

# 任意地形上の波動場に対する波動方程式の拡張について

灘 岡 和 夫\*・日 野 幹 雄\*\*

## 1. はじめに

現地海岸での波浪変形を計算する際によく用いられる方法として、伊藤・谷本<sup>1),2)</sup>による数値波動解析法や、Berkhoff<sup>3)</sup>のいわゆる mild slope equation による方法がある。これらは最近、西村ら<sup>4)</sup>や渡辺・丸山<sup>5)</sup>らによって改良が加えられており、海浜流や海浜変形の外力計算に有効に用いられている。しかし、いずれの場合にも、海底勾配が急でないこと、単一周期の波動しか取り扱えないこと、線形波動が対象であること、などの制約がある。

一方、著者らは先に<sup>6),7)</sup>、共形変換を用いることにより任意断面地形上の波浪変形を扱うことができ、かつ任意の強さの非線形性と分散性をも表現し得る波動方程式を導出している。これによれば上記の制約はなくなり、例えば非線形不規則波の波浪変形を直接追跡することも原理的に可能である。しかし、この場合には共形変換を用いている関係上、対象が二次元波動場に限られ、そのため現地への直接の適用が難しいという問題がある。

本研究では、この点を解消し三次元波動場への適用を可能とするための第一ステップとして、共形変換法を用いることなく同様の理論展開を行うことにより、上述の特徴をそのまま引き継いだ形の波動方程式を導出することを試みた。その結果、共形変換を用いない場合、未知変数の数が増え若干複雑な形になるが、目標とする一般性のある波動方程式を導出することが可能であることが示された。

## 2. 波動方程式の導出

本論に入る前に、比較のため前報<sup>6),7)</sup>で示した「共形変換法」によって得られる結果を要約しておく。

この「共形変換法」は、任意断面形状の海底地形を共形変換により一様水深領域に変換して波動場を解析しようとするもので、これにより任意断面形状の底面に対する境界条件が簡単化され、後の理論展開が容易になる。

これによって得られる波動方程式は以下ようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{s^2(\alpha, \bar{\eta})}{2\pi} \cdot \left[ \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi, \bar{\eta}) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \chi(\alpha - \xi, t) d\xi \cdot \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \alpha} \right. \\ & \quad \left. - \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi, \bar{\eta}) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \chi(\alpha - \xi, t) d\xi \right] = 0 \quad \dots\dots(1.a) \\ & \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi, \bar{\eta}) \cdot \frac{\partial}{\partial t} \chi(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \\ & \quad + \frac{s^2(\alpha, \bar{\eta})}{4\pi} \cdot \left[ \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi, \bar{\eta}) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \chi(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \right\}^2 \right. \\ & \quad \left. + \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi, \bar{\eta}) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \chi(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \right\}^2 \right] \\ & \quad + 2\pi \cdot g \cdot \phi_2(\alpha, \bar{\eta}) = 0 \quad \dots\dots(1.b) \end{aligned} \right.$$

ここに、

$\bar{\eta}$  ; 変換面 ( $\alpha - \beta$  面) 上での水表面の  $\beta$  座標,  
 $\chi$  ; 非定常波数スペクトルの Fourier 逆変換により定義される未知変数で、 $\beta=0$  での速度ポテンシャルに相当する、

$s$  ; 変換に伴う scale factor,

$\phi_2$  ; 物理面の鉛直座標  $z$  に対して  $z = \phi_2(\alpha, \bar{\eta})$

$g$  ; 重力加速度,

$K_1, K_2$  ; 次式で定義される核関数

$$K_1(\alpha, \beta) = 2\pi \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\beta^{2n}}{(2n)!} \cdot \delta^{(2n)}(\alpha) + \frac{\pi}{\beta_0} \int_{-\infty}^{\infty} K(\xi) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\beta^{2n+1}}{(2n+1)!} \times \delta^{(2n+1)}(\alpha - \xi) \cdot d\xi \quad \dots\dots(2.a)$$

$$K_2(\alpha, \beta) = \frac{\pi}{\beta_0} \int_{-\infty}^{\infty} K(\xi) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\beta^2}{(2n)!} \times \delta^{(2n)}(\alpha - \xi) d\xi - 2\pi \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\beta^{2n+1}}{(2n+1)!} \cdot \delta^{(2n+1)}(\alpha) \quad \dots\dots(2.b)$$

ここに、

$$K(\xi) = \operatorname{cosech} \left( \frac{\pi \xi}{2\beta_0} \right) \quad \dots\dots(3)$$

であり、 $\delta^{(n)}$  はデルタ関数の  $n$  次導関数である。

さて、次に、上述の共形変換を用いない場合の波動方程式の導出過程について具体的に述べる。ただし、ここでは対象として二次元波動場を考えるものとする。この場合、基礎方程式と境界条件式は次のように書ける。

\* 正員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科

\*\* 正員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

〔基礎方程式〕

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

〔底面境界条件式〕

$$\frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (z = -h) \quad \dots\dots\dots(5)$$

〔表面境界条件式〕

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (z = \eta) \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\} + g\eta = 0 \quad (z = \eta) \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここに、

$x, z$ : 水平座標, 鉛直座標 (静水面から上方に正),  
 $t$ : 時間,  
 $\Phi$ : 速度ポテンシャル,  
 $\eta$ : 水表面の座標,  
 $h$ : 水深.

式 (4) を  $x$  に関して Fourier 変換すると次式となる.

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial z^2} = k^2 \cdot \tilde{\Phi} \quad \dots\dots\dots(8)$$

ここに、

$$\tilde{\Phi}(k, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x, z, t) e^{-ikx} dx \quad \dots\dots\dots(9)$$

である.

前報の共形変換法では、式 (8) と同形の方程式

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial \beta^2} = k^2 \tilde{\Phi} \quad \dots\dots\dots(8')$$

を、変換により単純化された底面境界条件式  $\tilde{\Phi}_\beta = 0$  のもとで解くことにより、一つの未定積分定数  $A(k, t)$  を有する一般解、

$$\tilde{\Phi}(k, \beta, t) = A(k, t) \frac{\cosh k(\beta + \beta_0)}{\cosh k\beta_0} \quad \dots\dots\dots(10)$$

を得ている。ここでは、底面境界条件式をこの段階で用いることをせず、式 (8) を単に  $z$  に関して積分するものとすれば、二つの未定積分定数  $C_1(k, t)$  と  $C_2(k, t)$  を含んだ形で次式の一般解を得ることができる。

$$\tilde{\Phi}(k, z, t) = C_1(k, t) e^{kz} + C_2(k, t) e^{-kz} \quad \dots\dots\dots(11)$$

次に、上式中の  $C_1, C_2$  に関して変数の置き換え、

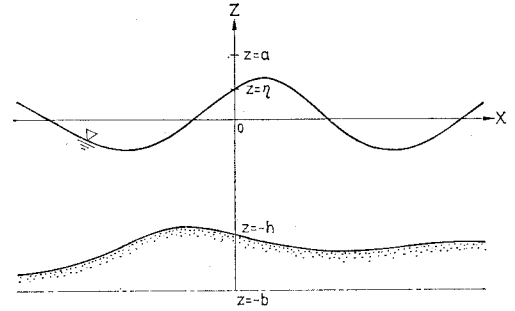
$$C_1 = \frac{A+B}{2} \cdot \frac{\cosh kb + \sinh kb}{\cosh k(a+b)} \quad \dots\dots\dots(12.a)$$

$$C_2 = \frac{A-B}{2} \cdot \frac{\cosh kb - \sinh kb}{\cosh k(a+b)} \quad \dots\dots\dots(12.b)$$

を施せば次式となる。

$$\tilde{\Phi} = A(k, t) \frac{\cosh k(z+b)}{\cosh k(a+b)} + B(k, t) \frac{\sinh k(z+b)}{\cosh k(a+b)} \quad \dots\dots\dots(13)$$

ただし、上式中に含まれるパラメーター  $a$  は、 $a > \eta_{\max}$  となるように適当に定められるべきパラメーターであ

図-1 座標系ならびにパラメータ  $a, b$  のとり方

り、 $b$  は、図-1 に示すようにとられた基準  $z$  座標である。

式 (13) を式 (10) と比較すると前報の共形変換法との対比がより明確になる。すなわち、共形変換法では、式 (13) の右辺第一項だけが現われていたのに対し、今の場合には第 1 項と独立な第 2 項が付け加わった形となっている。そして今の場合この第 2 項の存在によって底面境界条件式 (5) が満足されうることになる。

さて、速度ポテンシャル  $\Phi$  は、式 (13) の Fourier 逆変換により次式で表わせる。

$$\begin{aligned} \Phi(x, z, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} A(k, t) \frac{\cosh k(z+b)}{\cosh k(a+b)} e^{ikx} dk \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} B(k, t) \frac{\sinh k(z+b)}{\cosh k(a+b)} e^{ikx} dk \quad \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

そこで、次式で定義される未知変数  $\chi_A(x, t)$  と  $\chi_B(x, t)$  を導入する。

$$\chi_A(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k, t) e^{ikx} dk \quad \dots\dots\dots(15.a)$$

$$\chi_B(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} B(k, t) e^{ikx} dk \quad \dots\dots\dots(15.b)$$

そうすると、前報と同様にして、 $u, w, \Phi_t$  が以下のように表わせる。

$$\begin{aligned} u(x, z, t) = & \frac{1}{2\pi} K_1(x, z) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t) \\ & + \frac{1}{2\pi} K_2(x, z) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_B(x, t) \quad \dots\dots\dots(16.a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w(x, z, t) = & \frac{1}{2\pi} K_2(x, z) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t) \\ & - \frac{1}{2\pi} K_1(x, z) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_B(x, t) \quad \dots\dots\dots(16.b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(x, z, t) = & \frac{1}{2\pi} K_1(x, z) * \frac{\partial}{\partial t} \chi_A(x, t) \\ & + \frac{1}{2\pi} K_2(x, z) * \frac{\partial}{\partial t} \chi_B(x, t) \quad \dots\dots\dots(16.c) \end{aligned}$$

ただし、上式中の記号 “\*” は  $x$  に関する convolution integral を意味しており、例えば

$$K_1(x, z) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi, z) \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x - \xi, t) d\xi$$

である。また、式中の  $K_1(x, z)$ ,  $K_2(x, z)$  は核関数で、次式で定義される。

$$\begin{aligned} K_1(x, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cosh k(z+b)}{\cosh k(a+b)} \cdot e^{ikx} dk \\ &= \frac{2\pi}{a+b} \cdot \frac{\cosh\left\{\frac{\pi x}{2(a+b)}\right\} \cdot \cos\left\{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{z+b}{a+b}\right\}}{\cosh\left\{\frac{\pi x}{a+b}\right\} + \cos\left\{\pi \cdot \frac{z+b}{a+b}\right\}} \\ &\dots\dots\dots(17.a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_2(x, z) &= i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sinh k(z+b)}{\cosh k(a+b)} \cdot e^{ikx} dk \\ &= \frac{2\pi}{a+b} \cdot \frac{\sinh\left\{\frac{\pi x}{2(a+b)}\right\} \cdot \sin\left\{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{z+b}{a+b}\right\}}{\cosh\left\{\frac{\pi x}{a+b}\right\} + \cos\left\{\pi \cdot \frac{z+b}{a+b}\right\}} \\ &\dots\dots\dots(17.b) \end{aligned}$$

これらの核関数は、 $z \rightarrow a$ ,  $z \rightarrow -b$  の極限でそれぞれ次のようになる。

$$\lim_{z \rightarrow a} K_1(x, z) = 2\pi \delta(x) \dots\dots\dots(18.a)$$

$$\lim_{z \rightarrow a} K_2(x, z) = \frac{\pi}{a+b} \cdot \operatorname{cosech}\left\{\frac{\pi x}{2(a+b)}\right\} \dots\dots(18.b)$$

$$\lim_{z \rightarrow -b} K_1(x, z) = \frac{2\pi}{a+b} \cdot \operatorname{sech}\left\{\frac{\pi x}{2(a+b)}\right\} \dots\dots(19.a)$$

$$\lim_{z \rightarrow -b} K_2(x, z) = 0 \dots\dots\dots(19.b)$$

また、 $-b < z < a$  での  $K_1$  と  $K_2$  の具体的な関数形は図-2に示すとおりである。

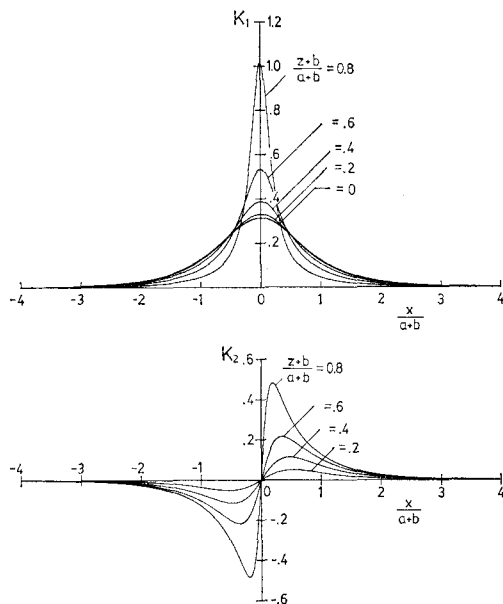


図-2 核関数  $K_1(x, z)$ ,  $K_2(x, z)$

さて、式(16)で示されるように、 $u, w$  および  $\phi_t$  はここで新たに導入された二つの未知変数  $\chi_A$  と  $\chi_B$  によって表わせることができたので、これらの表式を境界条件式(5)~(7)に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} &\circ \left\{ K_1(x, -h) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t) \right. \\ &\quad \left. + K_2(x, -h) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_B(x, t) \right\} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \\ &\quad + K_2(x, -h) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t) \\ &\quad - K_1(x, -h) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_B(x, t) = 0 \dots\dots(20.a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\circ \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{2\pi} \left[ \left\{ K_1(x, \eta) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + K_2(x, \eta) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_B(x, t) \right\} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. - K_2(x, \eta) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t) \right. \\ &\quad \left. + K_1(x, \eta) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_B(x, t) \right] = 0 \dots\dots(20.b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\circ K_1(x, \eta) * \frac{\partial}{\partial t} \chi_A(x, t) + K_2(x, \eta) * \frac{\partial}{\partial t} \chi_B(x, t) \\ &\quad + \frac{1}{4\pi} \left[ \left\{ K_1(x, \eta) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + K_2(x, \eta) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_B(x, t) \right\}^2 \right. \\ &\quad \left. + \left\{ K_2(x, \eta) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - K_1(x, \eta) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_B(x, t) \right\}^2 \right] \\ &\quad + 2\pi g \eta = 0 \dots\dots(20.c) \end{aligned}$$

上記の三つの方程式は、3個の未知変数  $\eta, \chi_A$  および  $\chi_B$  に関する連立微積分方程式を構成しているが、これは取りも直さず、 $\eta$  と  $\chi_A, \chi_B$  の時間発展を記述した波動方程式に他ならない。そして、その導出過程から明らかのように、海底地形  $h(x)$  は  $x$  の一価関数である限りにおいて任意の形状をとることができる。

ここで得られた波動方程式(20)を共形変換法によって得られる波動方程式(1)と比較すると、未知変数が増えたことに対応して底面境界条件式に由来する式(20.a)が加わった形になっており、共形変換を使用しないことの代償が波動方程式の複雑さとなって現われることがわかる。また、共形変換法では上述の海底形状  $h(x)$  の一価性の制限は存在せず、overhangした形の海底地形でも取り扱えるという利点もある。しかし、このような共形変換法の優位性にもかかわらず、最初に述べたように、三次元波動場への拡張性という点から観れば、ここで示した方法は十分意味を持つ。なお、ここでは式(20.b)と(20.c)中の核関数  $K_1, K_2$  として式(17)を用いているが、これには  $a=0$  として、式(2)で示すよ

うな無限級数形で用いることもできる<sup>6),7)</sup>。

### 3. 線形波動場への適用例

ここでは、本方法を線形波動場に適用し、前報と比較した結果について述べる。

まず、線形波動場に対する波動方程式として、式 (20) 中の非線形項を省略し、式 (17) で表わされる核関数において  $a=0$  として式 (18) を考慮すれば、次式が得られる。

$$\left\{ \begin{aligned} & \left\{ K_1(x, -h) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t) \right. \\ & \quad \left. + K_2(x, -h) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_B(x, t) \right\} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \\ & \quad + K_2(x, -h) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t) \\ & \quad - K_1(x, -h) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_B(x, t) = 0 \quad \dots\dots(21.a) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{1}{2b} K(x) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t) \\ & \quad - \frac{\partial}{\partial x} \chi_B(x, t) \quad \dots\dots(21.b) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial \chi_A}{\partial t} = -g\eta - \frac{1}{2b} K(x) * \frac{\partial}{\partial t} \chi_B(x, t) \quad \dots\dots(21.c) \end{aligned} \right.$$

ここに、

$$K(x) = \operatorname{cosech} \left\{ \frac{\pi x}{2b} \right\} \quad \dots\dots(22)$$

である。このように線形波動方程式の場合には式 (20) に比べるとかなり簡単な形になるが、当然のことながら底面境界条件式 (5) から得られる式 (21.a) は複雑な形のままである。特別な場合として水平床上の波動場を考えると、式 (21.a) は

$$\begin{aligned} & K_2(x, -h) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t) \\ & - K_1(x, -h) * \frac{\partial}{\partial x} \chi_B(x, t) = 0 \end{aligned}$$

となるが、これは  $x$  に関する Fourier 変換をとることにより、

$$B(k, t) = -A(k, t) \cdot \tanh k(b-h)$$

となることから、この逆 Fourier 変換より

$$\chi_B(x, t) = \frac{1}{2\pi} K_b(x; h) * \chi_A(x, t) \quad \dots\dots(23)$$

という関係に導くことができる。ただし、

$$K_b(x; h) = \frac{\pi}{b-h} \operatorname{cosech} \left\{ \frac{\pi x}{2(b-h)} \right\} \quad \dots\dots(24)$$

であり、特に  $b \simeq h$  の場合には式 (23) は次式となる。

$$\chi_B(x, t) = (b-h) \cdot \frac{\partial}{\partial x} \chi_A(x, t) \quad (b \simeq h) \quad \dots\dots(25)$$

この式 (23) あるいは式 (25) の関係式は、式 (21.a) を数値計算するときの第 1 次近似としても使用することができる。

次に、実際に数値計算を行った結果について述べる。ここで計算の対象としたのは、前報で示したものと同様なステップ地形で、水深がそれぞれ 10 m と 2.5 m の一様水深部分が 45° の勾配の斜面で接合されている形になっている。差分メッシュは不等間隔メッシュとし、ここでは  $\Delta x_i = 0.34h(x_i)$  として設定している。(なお、共形変換法においては変換面上では等間隔メッシュであるが、物理面上では今の場合と同じように各点の水深にほぼ比例した形でメッシュ間隔が変化する。)

式 (21) の数値積分は前報とほぼ同様な取扱いによって行うことができるが、差分メッシュが不等間隔であることや式 (21.a) の積分方程式の取り扱いに繰返し計算が入り込んでくることなどの点によって実際の数値計算はやや複雑になり計算時間も増加する。

図-3 は、初期波形として

$$\eta(x, t) = 1.5 \exp \{ -(x-x_0)^2 / (2h)^2 \} \quad \dots\dots(26)$$

と与えて、式 (21) により波形変形を計算した例である。同図中には、破線によって  $\chi_B$  の値も示してある。これを見るとステップの斜面部で浅の領域で底面条件を満足するべく  $\chi_B$  が変化していく様子がわかる。一方、図-

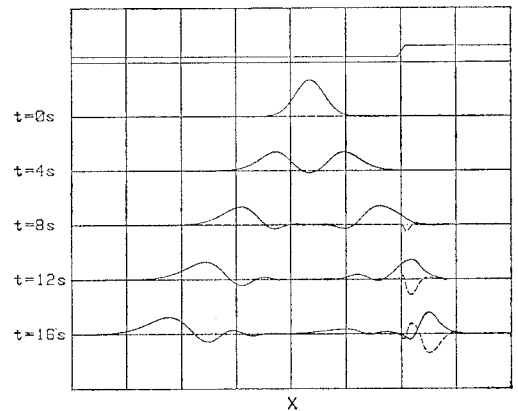


図-3 本方法による数値計算結果 (点線は  $\chi_B$  の値)

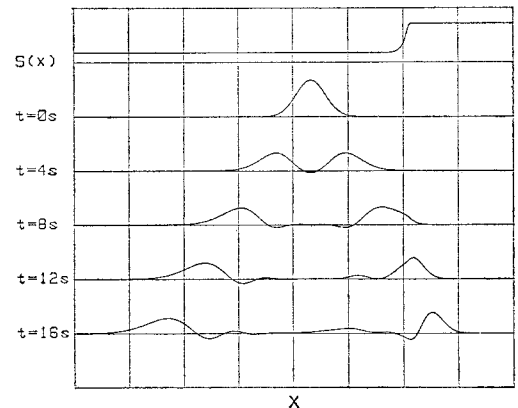


図-4 共形変換法による数値計算結果

4 は、前報の共形変換法による計算結果を示したものである。図-3の結果を図-4と比較すると、波の分散性、反射、ステップ上での浅水変形や波速の減少といった特徴がほぼ同様な形で再現されていることがわかる。

#### 4. おわりに

本論文では、任意断面地形上の波動場に対する波動方程式を、前報のような共形変換法を用いることなく導出する方法について論じた。得られた波動方程式は、共形変換法によるものと比べて未知変数の数が一つ増える形になり、数値解析も多少複雑になるなど共形変換法に比べて不利な点がいくつか存在するが、三次元波動場への拡張性という点において非常に重要な利点を持っている。

なお、ここでは三次元波動場を対象とした理論展開は行っていないが、原理的には本論文とほぼ同様な方法によって取り扱うことができる。その結果については、別の機会に報告したいと考えている。

#### 参 考 文 献

- 1) 伊藤喜行・谷本勝利: 数値波動解析法とその応用——構造物周辺の波——, 第18回海岸工学講演会論文集, pp. 67~70, 1971.
- 2) 伊藤喜行・谷本勝利: 波向線交差領域での波の屈折——数値波動解析法の応用(2)——, 第19回海岸工学講演会論文集, pp. 325~329, 1970.
- 3) Berkhoff, J. C. W.: Computation of combined refraction-diffraction, Proc. 13th Conf. on Coastal Eng., pp. 471~490, 1972.
- 4) 西村仁嗣・丸山康樹・平口博丸: 直接数値積分による波の場の解析, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 123~127, 1983.
- 5) 渡辺 晃・丸山康樹: 屈折・回折・碎波減衰を含む波浪場の数値解析法, 第31回海岸工学講演会論文集, pp. 103~107, 1984.
- 6) 日野幹雄・灘岡和夫: 共形変換を用いた任意断面地形上の波動場の解析法, 第31回海岸工学講演会論文集, pp. 108~112, 1984.
- 7) Nadaoka, K. and M. Hino: Conformal mapping solution of a wave field on the arbitrarily shaped seabed, Proc. 19th Conf. on Coastal Eng., pp. 1192~1208, 1984.