており、先に述べたような工夫をすれば、この方法により気圧データを作成することの有効性が増すものと思われる。

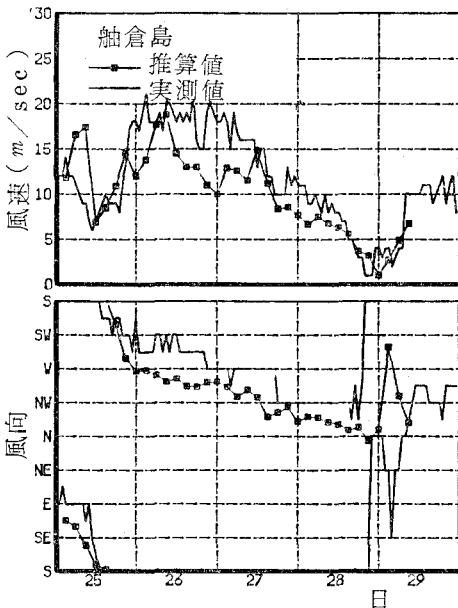


図-6 海上風の推算結果と実測値との比較 (舢倉島)

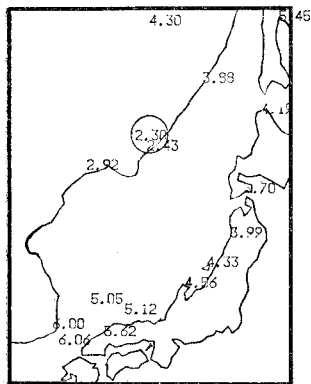


図-7 ②の方法による読み取り結果の一例

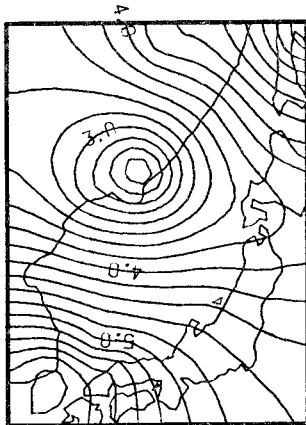


図-8 補間結果の一例(2)

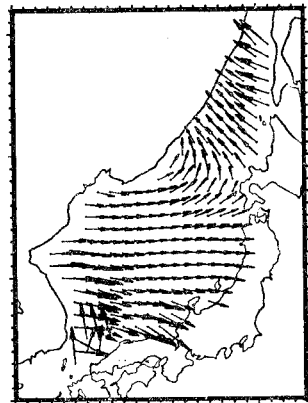


図-9 海上風の推算結果(2)

6. あとがき

本研究では、海上風の推算に必要な格子点上の気圧データ作成の方法として、デジタイザーと弾性体の微小変位理論にもとづくスプライン法を併用した方法を提案した。さらに、その有効性を検討するために、日本海上において海上風を推算し、実測値と比較した。その結果、天気図の等圧線上の気圧値を用いて気圧データを作成した場合、海上風の推算結果は風速および風向とも実測値（舳倉島）と良い対応を示し、この方法の有効性を確認することができた。一方、日本海沿岸15地点および低気圧中心の気圧値を用いて気圧データを作成した場合、スプライン法に用いる入力データがあまりにも疎であるため、補間結果に境界条件の影響が及ぶ領域が存在し、その結果海上風の推算において異常風が出現することになった。

したがって、今後は、読み取りデータ数を本研究で取扱った2つの方法の場合の中間程度とするとともに、補

間領域を広めに設定して、気圧データを作成すれば、精度よく、かつ迅速に海上風を推算することができるであろう。

最後に、本研究は、東京電力株式会社の協力による波浪予知研究会（代表者：土屋義人教授）として実施した研究の一部であることを明記するとともに、本研究を行うにあたり協力していただいた波浪予知研究会の諸氏に謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 大西行雄：スプライン法を用いた2次元補間について，*Jour. Oceanograph. Soc. Japan*, Vol. 31, pp. 259~264, 1975.
- 2) Bijvoet, H. C.: A new overlay for the determination of the surface wind over sea from surface weather charts, *K.N.M.I., mededelingen en Verhandelingen*, Vol. 71, 35 p., 1957.
- 3) 清水喜允：客観解析法，*気象研究ノート*，第134号，pp. 259~264, 1975.
- 4) Cline, A. K.: Curve fitting using splines under Tension, *Atmos. Tech., NCAR*, 3, pp. 60~65, 1973.